Verdan

Uebersicht

der ersten 61 Bände vom Schauplatz der Künste und Handwerke.

1r Bd. Cupels Conditor 1 Rthl. — 2r Bd. Thons Kunst Bücher zu binden, 3te Aufl. 1 Rthl. — 3r Bd. Thons Holzbeizkunst und Holzfärberei 1 Rthl. — 4r Bd. Kunst des Seifensiedens und Lichtziehens 16 gGr. — 5r Bd. Stöckels Tischlerkunst 1 Rthl. 12 gGr. — 6r Bd. Vitalis Färbekunst, 2 Aufl. 1 Rthl. 12 gGr. — 7r Bd. Woltersdorfs Kunst des Bäckers 1 Rthl. 18 gGr. — 8r Bd. Schulze's Gold- und Silberarbeiter 1 Rthl. 8 gGr. — 9r Bd. Heyders Kleidermacherkunst 1 Rthl. — 10r Bd. Watins Staffirmaler 1 Rthl. — 11r Bd. Der Schuh- und Stiefelmacher 18 gGr. — 12r Bd. Thons Fleischerhandwerk 16 gGr. — 13r Bd. Huths Kochkunst 20 gGr. — 14r Bd. Thons Lackirkunst 3te Aufl. 2 Rthl. — 15r Bd. Thons Drehkunst 1 Rthl. 12 gGr. — 16r Bd. Der Parfümeur oder Anweisung, alle Arten von Parfüms zu verfertigen 16 gGr. — 17r Bd. Morgensterns Ledergerberei 18 gGr. — 18r Bd. Thons Gebäudemaler u. Decorateur 1 Rthl. — 19r Bd. — Wölfers Treppenbau, 2te Aufl. 8 gGr. — 20r Bd. Servière's Bierbrauerei und Bierkellereiwirthschaft 12 gGr. — 21r Bd. Riffaults Handbuch der Färberei 16 gGr. — 22r und 23r Bd. Matthaey's praktisches Handbuch für Maurer u. Steinhauer. 2 Bde. mit schwarzen Kpfrn. 2 Rthl. 18 gGr., mit illuminirten Kpfrn. 5 Rthl. — 24r Bd. Schedels Destillirkunst u. Likörfabrikation, 2te Aufl. 12 gGr. — 25r Bd. Thons Fabrikant bunter Papiere, 2te Aufl. 1 Rthl. — 26r Bd. Matthaey's Stein- u. Dammsetzer 1 Rthl. 8 gGr. — 27r Bd. Schulze's praktischer Unterricht in dem Bau der Reitsättel und Kummte. 18 gGr. — 28r Bd. Wölfers Kalk- und Gypsbrennerei 18 gGr. — 29r Bd. Servière's theoretisch-praktische Lehre von der Cultur ꝛc. der Weine 18 gGr. — 30r Bd. Auchs Handbuch für Sanduhrmacher 1 Rthl. 8 gGr. — 31r Bd. Höcks Beschreibung der Nadler-, Drahtzieher-, Kardätschenmacher-, Roth- und Gelbgießerarbeiten 12 gGr. — 32r Bd. J. G. Beumenbergers vollkommener Juwelier 18 gGr. — 33r Bd. Fontenelle's Handbuch der Essig- u. Senfbereitung 20 gGr. — 34r Bd. P. Schallers wohlunterrichteter Ziegler 1 Rthl. 6 gGr. — 35r Bd. G. P. F. Thons wohlunterrichteter Wachsfabrikant u. Wachszieher 1 Rthl. — 36r Bd. Julia Fontenelle's theoretisch-praktisches Handbuch der Oelbereitung u. Oelreinigung 1 Rthl. 6 gGr. — 37r Bd. G. A. Wettengels Geigen- u. Bogenmacherkunst 2 Rthl. 12 gGr. — 38r Bd. C. Pilzeckers Hutmacherkunst 18 gGr. — 39r Bd. F. C. A. Bergmanns Stärke- und Puderfabrikation 18 gGr. — 40r Bd. Peclets Kunst der Gebäude-, Zimmer- u. Straßenerleuchtung 1 Rthl. 12 gGr. — 41r Bd. Leischners vollkommene Linirkunst 18 gGr. — 42r Bd. Das Haar als Schmuck, od. Handbuch d. Frisirkunst 12 gGr. — 43r Bd. Peschecks Ganze des Steindrucks 16 gGr. — 44r Bd. Haumanns Ganze des Seidenbaues 1 Rthl. — 45r Bd. Der Brunnen-, Röhren-, Pumpen- u. Spritzenmeister u. Bleiarbeiter 1 Rthl. — 46r Bd. Stratingh über Bereitung, Verbindung u. Anwendung des Chlors 1 Rthl. 12 gGr. — 47r—49r Bd. Theoretisch-praktisches Handbuch für Zimmerleute in allen ihren wesentlichen Verrichtungen, 3 Theile von Matthaey 5 Rthl. — 50r Bd. Petri, theoretisch-praktisches Handbuch der Schlosserkunst 1 Rthl. — 51r Bd. Matthaey, der Ofenbaumeister u. Feuermechanist 1 Rthl. 6 gGr. — 52r Bd. Matthaey, Kunst des Bildhauers in allen ihren Theilen 1 Rthl. 12 gGr. — 53r Bd. Lebrun, vollständiges Handbuch für Klempner u. Lampenfabrikanten 1 Rthl. 4 gGr. — 54r Bd. Doct. Th. Thon, Lehrbuch der Kupferstecherkunst, der Kunst in Stahl zu stechen und in Holz zu schneiden 1 Rthl. 12 gGr. — 55r Bd. Doct. Th. Thon, Lehrbuch der Reißkunst 1 Rthl. 12 gGr. — 56r Bd. G. Frick, die Kunst, weißes Steingut mit durchsichtiger Glasur nach Art der Franzosen u. Engländer anzufertigen 2 Rthl. — 57r u. 58r Bd. Vollständiges, theoretisch-praktisches Handbuch der Mühlenbaukunst, von Doct. W. Weinholz 6 Rthl. — 59r Bd. C. F. Leischner, vollständig theoretisch-praktische Anleitung zur geschmackvollen und eleganten Verfertigung aller Arten Papparbeiten. 1 Rthl. — 60r Bd. Thons gründliche u. vollständige Anleitung alle Arten Meerschaumpfeifenköpfe zu verfertigen. 18 gGr. — 61r Bd. Der vollkommene Dachdecker von C. L. Matthaey. 1 Rthl. 12 gGr.

Grundsätze
der angewandten
Werkzeugswissenschaft
und Mechanik
oder
allgemeine Grundregeln, nach welchen alle Gattungen von Werkzeugen und Maschinen nach den Erfordernissen des praktischen Betriebes zusammengesetzt und angewandt werden.

Ein
populäres Hand- und Lehrbuch
für
ausübende Maschinenbaumeister und Gewerbsschulen.

In vier Bänden.

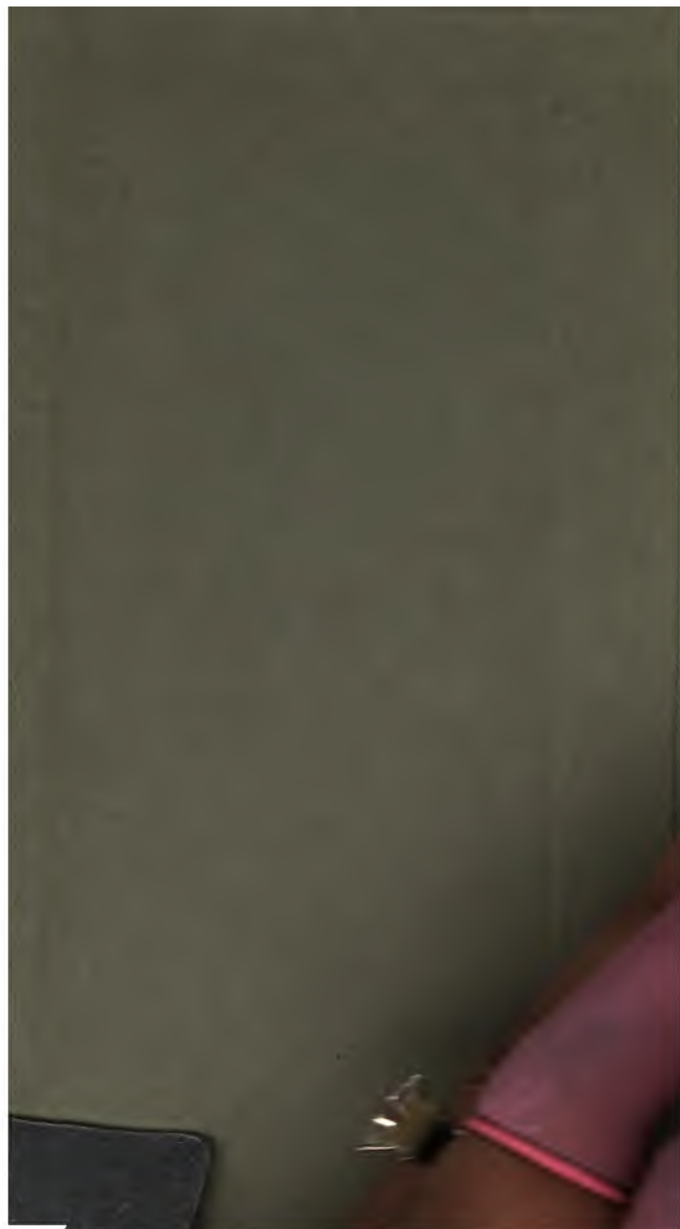
Erster Theil,
enthaltend die allgemeinen Grundsätze der Mechanik, die Theorie und praktische Anwendung der mechanischen Potenzen und einfachen Werkzeuge nebst den Grundregeln, wonach die Kräfte und Dimensionen der Werkzeuge bestimmt werden.

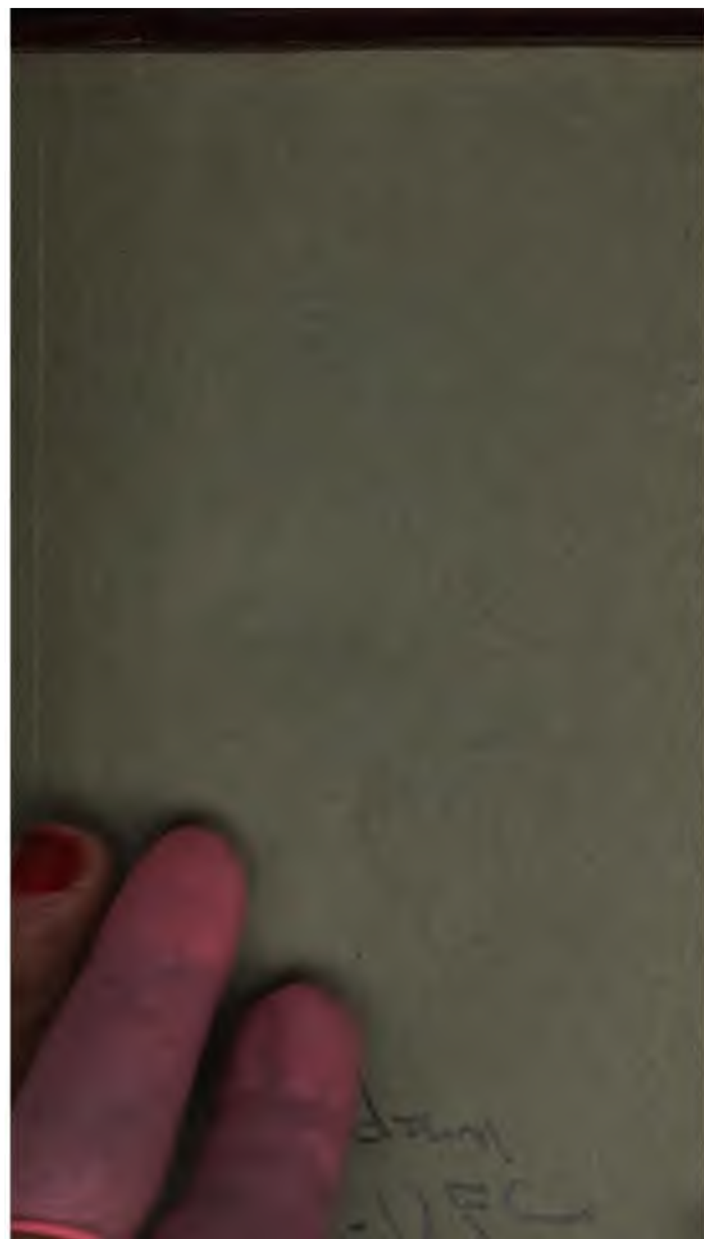
Von
G. J. Verdam,
vormal. Professor der praktischen Mechanik und Direktor der Schule zu Gravenhage.

Aus dem Holländischen übersetzt
von
Dr. Christ. Heinr. Schmidt.

Mit 237 Abbildungen auf 5 Tafeln.

Ilmenau 1834.
Druck, Verlag und Lithographie von B. Fr. Voigt.





Verdam

3110

Uebersicht

der ersten 61 Bände vom Schauplatz der Künste und Handwerke.

1r Bd. Eupels Conditor 1 Rthl. — 2r Bd. Thons Kunst Bücher zu binden, 3te Aufl. 1 Rthl. — 3r Bd. Thons Holzbeizkunst und Holzfärberei 1 Rthl. — 4r Bd. Kunst des Seifensiedens und Lichtziehens 16 gGr. — 5r Bd. Stöckels Tischlerkunst 1 Rthl. 12 gGr. — 6r Bd. Vitalis Färbekunst, 2 Aufl. 1 Rthl. 12 gGr. — 7r Bd. Woltersdorfs Kunst des Bäckers 1 Rthl. 18 gGr. — 8r Bd. Schulze's Gold- und Silberarbeiter 1 Rthl. 8 gGr. — 9r Bd. Heyders Kleidermacherkunst 1 Rthl. — 10r Bd. Watins Staffirmaler 1 Rthl. — 11r Bd. Der Schuh- und Stiefelmacher 18 gGr. — 12r Bd. Thons Fleischerhandwerk 16 gGr. — 13r Bd. Huths Kochkunst 20 gGr. — 14r Bd. Thons Lackirkunst 3te Aufl. 2 Rthl. — 15r Bd. Thons Drehkunst 1 Rthl. 12 gGr. — 16r Bd. Der Parfümeur oder Anweisung, alle Arten von Parfüms zu verfertigen 16 gGr. — 17r Bd. Morgensterns Ledergerberei 18 gGr. — 18r Bd. Thons Gebäudemaler u. Decorateur 1 Rthl. — 19r Bd. — Wölfers Treppenbau, 2te Aufl. 8 gGr. — 20r Bd. Servière's Bierbrauerei und Bierkellereiwirthschaft 12 gGr. — 21r Bd. Riffaults Handbuch der Färberei 16 gGr. — 22r und 23r Bd. Matthaey's praktisches Handbuch für Maurer u. Steinhauer. 2 Bde. mit schwarzen Kpfrn. 2 Rthl. 18 gGr., mit illuminirten Kpfrn. 5 Rthl. — 24r Bd. Schedels Destillirkunst u. Likörfabrikation, 2te Aufl. 12 gGr. — 25r Bd. Thons Fabrikant bunter Papiere, 2te Aufl. 1 Rthl. — 26r Bd. Matthaey's Stein- u. Dammsetzer 1 Rthl. 8 gGr. — 27r Bd. Schulze's praktischer Unterricht in dem Bau der Reitsättel und Kummte. 18 gGr. — 28r Bd. Wölfers Kalk- und Gypsbrennerei 18 gGr. — 29r Bd. Servière's theoretisch-praktische Lehre von der Cultur rc. der Weine 18 gGr. — 30r Bd. Auchs Handbuch für Landuhrmacher 1 Rthl. 8 gGr. — 31r Bd. Höcks Beschreibung der Nadler-, Drahtzieher-, Kardätschenmacher-, Roth- und Gelbgießerarbeiten 12 gGr. — 32r Bd. J. G. Beumenbergers vollkommener Juwelier 18 gGr. — 33r Bd. Fontenelle's Handbuch der Essig- u. Senfbereitung 20 gGr. — 34r Bd. P. Schallers wohlunterrichteter Ziegler 1 Rthl. 6 gGr. — 35r Bd. G. P. F. Thons wohlunterrichteter Wachsfabrikant u. Wachszieher 1 Rthl. — 36r Bd. Julia Fontenelle's theoretisch-praktisches Handbuch der Oelbereitung u. Oelreinigung 1 Rthl. 6 gGr. — 37r Bd. G. A. Wettengels Geigen- u. Bogenmacherkunst 2 Rthl. 12 gGr. — 38r Bd. C. Pilzeckers Hutmacherkunst 18 gGr. — 39r Bd. F. C. A. Bergmanns Stärke- und Puderfabrikation 18 gGr. — 40r Bd. Peclets Kunst der Gebäude-, Zimmer- u. Straßenerleuchtung 1 Rthl. 12 gGr. — 41r Bd. Leischners vollkommene Linirkunst 18 gGr. — 42r Bd. Das Haar als Schmuck, od. Handbuch d. Frisirkunst 12 gGr. — 43r Bd. Peschecks Ganze des Steindrucks 16 gGr. — 44r Bd. Haumanns Ganze des Seidenbaues 1 Rthl. — 45r Bd. Der Brunnen-, Röhren-, Pumpen- u. Spritzenmeister u. Bleiarbeiter 1 Rthl. — 46r Bd. Stratingh über Bereitung, Verbindung u. Anwendung des Chlors 1 Rthl. 12 gGr. — 47r—49r Bd. Theoretisch-praktisches Handbuch für Zimmerleute in allen ihren wesentlichen Verrichtungen, 3 Theile von Matthaey 5 Rthl. — 50r Bd. Petri, theoretisch-praktisches Handbuch der Schlosserkunst 1 Rthl. — 51r Bd. Matthaey, der Ofenbaumeister u. Feuermechanist 1 Rthl. 6 gGr. — 52r Bd. Matthaey, Kunst des Bildhauers in allen ihren Theilen 1 Rthl. 12 gGr. — 53r Bd. Lebrun, vollständiges Handbuch für Klempner u. Lampenfabrikanten 1 Rthl. 4 gGr. — 54r Bd. Doct. Th. Thon. Lehrbuch der Kupferstecherkunst, der Kunst in Stahl zu stechen und in Holz zu schneiden 1 Rthl. 12 gGr. — 55r Bd. Doct. Th. Thon, Lehrbuch der Reißkunst 1 Rthl. 12 gGr. — 56r Bd. G. Frick, die Kunst, weißes Steingut mit durchsichtiger Glasur nach Art der Franzosen u. Engländer anzufertigen 2 Rthl. — 57r u. 58r Bd. Vollständiges, theoretisch-praktisches Handbuch der Mühlenbaukunst, von Doct. W. Weinholz 6 Rthl. — 59r Bd. C. F. Leischner, vollständig theoretisch-praktische Anleitung zur geschmackvollen und eleganten Verfertigung aller Arten Papparbeiten. 1 Rthl. — 60r Bd. Thons gründliche u. vollständige Anleitung alle Arten Meerschaumpfeifenköpfe zu verfertigen. 18 gGr. — 61r Bd. Der vollkommene Dachdecker von C. L. Matthaey. 1 Rthl. 12 gGr.

Neuer

Schauplatz der Künste und Handwerke.

Mit

Berücksichtigung der neuesten Erfindungen.

Herausgegeben

von

einer Gesellschaft von Künstlern, Technologen und Professionisten.

Mit vielen Abbildungen.



Sechs und sechzigster Band.

Verdam angewandte Werkzeugswissenschaft und Mechanik.

Erster Theil.

Ilmenau 1834.

Druck und Verlag von Bernh. Friedr. Voigt.

Grundsätze
der angewandten
Werkzeugswissenschaft und Mechanik
oder
allgemeine Grundregeln, nach welchen alle Gattungen von Werkzeugen und Maschinen nach den Erfordernissen des praktischen Betriebes zusammengesetzt und angewandt werden.

Ein
populäres Hand- und Lehrbuch
für
ausübende Maschinenbaumeister und Gewerbsschulen.

In vier Bänden.

Erster Theil,
enthaltend die allgemeinen Grundsätze der Mechanik, die Theorie und praktische Anwendung der mechanischen Potenzen und einfachen Werkzeuge nebst den Grundregeln, wonach die Kräfte und Dimensionen der Werkzeuge bestimmt werden.

Von
G. J. Verdam,
vormal. Professor der praktischen Mechanik und Direktor der Schule zu Gravenhage.

Aus dem Holländischen übersetzt
von
Dr. Christ. Heinr. Schmidt.

Mit 237 Abbildungen auf 5 Tafeln.

Ilmenau 1834.
Druck, Verlag und Lithographie von B. Fr. Voigt.

Vorwort.

Der erste Theil dieser **Grundsätze der Werkzeugswissenschaft** oder angewandten Mechanik bildet gewissermaßen ein **geschlossenes Ganzes** und umfaßt in drei Unterabtheilungen die Lehre vom Gleichgewicht und der Bewegung; die Theorie der sogenannten einfachen Werkzeuge (mechanischen Potenzen) mit Angabe der Umstände, welche bei der einfachen und zusammengesetzten Anwendung derselben zu berücksichtigen sind; und endlich die Bestimmungen der Stärke der Materialien, woraus zugleich die Formen und Größen der ebengenannten Werkzeuge hergeleitet werden.

Die in den beiden ersten Abtheilungen entwikkelten Grundsätze sind nichts weniger, als neu; der Verfasser hofft jedoch, daß ihm die Art und Weise, wie er dieselben vorgetragen und für die Praxis vollkommen anwendbar gemacht hat, gelungen sei. Der größte Theil der praktischen Bemerkungen und Beispiele ist hergenommen aus der Betrachtung, Untersuchung und Beurtheilung der Werkzeuge an Ort und Stelle, wo sie angewendet werden.

Die Bestimmungen der Stärke der Materialien, wie auch viele Regeln und Grundsätze, welche in der dritten Abtheilung entwickelt worden, sind, was die angestellten Versuche anlangt, aus den Werken

der ausgezeichnetsten Mechaniker Englands und Frankreichs entlehnt. Eine Ausnahme davon machen die gegebenen Anwendungen und praktischen Vorschriften, welche der Verfasser aus seiner eigenen Erfahrung mitgetheilt hat. Er hat auch hier und da andere Berechnungsarten aufgestellt und einige Berechnungen auf Voraussetzungen oder Umstände gegründet, welche ihm, seiner Erfahrung und Beobachtung nach, der wahren Sachlage angemessener zu sein schienen, als diejenigen, welche die obenerwähnten Mechaniker angenommen haben.

Der vollständige Titel des Werkes, von welchem wir hier dem deutschen Publikum eine treue Uebersetzung vorlegen, heißt:

Gronden der toegepaste Werktuigkunst, of volledig zamenstel van theoretische en practische gronden, welke tot het behoorlijk inrigten en zamenstellen van alle werktuigen vereischt worden; ingerigt als een eenvoudig **Leerboek**, en tevens geschikt als **Handboek** voor allen, die de werktuigkunst uitoefenen. Door G. I. Verdam, gewezen Lector in de practische mechanica; Directeur der School van middelbaar onderwijs te 's Gravenhage. Te Groningen 1829.

Inhalt.

Seite

Erste Abtheilung,

enthaltend die allgemeinen Grundsätze der Werkzeugswissenschaft.

Erstes Kapitel.

Ueber die Lehre vom Gleichgewicht.

Zweites Kapitel.

Hauptgrundsätze aus der Lehre der Bewegung; Umstände derselben ꝛc.

Ersten Theiles zweite Abtheilung.

Betrachtung der einfachen Werkzeuge in ihrem Gleichgewicht und ihrer Bewegung. Anweisung, wie dieselben zweckmäßig anzuwenden sind ꝛc.

Erstes Kapitel.

Ueber den Hebel.

Zweites Kapitel.

Drittes Kapitel.

Ueber die Rollen.

Zweites Kapitel.

Anwendungen der vorgetragenen Grundsätze, nach welchen die Dimensionen der einfachen Werkzeuge bestimmt werden.

Grundsätze der angewandten Werkzeugswissenschaft.

Ersten Theiles
erste Abtheilung,
enthaltend die allgemeinen Grundsätze der Werkzeugswissenschaft.

Erstes Kapitel.
Ueber die Lehre vom Gleichgewichte.

§. I.
Einleitung, vorläufige Bestimmungen u. s. w.

1) Wenn man die Wirkung oder die Verrichtung irgend einer Maschine ganz allgemein betrachtet, so wird man bemerken, daß dieselbe auf zweierlei Weise besteht; denn wenn manche Theile dazu dienen, um andere aufzuhalten, zu drücken u. s. w., so haben wieder andere Theile, welche bewegt werden, die Bestimmung, die Bewegung anderen Körpern mitzutheilen. Da nun die Wirkung zweifach ist, nämlich einen Druck oder eine Bewegung verursacht, so ver-

dienen die Grundsätze bekannt zu sein, vermöge welcher man diese Wirkungen erforschen und beurtheilen kann; denn ohne diese Kenntniß kann die Einrichtung und die Anwendung eines Werkzeuges nie richtig geschätzt werden. Diejenigen Grundsätze der Werkzeugswissenschaft, welche man vor allen Dingen kennen lernen muß, sind deßhalb die Gesetze, nach welchen das Gleichgewicht und die Bewegung Statt finden. Nur diejenigen Gesetze, welche für die Anwendung unentbehrlich sind, sollen hier ganz kurz erklärt werden.

2) Die Ursache des Drucks, der Erhaltung des Gleichgewichtes und der Bewegung ist dasjenige, was man Kraft nennt. Unter Kraft ist demnach alles zu verstehen, was Druck oder Bewegung zu erzeugen vermag. Die Ursache des Vermögens bei Menschen oder Thieren, Druck oder Bewegung zu erzeugen, ist eben Kraft; der Druck eines Gewichtes und einer gespannten Feder auf einen Körper hat Kraft zur Ursache; der Druck und der Stoß des Windes und des Wassers sind Kräfte; was durch das Ausströmen oder die Ausdehnung elastischer Flüssigkeiten, wie z. B. durch Wasserdämpfe, ausgeübt wird, ist die Wirkung einer Kraft u. s. w.

3) Um die Wirkung einer Kraft zu erforschen, müssen natürlich zwei Dinge bekannt sein: a) wie groß die Kraft ist; b) welche Richtung sie besitzt. Eine Kraft ist dann bestimmt, sobald ihre Größe und die Richtung, nach welcher sie wirkt, bestimmt sind.

Die Größe einer Kraft wird, um sich die Sache bequem vorzustellen, durch die Länge einer Linie A B Fig. 1 ausgedrückt; die Linie bestimmt auch zugleich die Richtung der Kraft.

Wenn z. B. ein Körper A in der Richtung von A nach B von einer Kraft gezogen wird, welche dem

Druck von 10 Pfund Gewicht gleichkommt, so gibt man der Linie AB eine Länge von 10 Theilen, z. B. von der Breite einer Linie, eines Zolles rc., und jeder Theil stellt dann ganz genau 1 Pfund vor.

4) Wenn ein Körper C Fig. 2 durch eine Kraft P von C nach A und durch eine gleiche Kraft P von C nach B, also in entgegengesetzter Richtung gezogen wird, so kann der Körper C weder vor-, noch rückwärts bewegt werden, sondern er bleibt in Ruhe, und die Kräfte AC und BC halten sich in diesem Falle, wie man sagt, das Gleichgewicht. Ein Körper bleibt im Gleichgewichte, wenn er nach zwei entgegengesetzten Richtungen durch gleich große Kräfte angezogen wird.

Der Arm eines Waagbalkens oder die an demselben befindliche Waagschaale werden niedergezogen, wenn man in die Waagschaale dieses Armes etwas Gewicht legt. Derselbe Arm wird wieder emporsteigen, sobald in die andere Waagschaale Gewicht gelegt wird. Sind nun beide Arme gleich lang, so wird 1 Pfund in der einen Waagschaale den Arm der Waage um eben so viel niederziehen, als er durch 1 Pfund in der anderen Waagschaale wieder emporgezogen wird. Legt man deßhalb in beide Schaalen gleiche Gewichte, so wird der gedachte Arm durch zwei gleiche Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen gezogen, und er bleibt deßhalb, wie auch die Erfahrung lehrt, im Gleichgewichte.

§. II.

Ueber das Gleichgewicht von Kräften, deren Richtungen in derselben Linie liegen.

5) Die Lehre vom Gleichgewichte sucht zu erforschen, wenn Gleichgewicht zwischen Kräften besteht, die in gewissen Richtungen auf irgend einen

Körper wirken, oder was diese Kräfte auf den Körper auszurichten vermögen, wenn sie gegenseitig kein Gleichgewicht bilden. Die verschiedenen Fälle, welche in diesem Betreff Statt finden können, findet man ganz natürlich, sobald man in Erwägung zieht, was Kräfte, welche in derselben, oder in verschiedenen Richtungen auf einen Körper wirken, auszurichten vermögen. Der einfachste Fall braucht blos hier erwähnt zu werden, nämlich, wenn einige Kräfte den Körper C Fig. 2 in derselben Richtung AC oder CA drücken oder ziehen, richten sie so viel, als eine Kraft aus, welche der Summe dieser Kräfte gleich ist. Dieses gilt eben so von Kräften, welche den Körper in der entgegengesetzten Richtung CB anziehen. Soll nun Gleichgewicht Statt finden, so muß die Summe der Kräfte AC gleich sein der Summe der Kräfte BC; ist dagegen AC größer oder kleiner, als BC, dann wird der Körper in der einen oder der andern Richtung AC, oder BC um so viel mehr gedrückt oder gezogen, um wie viel AC größer ist, als BC, oder um wie viel BC größer ist, als AC. Der Ueberschuß der Kräfte AC z. B. über die Kräfte BC ist dann allein die Kraft, welche wesentlich auf den Körper C wirkt, um ihn zu bewegen.

§. III.

Ueber die Zusammensetzung und das Gleichgewicht mehrerer Kräfte, welche in verschiedenen Richtungen auf denselben Punkt eines Körpers oder auch auf verschiedene Punkte wirken.

6) Zwei Kräfte AB und BC Fig. 3, welche in verschiedenen und nicht in entgegengesetzten Richtungen schräg auf einen Körper wirken, können, wie sich von selbst versteht, einander nicht das Gleichge-

anderen in Wirkung treten. Es trete z. B. BC zuerst in Wirkung, so führt diese Kraft den Körper in einer Secunde bis nach C; es trete alsdann AB in Wirkung und zwar in der Richtung CD, welche nun mit AB parallel laufen muß, so wird die Kraft AB den Körper in einer Secunde nach D bringen und derselbe einen Weg CD = AB zurücklegen. Dieser Punkt D bildet nun, weil AB und CD sich gleich sind und einander parallel laufen, den gegenüberliegenden Winkel des Parallelogrammes BACD. In diesen Winkel muß der Körper binnen einer Secunde gelangen, wenn beide Kräfte zugleich wirken; alsdann muß er aber nothwendig die mittlere Richtung BD verfolgen, die nicht anders als geradlinig sein kann, und zugleich auch die Diagonale BD des erwähnten Parallelogrammes bildet. Hieraus folgt nun:

a) Daß, wenn AB und BC die verschiedenen Größen und Richtungen von zwei Kräften darstellen, die Gesammtwirkung dieser Kräfte gleich ist der Wirkung einer einzelnen Kraft, deren Größe und Richtung durch die Diagonale AD des mit AB und BC beschriebenen Parallelogrammes ABCD ausgedrückt wird.

b) Daß, um den Kräften AB und BC durch eine dritte Kraft BE das Gleichgewicht zu halten, diese dritte Kraft die entgegengesetzte Richtung der Diagonale BD besitzen und derjenigen Kraft gleich sein muß, welche durch die Länge dieser Diagonale ausgedrückt wird.

Um sich nun durch einen Versuch von dieser [illegible]t zu überzeugen, hänge man an eine zarte [illegible] geringer Schwere, welche über zwei [illegible]llen A und B Fig. 4 geschlagen ist,

Druck von 10 Pfund Gewicht gleichkommt, so gibt man der Linie AB eine Länge von 10 Theilen, z. B. von der Breite einer Linie, eines Zolles ꝛc., und jeder Theil stellt dann ganz genau 1 Pfund vor.

4) Wenn ein Körper C Fig. 2 durch eine Kraft P von C nach A und durch eine gleiche Kraft P von C nach B, also in entgegengesetzter Richtung gezogen wird, so kann der Körper C weder vor-, noch rückwärts bewegt werden, sondern er bleibt in Ruhe, und die Kräfte AC und BC halten sich in diesem Falle, wie man sagt, das Gleichgewicht. Ein Körper bleibt im Gleichgewichte, wenn er nach zwei entgegengesetzten Richtungen durch gleich große Kräfte angezogen wird.

Der Arm eines Waagbalkens oder die an demselben befindliche Waagschaale werden niedergezogen, wenn man in die Waagschaale dieses Armes etwas Gewicht legt. Derselbe Arm wird wieder emporsteigen, sobald in die andere Waagschaale Gewicht gelegt wird. Sind nun beide Arme gleich lang, so wird 1 Pfund in der einen Waagschaale den Arm der Waage um eben so viel niederziehen, als er durch 1 Pfund in der anderen Waagschaale wieder emporgezogen wird. Legt man deßhalb in beide Schaalen gleiche Gewichte, so wird der gedachte Arm durch zwei gleiche Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen gezogen, und er bleibt deßhalb, wie auch die Erfahrung lehrt, im Gleichgewichte.

§. II.

Ueber das Gleichgewicht von Kräften, deren Richtungen in derselben Linie liegen.

5) Die Lehre vom Gleichgewichte sucht zu erforschen, wenn Gleichgewicht zwischen Kräften besteht, die in gewissen Richtungen auf irgend einen

Im Falle, daß die zusammensetzenden Kräfte gleich groß sind, sind auch die Seiten AB und BC Fig. 3 gleich lang; das Parallelogramm wird dann eine Raute, und die Richtung BD der zusammengesetzten Kraft läuft mitten durch den Winkel ABC der Kräfte; sie liegt also von beiden Kräften gleich weit ab, was in jedem anderen Falle Statt findet, indem nämlich die Richtung der zusammengesetzten Kraft immer der Richtung der größten von den zusammensetzenden Kräften zunächst liegt.

Die zusammengesetzte Kraft ist nicht allein an Größe verschieden, in dem Maße, wie die Größe der zusammensetzenden Kräfte sich ändert, sondern auch, wenn die Richtungen dieser Kräfte einen anderen Winkel mit einander bilden. Bei derselben Größe der zusammensetzenden Kräfte ist die zusammengesetzte Kraft um so größer, je kleiner der Winkel ABC ist, und um so kleiner, je größer der Winkel ABC ist. Wenn deßhalb die Richtungen AC und BC Fig. 5 der zusammensetzenden Kräfte einen sehr stumpfen Winkel ACB mit einander bilden, muß die Diagonale CD des Parallelogrammes ACBD sehr klein sein, und viel kleiner als eine der Seiten AC und BD. Ist nun ACB ein Seil oder ein Strick, welcher an zwei Punkten AB befestigt ist, so muß eine kleine Kraft CD, welche den Strick in gerader Linie nach aufwärts oder nach niederwärts zieht, an den Punkten A und B sehr große Spannungen hervorbringen, und zwar so große, wie sie durch die Seiten AC und BC des Parallelogrammes ausgedrückt werden, dessen Diagonale CD der kleinen Kraft proportional ist.

Man kann auf diese Weise mit wenig Kraft einen Körper ABba stark pressen oder zusammendrücken, wenn man an den beiden Enden Aa, Bb zwei unbiegsame Platten anbringt, alsdann die Plat-

ten durch zwei oder mehrere Seile ACB, acb mit einander verbindet (oder die Seile um die Platten herumschlägt) und diese Seile in der Mitte C und c des Körpers von letzterem abwärts zieht, wodurch die Enden Aa und Bb einander genähert und der Körper zusammengedrückt wird.

8) Nichts ist leichter, als die zusammengesetzte Kraft BD Fig. 3 von zwei Kräften AB und BC, deren Größe und Richtung bekannt sind, zu finden; man trägt für diesen Zweck blos zwei Linien AB und BC, welche mit einander den Winkel ABC bilden, der dem gegebenen Winkel der Richtungen gleich ist, aufs Papier; man nimmt die Linien nach einem Maßstabe gerade so lang, daß sie der Größe der Kräfte proportional werden. Man zeichnet AD parallel mit BC und CD parallel mit AB; wenn man alsdann die Länge der Diagonale BD mißt, so muß die Größe der zusammengesetzten Kraft ebenfalls dieser Länge proportional sein. In der Folge kommen hiervon eine Menge Beispiele vor.

Jede Kraft, durch eine Linie BD Fig. 6 ausgedrückt, kann als eine von zwei anderen Kräften zusammengesetzte Kraft betrachtet werden; die beiden zusammensetzenden Kräfte können jedoch, so lange keine näheren Bestimmungen vorliegen, an Zahl unendlich sein; denn auf BD können unendlich viele Dreiecke ABD, aBD u. s. w. beschrieben werden; mit diesen Dreiecken kann man eben so viele Parallelogrammen ABCD, aBcD bilden, welche die Linie BD zur gemeinschaftlichen Diagonale haben und jede Kraft BD kann also auf unendlich vielfache Weise zwei zusammensetzende Kräfte haben.

Die Theilung einer Kraft BD in zwei oder mehrere andere Kräfte wird **Zerlegung der Kräfte** genannt; sie ist das Entgegengesetzte von Zusammensetzung der Kräfte und macht mit letzterer die

Grundlage der meisten werkzeugswissenschaftlichen Betrachtungen aus. Wenn irgend eine Kraft zerlegt werden muß, so wird dabei die Art der Zerlegung immer angegeben, und dann ist es eben so wenig schwierig, diese Zerlegung auszuführen, als es leicht ist, zwei Kräfte zusammenzusetzen. Wenn z. B. irgend ein Körper ab Fig. 7 durch eine schräg auf denselben wirkende Kraft AB fortgeschoben wird und die Richtung AE verfolgt, so bewegt sich dieser Körper aufwärts in der senkrechten Richtung AF und auch zugleich nach der Seite in der Richtung Aa; wenn nun bestimmt werden soll, welche Kräfte es sind, die jede allein den Körper eben so weit aufwärts und seitwärts bewegen, als die einzelne Kraft AB, so ist damit nichts anderes verlangt, als AB in zwei Kräfte zu zerlegen, von denen die erste senkrecht auf ab, die andere aber längs ab wirkt. Man ziehe für diesen Zweck aus dem Punkte A die Linie AC, welche auf ab senkrecht steht; ferner aus dem Punkte B die Linie BC, parallel mit ab, und BD senkrecht auf ab, oder parallel mit AC; es müssen dann AC und AD die Größen der verlangten Kräfte ausdrücken. Durch AC wird die Bewegung aufwärts, durch AD die Bewegung seitwärts ausgeführt, und AD und AC sollen vereint dasselbe bewirken, wie AB allein.

9) Viele Kräfte OA, OB, OC, OD, Fig. 8, welche in verschiedenen Richtungen auf denselben Punkt O wirken, können nach derselben Regel, welche für den Fall von zwei Kräften aufgestellt worden ist, zu einer einzigen Kraft zusammengesetzt werden. Man setze für diesen Zweck AO und BO zu einer einzigen Kraft OE zusammen; ferner OE und die dritte Kraft OC zu einer einzigen Kraft OF; OF mit der vierten Kraft OD vereinigt, geben OP und diese ist alsdann die zusammengesetzte Kraft der 4

gegebenen Kräfte. OP, in der Richtung OP auf den Körper wirkend, hat eben so viel Effekt allein, als die 4 Kräfte, welche in verschiedenen Richtungen wirken (und zum Theil ihre Wirkungen gegenseitig aufheben) zusammengenommen. Wenn die gegebenen Kräfte im Punkte O sich nicht das Gleichgewicht halten, so wird eine Kraft OQ, welche der zusammengesetzten Kraft OP gleich ist und gerade in der entgegengesetzten Richtung wirkt, den 4 gegebenen Kräften das Gleichgewicht halten.

Wenn viele Kräfte OA, OB u. s. w. Fig. 8 auf einen gewissen Punkt O wirken, so wird immer unter den drei folgenden Umständen Gleichgewicht eintreten:

a) Wenn die Kräfte sämmtlich in derselben ebenen Fläche liegen;

b) wenn sie alle gleich groß sind;

c) wenn die Richtungen derselben um den Punkt O herum gleiche Winkel AOP, BOG u. s. w. mit einander bilden.

Die Kräfte müssen also, was ihre Größe und Richtung anlangt, ausgedruckt sein durch die Radien eines regelmäßigen Vielecks Fig. 9.

Wenn man ein regelmäßiges Vieleck von einer geraden Anzahl Seiten zeichnet, so müssen sich immer zwei gleiche Kräfte gegenüber liegen, welche dadurch einander aufheben. In solchen Fällen ist der Satz ganz einleuchtend; er gilt aber auch für regelmäßige Fünfecke, Siebenecke, Neunecke u. s. w., die eine ungleiche Anzahl von Seiten und Radien haben. Man kann sich davon überzeugen, wenn man diese besonderen Fälle durch eine genaue Construction ausführt und die Kräfte je zwei und zwei zusammensetzt; man stößt dann jederzeit auf zwei gleiche und entgegengesetzte Kräfte, welche natürlich das Gleichgewicht herstellen.

10) Dieser Satz findet seine Erläuterung und Anwendung durch das Ziehen eines Rammklotzes mittelst vieler Stricke AC, AD u. s. w., welche alle an demselben Punkte A des Seiles AB Fig. 10 befestigt sind. Das Seil AB läuft über eine feste Leitrolle und es hängt an demselben der Rammklotz. Das Seil muß in der Richtung von B nach A niederwärts gezogen werden, ohne viel seitwärts zu wanken, wodurch, wie leicht begreiflich ist, der Effekt derjenigen, welche ziehen, vermindert werden würde. Man verlängere die Richtung BA niederwärts und zerlege die Zugkraft AC, welche in der Richtung des Strickes AC wirkt, in zwei andere Kräfte Aa und Ab, von denen die erste Aa in der Richtung des Seiles AB, die zweite aber in einer Richtung wirkt, welche mit ersterer einen rechten Winkel bildet. Aa drückt auf diese Weise aus, wie viel Kraft der Zieher eigentlich anwendet, um den Rammklotz emporzuziehen; Ab drückt den Theil seiner Kraft aus, welcher wegen des Ziehens in schräger Richtung AC angewendet wird, um das Seil AB nach der Seite zu ziehen. Die anderen Zieher bringen eine Wirkung hervor und daraus entstehen denn eine Menge Kräfte Ab um den Punkt A herum, welche alle dahin streben, diesen Punkt des Seiles, an welchem der Rammklotz hängt, seitwärts zu bewegen; soll dieses nun nicht Statt finden, so müssen die sämmtlichen Kräfte gleich sein, und gleiche Winkel mit einander bilden, ganz so wie Fig. 9. Hieraus läßt sich nun folgern: daß bei gleichen Kräften der das Ziehen ausübenden Personen der Rammklotz mit der wenigsten Unregelmäßigkeit in Bewegung gesetzt wird, sobald die Zieher in den Ecken eines regelmäßigen Vieleckes stehen, dessen Mittelpunkt eine Verlängerung des Seiles AB

bis auf den Boden bildet. Hierbei wird jedoch vorausgesetzt, daß das Seil AB in gerader Richtung niederwärts bewegt wird; sollte es jedoch Umstände halber in schräger Richtung gezogen werden müssen, so müssen die Zieher einen etwas anderen Stand nehmen, wiewohl man sich in der Praxis meistentheils an das regelmäßige Vieleck halten kann.

Der schräge Zug AC ist schuld daran, daß der Zieher nur den Theil Aa seiner Kraft zum Heben des Klotzes verwenden kann; könnte er gerade unter dem Knoten A in der Richtung BAa niederwärts ziehen, so würde er im Stande sein, seine volle Kraft aufs Heben zu verwenden. Dieses kann jedoch nicht geschehen, weil viele Zieher angestellt sind. Aber dennoch wird er mit einem desto größeren Theile seiner Kraft wirken können, je näher er an die Richtung Aa gestellt ist oder mit anderen Worten, je näher die Richtung AC seines Strickes der Richtung Aa liegt. Und hieraus folgt denn nun ferner: daß die Zieher mit desto weniger Verlust an Kraft den Rammklotz emporheben werden, je dichter sie neben einander stehen, und folglich dem Mittelpunkte des Vielecks sich genähert haben.

Damit die Arbeiter ihr volles Vermögen aufs Heben verwenden können, d. h. um sie an Stricken anzustellen, die nicht in schräger, sondern in senkrechter Richtung niederwärts gezogen werden, hat man dem Klotz in manchen Fällen folgende Einrichtung gegeben. Der Klotz B: Fig. 11 hängt an einem starken Seil, welches über ein Rad A von Gußeisen mit einer glatten Hohlkehle läuft (dieses Rad muß den Durchmesser so groß wie möglich haben); am anderen Ende ist am Knoten C mittelst der schrägen Stricke DC, EC, die sämmtlich in gleichen Abständen angebracht sind, ein horizon-

10) Dieser Satz findet seine Erläuterung und Anwendung durch das Ziehen eines Rammklotzes mittelst vieler Stricke AC, AD u. s. w., welche alle an demselben Punkte A des Seiles AB Fig. 10 befestigt sind. Das Seil AB läuft über eine feste Leitrolle und es hängt an demselben der Rammklotz. Das Seil muß in der Richtung von B nach A niederwärts gezogen werden, ohne viel seitwärts zu wanken, wodurch, wie leicht begreiflich ist, der Effekt derjenigen, welche ziehen, vermindert werden würde. Man verlängere die Richtung BA niederwärts und zerlege die Zugkraft AC, welche in der Richtung des Strickes AC wirkt, in zwei andere Kräfte Aa und Ab, von denen die erste Aa in der Richtung des Seiles AB, die zweite aber in einer Richtung wirkt, welche mit ersterer einen rechten Winkel bildet. Aa drückt auf diese Weise aus, wie viel Kraft der Zieher eigentlich anwendet, um den Rammklotz emporzuziehen; Ab drückt den Theil seiner Kraft aus, welcher wegen des Ziehens in schräger Richtung AC angewendet wird, um das Seil AB nach der Seite zu ziehen. Die anderen Zieher bringen eine Wirkung hervor und daraus entstehen denn eine Menge Kräfte Ab um den Punkt A herum, welche alle dahin streben, diesen Punkt des Seiles, an welchem der Rammklotz hängt, seitwärts zu bewegen; soll dieses nun nicht Statt finden, so müssen die sämmtlichen Kräfte gleich sein, und gleiche Winkel mit einander bilden, ganz so wie Fig. 9. Hieraus läßt sich nun folgern: daß bei gleichen Kräften der das Ziehen ausübenden Personen der Rammklotz mit der wenigsten Unregelmäßigkeit in Bewegung gesetzt wird, sobald die Zieher in den Ecken eines regelmäßigen Vieleckes stehen, dessen Mittelpunkt eine Verlängerung des Seiles AB

bis auf den Boden bildet. Hierbei wird jedoch vorausgesetzt, daß das Seil AB in gerader Richtung niederwärts bewegt wird; sollte es jedoch Umstände halber in schräger Richtung gezogen werden müssen, so müssen die Zieher einen etwas anderen Stand nehmen, wiewohl man sich in der Praxis meistentheils an das regelmäßige Vieleck halten kann.

Der schräge Zug AC ist schuld daran, daß der Zieher nur den Theil Aa seiner Kraft zum Heben des Klotzes verwenden kann; könnte er gerade unter dem Knoten A in der Richtung BAa niederwärts ziehen, so würde er im Stande sein, seine volle Kraft aufs Heben zu verwenden. Dieses kann jedoch nicht geschehen, weil viele Zieher angestellt sind. Aber dennoch wird er mit einem desto größeren Theile seiner Kraft wirken können, je näher er an die Richtung Aa gestellt ist oder mit anderen Worten, je näher die Richtung AC seines Strickes der Richtung Aa liegt. Und hieraus folgt denn nun ferner: daß die Zieher mit desto weniger Verlust an Kraft den Rammklotz emporheben werden, je dichter sie neben einander stehen, und folglich dem Mittelpunkte des Vielecks sich genähert haben.

Damit die Arbeiter ihr volles Vermögen aufs Heben verwenden können, d. h. um sie an Stricken anzustellen, die nicht in schräger, sondern in senkrechter Richtung niederwärts gezogen werden, hat man dem Klotz in manchen Fällen folgende Einrichtung gegeben. Der Klotz B: Fig. 11 hängt an einem starken Seil, welches über ein Rad A von Gußeisen mit einer glatten Hohlkehle läuft (dieses Rad muß den Durchmesser so groß wie möglich haben); am anderen Ende ist am Knoten C mittelst der schrägen Stricke DC, EC, die sämmtlich in gleichen Abständen angebracht sind, ein horizon-

z. B. zwei Gewichte, welche an den Schnuren AB und CD hängen; diese Gewichte als Kräfte betrachtet, hängen beide lothrecht niederwärts und haben deßhalb parallele Richtungen. Statt dieser zwei Gewichte kann natürlich ein Gewicht angehängt werden, welches dieselbe Wirkung äußert, als die beiden Gewichte zusammengenommen, und es entsteht nun die Frage:

a) Wie groß ist dieses Gewicht (oder diese zusammengesetzte Kraft)?

b) Welches ist die Richtung dieser zusammengesetzten Kraft?

c) Auf welchen Punkt muß die Richtung der zusammengesetzten Kraft fallen?

Da beide Gewichte oder Kräfte nach derselben Richtung wirken, so müssen sie, wenn auch die Richtungen nicht in einander fallen, dennoch eben so viel ausrichten, als ob die Richtungen in derselben Linie gelegen wären, sobald sie nur parallel laufen.

Dieses lehrt auch die Erfahrung; denn wenn z. B. eine Last durch zwei Menschen fortgezogen wird, so nimmt man allgemein an, daß es ganz gleich sei, ob die beiden Menschen an einem Seile ziehen oder an zwei Seilen, sobald sie nur nach derselben Richtung ziehen, und auch die Richtungen der Seile parallel laufen.

Deßhalb muß in diesem Fall ein Gewicht oder eine Kraft, welche der Summe von zwei anderen gleich ist, eben so viel ausrichten, als die beiden Gewichte oder Kräfte, und folglich die zusammengesetzte Kraft derselben sein. Wenn nun das erste Gewicht 10 Pfund und das zweite 7 Pfund beträgt, so müssen die Wirkungen derselben gleich sein derjenigen eines Gewichtes von 10 + 7 = 17 Pfund.

Die Richtung dieses einzigen Gewichtes läuft ebenfalls senkrecht niederwärts und demnach den Richtungen der beiden zusammengesetzten Kräfte parallel; es ist auch gar kein Grund vorhanden, warum die Richtung der zusammengesetzten Kraft den Richtungen der zusammensetzenden Kräfte nicht parallel sollte sein.

Es ist nun bekannt, a) daß die zusammengesetzte Kraft FG der beiden parallelen Kräfte AB und CD gleich sein muß der Summe der zusammensetzenden Kräfte (FG = AB + CD); b) daß die Richtung der zusammengesetzten Kraft mit der Richtung der Kräfte AB und CD parallel laufen müsse. Es muß nun noch gefuuden werden, auf welchen Punkt FG fallen, d. h. welchen Abstand von den Richtungen AB und CD haben müsse. Für diesen Zweck nehme man an, daß AB und CD nach derselben Seite, nämlich beide niederwärts oder beide aufwärts, gerichtet sind, und unterscheide zwei Fälle: a) Ob die Kräfte AB und CD sich gleich, b) ob sie ungleich sind.

Erster Fall. Es sei AC ein geradliniger Körper, an dessen äußersten Enden A und C gleich große Gewichte B und D hängen; wenn nun dieser Körper in seiner Mitte F aufgehangen wird, so muß er, gleich einer mit gleich schweren Gewichten belasteten Waage, im Gleichgewichte stehen. Daraus leuchtet nun ein, daß die Richtung FG von zwei gleichen und parallelen Kräften AB und CD, welche nach derselben Seite ziehen, gerade gleich weit von den Richtungen AB und CD entfernt sei, also in die Mitte zwischen A und C fällt.

That die Größe und genaue Richtung der Kraft, welche den zwei gegebenen Kräften das Gleichgewicht hält; denn wenn man annimmt, daß die Fig. 13 und 14 gefundenen zusammengesetzten Kräfte FG und CG in den entgegengesetzten Richtungen FE und CD wirken, so müssen sie den Körper eben so sehr aufwärts ziehen, als derselbe durch die Kräfte AB und CD, oder Q und P niederwärts gezogen wird; es muß deßhalb Gleichgewicht eintreten.

Aus obigen Erläuterungen ergibt sich nun Folgendes:

a) Die zusammengesetzte Kraft, oder diejenige Kraft, welche zwei parallelen, nach derselben Seite wirkenden Kräften P und Q das Gleichgewicht hält, ist $= P + Q$.

b) Die Richtung der zusammengesetzten Kraft läuft mit den Richtungen von P und Q parallel, und ist diesen Richtungen entgegengesetzt, wenn sie ihnen das Gleichgewicht halten soll.

c) Ist der Abstand von zwei gegebenen Kräften P und Q im umgekehrten Verhältnisse ihrer Größen vertheilt, so muß die Richtung der zusammmengesetzten oder das Gleichgewicht herstellenden Kraft durch diesen Theilungspunkt laufen.

13) Hierdurch kann man nun auch a) die zusammengesetzte Kraft vieler parallelen Kräfte finden, was zum Verständniß des folgenden §. von größter Wichtigkeit ist; b) diejenige Kraft sowohl der Größe, als der Richtung nach bestimmen, welche zwei anderen Kräften, die nicht nach derselben Seite wirken, das Gleichgewicht hält. Diesen Fall wollen wir jetzt näher erwägen.

Es sei P, Fig. 15, eine Kraft, welche AB *aufwärts*, und Q eine andere Kraft, welche AB in der

Richtung AQ, welche mit der Richtung BP parallel läuft, niederwärts zieht. Wenn nun Q größer ist als P, so wird AB niederwärts bewegt, und um das Gleichgewicht herzustellen, muß also eine Kraft R hinzugefügt werden, welche den Körper eben so sehr aufwärts zieht, als derselbe durch den Ueberschuß der Kraft Q über P niederwärts geführt wird. Die Größe der zusammengesetzten Kraft ist also hier $= Q - P$ (während sie $= Q + P$ ist, wenn die beiden Kräfte P und Q nach derselben Seite wirken); sie wirkt ferner eben so gut wie P aufwärts, und in paralleler Richtung mit P und Q. Endlich ist es begreiflich, daß R an der Seite AC der Kraft Q und nicht zwischen Q und P wirken müsse. Dadurch bekommt nun die Figur das Ansehen einer umgekehrten Waage mit ungleichen Armen AB und AC, so daß des Gleichgewichts halber die Abstände AB und AC sich umgekehrt zu einander verhalten müssen, wie die Kräfte R und P (es ist alsdann Q die das Gleichgewicht herstellende Kraft zwischen P und R). Nun ist AB bekannt und AC unbekannt, folglich $AC = x$ zu setzen und daraus ergibt sich die Proportion:

$$R : P = AB : x;$$

aber $R = Q - P$ und deßhalb

$$Q - P : P = AB : x.$$

Um deßhalb den Abstand $AC = x$ zu finden, muß man zu $Q - P$, P und AB eine vierte Proportionalgröße berechnen oder construiren. Es sei $P = 5$ ℔, $Q = 9$ ℔ und der Abstand $AB = 18$ Zoll, so ist

a) die Größe der zusammengesetzten Kraft $R = Q - P = 9 - 5 = 4$.

b) Man bekommt nun aus obiger Proportion

$$4 : 5 = 18 : x$$

die Gleichung

$$x = \frac{5 \times 18}{4} = \frac{5 \times 9}{2} = \frac{45}{2} = 22\frac{1}{2};$$

ein Gewicht von 4 ℔, welches parallel mit BP aufwärts zieht und $22\frac{1}{2}$ Zoll Abstand nach links vom Punkte A hat, muß sonach mit den Gewichten von 9 und 5 ℔ das Gleichgewicht herstellen.

Wenn die Kräfte P und Q gleich sind, und den Körper AB nach entgegengesetzten Richtungen ziehen, kann keine dritte Kraft mit denselben das Gleichgewicht herstellen; denn die dritte Kraft, welche den Unterschied von P und Q ausmachen muß, ist = 0, weil P = Q ist. In diesem merkwürdigen Falle gibt es nun keine das Gleichgewicht herstellende Kraft. Dieses findet z. B. auf eine gleichförmige Weise bei einem Hebel AB Fig. 16 Statt, welcher sich in der Mitte C um eine Achse drehen kann. Wenn hier eine Kraft Q an dem Ende A niederwärts zieht, und am Ende B eine gleiche Kraft wirkt, so kann diese das Gleichgewicht herstellen, sobald sie in der Richtung BD niederwärts zieht; aber nie wird sie das Gleichgewicht herstellen, wenn sie in der Richtung BP aufwärts zieht. Alsdann befördert sie vielmehr mit der anderen Kraft die Umdrehung des Hebels.

14) Wenn nun viele parallele Kräfte P, Q, R, S, T u. s. w. Fig. 17 gegeben sind, welche auf die bestimmten Punkte A, B, C, D, E eines Körpers wirken, so kann man die zusammengesetzte parallele Kraft derselben auf folgende bequeme Weise finden.

Man vereinige die Punkte A und B durch die Linie AB; man theile diese Linie im Punkte a im umgekehrten Verhältnisse der Kräfte P und Q; dann ist erstens a der Verbindungspunkt; zweitens ap parallel mit AP laufend, der Richtung der zusam-

mengesetzten Kraft und drittens P + Q die Größe der zusammengesetzten Kraft von P und Q. Man vereinige nun den Punkt a mit dem Punkte C der dritten Kraft, und indem man auf diese Weise die Kräfte p = P + Q und R vereinigt, wird P + Q + R die zusammengesetzte Kraft bq sein, welche auf b in der Richtung bq wirkt und so gelegen ist, daß die Theile der Linie aC sich umgekehrt verhalten, wie die Kräfte R und P + Q; diese neue Kraft bq ist nun die zusammengesetzte Kraft der drei Kräfte AP, BQ und CR, oder P, Q und R, und kann also die Stelle der drei Kräfte einnehmen. Man verbinde sie wiederum mit der Kraft DS = S zu einer einzigen Kraft cr, welche = P + Q + R + S sein, und deren Richtung cr den Abstand der Richtungen bq und DS im umgekehrten Verhältnisse der Kräfte S und P + Q + R theilen muß. Die fünfte Kraft T wirkt in einer entgegengesetzten Richtung ET (nämlich aufwärts und nicht niederwärts, wie die vorhergehenden Kräfte); nimmt man nun an, T sei größer als P + Q + R + S, dann muß die zusammengesetzte Kraft rechts von E angefügt werden; sie wird sein = T — (P + Q + R + S) und kann nach Art. 13 auf die Weise gefunden werden, daß man zu T — (P + Q + R + S), P + Q + R + S und cE eine vierte Proportionalgröße Ed sucht; der Punkt d wird dann der Anfügungspunkt der zusammengesetzten Kraft dt sein, welche wegen des Kraftüberschusses von T über P + Q + R + S aufwärts wirken muß, während ds = dt eben so, wie cr niederwärts wirkend, die das Gleichgewicht herstellende Kraft der gegebenen parallelen Kräfte sein muß.

15) Vielleicht fragt man, warum bei Aufsuchung der aus P und Q zusammengesetzten Kraft die Linie

AB, welche die Punkte A und B vereinigt und die Linien AP und BQ unter spitzen Winkeln schneidet, im umgekehrten Verhältnisse von P und Q getheilt worden sei, und warum nicht nach Art. 12 die Theilung auf der Linie Be ausgeführt worden ist, welche beide Richtungen AP und BQ senkrecht schneidet und den wahren Abstand dieser Richtungen ausdrückt. Der Grund hiervon ist einfach: angenommen die senkrechte Linie Be sei in f im umgekehrten Verhältnisse von P und Q getheilt, und af laufe übrigens parallel mit AP, so ist nach geometrischen Grundsätzen

$$Bf : Fe = aB : aA.$$

Deßhalb ist sicherlich AB im Punkte a immer auch im umgekehrten Verhältnisse der Kräfte P und Q getheilt, und sonach ist es in der Ausführung bequemer, obschon übrigens ganz gleich, die Linie AB statt der senkrechten Linie Bfe nach dem umgekehrten Verhältnisse u. s. w. zu theilen.

Aus der Art und Weise, wie die zusammengesetzte Kraft mehrerer parallelen Kräfte gefunden wird, ergibt sich auch ferner:

a) Daß, wenn alle Kräfte dieselbe Richtung besitzen, die zusammengesetzte Kraft gleich ist der Summe der zusammensetzenden Kräfte, oder

b) der Differenz derselben gleich ist, wenn die Kräfte nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind. Es wirkt dann die zusammengesetzte Kraft natürlich nach derjenigen Seite hin, wo bereits die größte Wirkung Statt findet, und die das Gleichgewicht herstellende Kraft nach derjenigen Seite hin, wo die Gesammtkräfte schwächer sind.

§. V.

Ueber den Schwerpunkt u. s. w.

16) Jeder schwere Körper kann an einem Punkt unterstützt werden, daß er sich vollkommen im Gleichgewichte befindet, und dann nicht mehr das Streben besitzt, sich nach irgend einer Seite hin um diesen Punkt herum zu drehen. Dieser Punkt heißt der Schwerpunkt, weil die ganze Schwere eines Körpers durch denselben unterstützt wird.

Die Erfahrung lehrt, daß alle Körper, welche schwer sind und durch keine Ursache, wie z. B. den Widerstand der Luft oder auf andere Weise verhindert werden, niederzufallen, in einer geraden Linie niederfallen, und zwar in einer Linie, welche auf dem Wasserspiegel lothrecht steht. Diese Linie heißt die Vertikallinie. Ein freifallender Körper fällt sonach immer in der Vertikallinie.

Wenn nun ein Körper A, B, C, D, Fig. 18, an einem festen Punkt A lothrecht aufgehangen wird, dergestalt, daß der Schwerpunkt Z dieses Körpers außer dem Aufhängungspunkt A fällt, so kann dieser Körper nicht fallen, wohl aber um den Punkt A herum schwingen. Da nun der Schwerpunkt als derjenige Punkt anzusehen ist, um welchen herum alle Theile des Körpers sich im Gleichgewichte befinden, oder um welchen herum benannte Theile einander das Gleichgewichte halten, so muß, wenn man durch den Schwerpunkt Z eine vertikale oder senkrechte Linie mn, oder auch eine vertikale Fläche zieht, der Körper in zwei Hälften getheilt werden, die nothwendig gleiche Schwere besitzen; die Hälfte mADCn wiegt deßhalb eben so viel, als die Hälfte mBn; und hieraus folgt, daß, wenn man durch den Aufhängungspunkt A eine vertikale Fläche AV fallen läßt, der Theil AmBnV schwerer sein müsse,

als der Theil ADCV, welcher an der anderen Seite der Vertikallinie AV liegt. Der Körper muß sich deßhalb wegen der größeren Schwere des ersten Theiles um den Punkt A niederwärts drehen; dieses Drehen oder Schwanken muß einmal aufhören, und der Körper muß endlich in Ruhe kommen, was dem Vorausgeschickten zufolge dann eintreten wird, wenn der auf der rechten Seite von AV gelegene Theil des Körpers eben so viel wiegt, als der auf der linken Seite von dieser Linie liegende Theil; denn alsdann findet auf keiner Seite ein Uebergewicht Statt, welches eine Drehung veranlassen könnte. Hängt also der Körper in der Lage Abcd in Ruhe, dann muß auch der Schwerpunkt Z nach z verrückt sein, und zwar in die Richtung der Vertikallinie AV. Wenn deßhalb ein Körper außer seinem Schwerpunkt in Ruhe hängt, so muß der Schwerpunkt in der Vertikallinie liegen, welche sich aus seinem Aufhängungspunkte ziehen läßt; und daraus ergibt sich, wie der Schwerpunkt an einem Körper mechanisch zu bestimmen ist.

Der Körper soll, wie Fig. 19, unregelmäßig viereckig sein, und von sehr geringer, doch gleicher Dicke; man hänge denselben an einem Punkt A auf, welcher am Umfange des Körpers liegt und natürlich nicht durch den Schwerpunkt läuft; man lasse mittelst eines Bleilothes vom Punkt A aus die Vertikallinie AV bezeichnen und trage sie auf die Oberfläche des Körpers; der Schwerpunkt wird alsdann in der Vertikallinie AV liegen. Man hänge den Körper nun an einem anderen Punkt B auf und verfahre eben so, wie vorher, so wird der Schwerpunkt in der senkrechten Linie BW liegen müssen, und er kann sonach in keinem anderen Punkt, als in Z liegen; wo die beiden Linien AV und BW einander schneiden. Wenn die Dicke des Körpers

überall dieselbe ist, liegt der Schwerpunkt eigentlich in der Hälfte dieser Dicke, d. h. in der Hälfte der Linie, welche aus Z senkrecht durch die Fläche ABVW gezogen wird.

Die Kenntniß dieses Verfahrens ist in vielen vorkommenden Fällen äußerst nützlich; da es jedoch zur Bestimmung der Schwerpunkte verschiedener Körper genauere Regeln gibt, so würde es nutzlos sein, bei diesem Verfahren umständlicher zu verweilen.

17) Um genau die Stelle für den Schwerpunkt eines Körpers zu bestimmen, muß man zuvor die Schwerpunkte ebener Figuren auffinden können, doch ist es in der Werkzeugswissenschaft von großem Belang, sich zuvor von der Wahrheit des folgenden allgemeinen Satzes zu überzeugen:

Wenn man sich die ganze Schwere eines Körpers in seinem Schwerpunkte vereinigt vorstellt, so muß die daraus hervorgehende Wirkung gleich sein der Wirkung der Schwere aller Theile des Körpers zusammengenommen.

Es sei z. B. GSA Fig. 20 ein Körper, welcher sich um den festen Punkt S drehen kann, und ein schwerer Körper z. B. ein bleierner Würfel ABCD, welcher auf das äußerste Ende des Körpers gelegt wird, soll die Drehung desselben verursachen. Der Würfel nimmt am Ende von GSA die Länge AB ein, folglich wird jeder Punkt von A bis B gedrückt. Theilt man AB nun in 8 gleiche Theile, so wird jeder Theil von $\frac{1}{8}$ des Gewichtes des Würfels gedrückt werden, und man kann demnach annehmen, daß an AB in gleichen Abständen 8 gleiche Gewichte hängen; diese geben gleichsam 8 parallele Kräfte ab; ihre zusammengesetzte Kraft ist nach Art. 15 (da sie alle nach derselben Richtung

wirken) gleich der Summe derselben, d. i. gleich dem ganzen Gewichte des Würfels; die Richtung der zusammengesetzten Kraft muß also mitten durch die Länge AB laufen, welche in 8 gleiche Theile getheilt ist, und diese Richtung muß auch mit der Vertikallinie zusammenfallen, welche durch den Schwerpunkt des Würfels läuft; denn, wenn man einen Würfel in der Hälfte von zwei einander gegenüberliegenden Seiten in zwei Stücke schneidet, so sind diese Stücke gleich groß und gleich schwer, wenn der Würfel überall aus demselben Stoffe besteht; folglich muß der Schwerpunkt in der Richtung dieses Schnittes liegen, und deßhalb muß ein Gewicht P von gleicher Schwere mit dem Würfel und aufgehangen an einem Punkte E, welcher in der Vertikallinie ZE liegt, die aus dem Schwerpunkt Z gezogen ist, dieselbe Wirkung auf den Körper AS äußern, als der Würfel, welcher nicht auf einen einzigen Punkt des Körpers, sondern auf eine Länge AB drückt. Auf diese Weise ist die ganze Schwere des Würfels so zu sagen in dem einzigen Punkte Z vereinigt.

Für Körper von anderer Form ist der Satz von gleicher Giltigkeit.

18) Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt im Mittelpunkte derselben. Auch läßt sich leicht begreifen, daß der Schwerpunkt regelmäßiger Figuren ebenfalls auf eine regelmäßige Weise innerhalb der Figuren liegen müsse. Der Schwerpunkt eines Parallelogrammes, oder eines Quadrates liegt also im Durchschnittspunkte der Diagonalen; derjenige eines Kreises oder einer Ellipse liegt im Mittelpunkte dieser Figuren; regelmäßige Dreiecke, Fünfecke und Vielecke haben deßhalb den Schwerpunkt im Mittelpunkte der in denselben oder um dieselben beschriebenen Kreise ꝛc.

Es kommt deßhalb nur darauf an, den Schwerpunkt unregelmäßiger Figuren zu finden.

Der Schwerpunkt eines unregelmäßigen Dreiecks ABC, Fig. 21, wird auf folgende Weise gefunden:

Man ziehe aus der obersten Spitze C des Dreiecks nach dem Mittelpunkt D der gegenüber liegenden Seite AB die Linie CD. Diese Linie theilt nach geometrischen Grundsätzen das Dreieck in zwei gleiche Theile ADC und BDC, die deßhalb (obschon auf eine uneigentliche Weise) als gleich schwer betrachtet werden können. Deßhalb liegt der Schwerpunkt des Dreiecks nothwendig in der Linie CD. Man ziehe nun aus einem anderen Winkel A des Dreiecks nach dem Mittelpunkt E der gegenüber liegenden Seite BC eine Linie AE, so muß aus denselben Gründen der Schwerpunkt auch in der Linie AE liegen, und da nun beide Linien CD und AE nur den Durchschnittspunkt Z mit einander gemein haben, so muß in diesem Punkte der Schwerpunkt des Dreiecks liegen.

Der Abstand ZD oder ZE des Schwerpunktes eines Dreiecks bis zum Mittelpunkte der Seite AB oder BC ist gleich dem dritten Theile der Linie CD oder AE, die aus dem Mittelpunkte von AB oder BC nach dem gegenüber liegenden Winkel gezogen worden ist.

Denn weil AD = BD und BE = CE ist, so muß die Linie DE der Seite AC des Dreiecks parallel sein; da EF parallel mit AB gezogen worden ist, so muß DE = AF sein; aber AF muß = CF sein, weil BE = CE ist (nach geometrischen Grundsätzen). Es ist folglich DE = $\frac{1}{2}$ AC; da nun die Dreiecke AZC und ZDE einander ähnlich sind, so muß auch ZD die Hälfte sein von ZC,

wirken) gleich der Summe derselben, d. i. gleich dem ganzen Gewichte des Würfels; die Richtung der zusammengesetzten Kraft muß also mitten durch die Länge AB laufen, welche in 8 gleiche Theile getheilt ist, und diese Richtung muß auch mit der Vertikallinie zusammenfallen, welche durch den Schwerpunkt des Würfels läuft; denn, wenn man einen Würfel in der Hälfte von zwei einander gegenüberliegenden Seiten in zwei Stücke schneidet, so sind diese Stücke gleich groß und gleich schwer, wenn der Würfel überall aus demselben Stoffe besteht; folglich muß der Schwerpunkt in der Richtung dieses Schnittes liegen, und deßhalb muß ein Gewicht P von gleicher Schwere mit dem Würfel und aufgehangen an einem Punkte E, welcher in der Vertikallinie ZE liegt, die aus dem Schwerpunkt Z gezogen ist, dieselbe Wirkung auf den Körper AS äußern, als der Würfel, welcher nicht auf einen einzigen Punkt des Körpers, sondern auf eine Länge AB drückt. Auf diese Weise ist die ganze Schwere des Würfels so zu sagen in dem einzigen Punkte Z vereinigt.

Für Körper von anderer Form ist der Satz von gleicher Giltigkeit.

18) Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt im Mittelpunkte derselben. Auch läßt sich leicht begreifen, daß der Schwerpunkt regelmäßiger Figuren ebenfalls auf eine regelmäßige Weise innerhalb der Figuren liegen müsse. Der Schwerpunkt eines Parallelogrammes, oder eines Quadrates liegt also im Durchschnittspunkte der Diagonalen; derjenige eines Kreises oder einer Ellipse liegt im Mittelpunkte dieser Figuren; regelmäßige Dreiecke, Fünfecke und Vielecke haben deßhalb den Schwerpunkt im Mittelpunkte der in denselben oder um dieselben beschriebenen Kreise rc.

vereinigt wären, und nun läuft das Auffinden des Schwerpunktes des Viereckes blos darauf hinaus, den Schwerpunkt von zwei Gewichten P und Q zu finden, welche dem Inhalte der Dreiecke proportional sind, und in deren Schwerpunkten Z und Z' hängen. Dieses läuft aber wiederum darauf hinaus, den Punkt der zusammengesetzten Kraft zweier parallelen Kräfte ZP und Z'Q zu finden, welche nach § IV. durch die Linie ZZ' im Punkte Z gefunden wird, wenn erstere im umgekehrten Verhältnisse von P und Q getheilt wird. Das Auffinden des Schwerpunktes ist auf diese Weise nichts anderes, als den Anfügungspunkt der zusammengesetzten Kraft mehrerer parallelen Kräfte zu finden.

Um nun den Schwerpunkt eines Viereckes zu finden, muß man die Linie ZZ', welche die Schwerpunkte der Dreiecke ABD und BCD vereinigt, im umgekehrten Verhältnisse des Inhaltes dieser Dreiecke theilen.

b) Man kann diesen Schwerpunkt auch finden, ohne den Inhalt der Dreiecke zu berechnen, nämlich ganz und gar durch geometrische Construction. Denn nachdem die Schwerpunkte Z und Z' der erwähnten Dreiecke bestimmt sind, leuchtet es ein, daß der verlangte Schwerpunkt in der Linie ZZ' liegen müsse. Man ziehe nun eine andere Diagonallinie AC; diese zerlegt das Dreieck abermals in zwei andere Dreiecke ACD und ABC. Sind die Schwerpunkte V und V dieser Dreiecke bestimmt, so ist es auch wiederum klar, daß der Schwerpunkt des Vierecks in der Linie VV' liegen müsse; und deßhalb muß der Punkt z, wo VV' und ZZ' einander schneiden, der Schwerpunkt des Viereckes sein.

Eine dieser Verfahrungsarten läßt sich jederzeit anwenden, um den Schwerpunkt des Fünfeckes,

und ZE die Hälfte von AZ weil $DE = \frac{1}{2} AC$ ist. Deßhalb

$$ZC = 2ZD$$

hierzu addirt $ZD = ZD$,

so ist $ZC + ZD = CD = 3ZD$ oder $ZD = \frac{1}{3} CD$.

19) Hierdurch ist man im Stande, den Schwerpunkt aller unregelmäßigen, von geraden Linien begrenzten Figuren sehr leicht zu bestimmen und dieses kann auf zweierlei Weise bewerkstelligt werden.

a) Es sei z. B. das Viereck ABCD Fig. 22 gegeben, so theile man dasselbe durch die Linie BD in zwei Dreiecke; man theile BD in zwei gleiche Hälften und ziehe aus dem Mittelpunkte E der Linie BD nach den Punkten A und C der beiden Dreiecke die Linien AE und CE; man nehme $EZ = \frac{1}{3} AE$ und $EZ' = \frac{1}{3} EC$, dann sind Z und Z' die Schwerpunkte der Dreiecke ABD und BDC. Die Dreiecke sind ebene Figuren und haben also keine Dicke; denn wenn sie Dicke besäßen, so müßte ihre Schwere auf die Weise gefunden werden, daß man ihren Inhalt in Kubikfußen mit der Schwere des Stoffes, aus welchem sie bestehen, multiplicirt. Denkt man sich jedoch die Dreiecke immer aus demselben Stoff zusammengesetzt, so ist natürlich die Schwere derselben dem Inhalte ganz proportional; obschon die Dreiecke nun keine Dicke besitzen, so kann man dennoch, wenn auch auf eine uneigentliche Weise, sagen, daß die Schwere derselben dem Inhalte derselben proportional sei. Wenn man nun den Inhalt der beiden Dreiecke berechnet, so kann man die sich ergebenden Resultate als den Ausdruck der Schwere eines jeden Dreiecks betrachten. Diese Schweren kann man sich nun nach Art. 17 so vorstellen, als ob sie in den Schwerpunkten Z und Z'

Der Schwerpunkt einer Figur ABCDE Fig. 24, aus welcher ein gewisses Stück abcd genommen ist, wird auf folgende Weise gefunden. Man suche den Schwerpunkt Z' der ganzen Figur, wie auch den Schwerpunkt Z des herausgenommenen Theiles. Durch das Wegnehmen des Stückes abcd wird die eine Hälfte der Figur natürlich leichter als die andere, und deßhalb bekommt der Schwerpunkt Z' eine andere Stellung und zwar mehr nach dem schwersten Theile der Figur. Angenommen, Z sei der Schwerpunkt der Figur, nachdem abcd weggenommen worden ist, so ist Z' der Schwerpunkt von zwei Gewichten Q und R, welche dem Inhalte der Figuren abcd und ABCDE — abcd proportional sind und in den Schwerpunkten Z und Z' dieser Figuren hängen. Da man nun nur die Punkte Z und Z' kennt, so wird der Punkt Z natürlich auf dieselbe Weise gefunden, als wie der Wirkungspunkt einer zusammengesetzten Kraft CR Fig. 15 zweier parallelen Kräfte AQ und BP, welche nach entgegengesetzten Richtungen wirken (siehe Art. 13). Folglich muß Z auf der linken Seite der Linie ZZ' gelegen sein und gefunden werden können, wenn man den Abstand Z'Z aufsucht, welcher, nach Art. 13, mit dem Inhalte der verminderten oder ausgeschnittenen Figur, mit dem Inhalte des ausgeschnittenen Theiles abcd und mit dem Abstande ZZ' der Schwerpunkte der ganzen Figur und des ausgeschnittenen Theiles eine vierte Proportionalgröße bildet.

Man kann diesen Schwerpunkt auch finden, wenn man die Schwerpunkte der Figuren AaB, BabC, bCc, CcD, DcdE, EdaA aufsucht, und alsdann den Schwerpunkt der Gewichte bestimmt, welche in den genannten Schwerpunkten

Sechseckes u. s. w. zu bestimmen, und es möchte unnöthig sein, diese Beispiele für den Leser noch weitläuftiger auszuführen. Eine einfachere Construction, als die eben angegebene, gibt es nur für besondere Figuren. So findet man z. B. allerdings den Schwerpunkt eines Viereckes in dem Schneidungspunkte der Linien, welche die Mittelpunkte der einander gegenüber liegenden Seiten verbinden. Der Grund davon leuchtet ein, wenn man in Erwägung zieht, daß sich ein Viereck als die Differenz von zwei Dreiecken ABC und CFE betrachten läßt. Dieses leidet aber nur Anwendung auf regelmäßige Vielecke.

20) Auf dieselbe Weise kann man auch den Schwerpunkt jeder unregelmäßigen krummlinigen Figur finden: man zertheile für diesen Zweck die ganze Fläche der Fig. 23 durch Parallellinien ab, cd ꝛc., die sehr dicht neben einander gezogen sind, in eine Menge Trapezien, suche den Inhalt und den Schwerpunkt Z, Z′ u. s. w. dieser einzelnen Trapezien, und denke sich, daß in jedem dieser Schwerpunkte ein Gewicht p, q u. s. w. hänge, welches dem betreffenden Inhalt proportional ist; wenn man dann den Schwerpunkt dieser Gewichte bestimmt, so muß dieser Punkt auch der Schwerpunkt der krummlinigen Figur sein. Nun kann man sich alle diese Gewichte als eben so viele parallele Kräfte denken, welche auf die Punkte Z, Z′ u. s. w. wirken. Sucht man alsdann nach §. IV. den Anfügungspunkt für die zusammengesetzte Kraft dieser parallelen Kräfte, so muß dieser Anfügungspunkt der verlangte Schwerpunkt sein. Den Schwerpunkt einer krummlinigen Figur blos durch Construction zu finden, ist fast eben so langweilig, als den Inhalt der Trapezien abcd zu berechnen und den eben angewiesenen Weg zu verfolgen.

Der Schwerpunkt einer Figur ABCDE Fig. 24, aus welcher ein gewisses Stück abcd genommen ist, wird auf folgende Weise gefunden. Man suche den Schwerpunkt Z' der ganzen Figur, wie auch den Schwerpunkt Z des herausgenommenen Theiles. Durch das Wegnehmen des Stückes abcd wird die eine Hälfte der Figur natürlich leichter als die andere, und deßhalb bekommt der Schwerpunkt Z' eine andere Stellung und zwar mehr nach dem schwersten Theile der Figur. Angenommen, Z sei der Schwerpunkt der Figur, nachdem abcd weggenommen worden ist, so ist Z' der Schwerpunkt von zwei Gewichten Q und R, welche dem Inhalte der Figuren abcd und ABCDE — abcd proportional sind und in den Schwerpunkten Z und Z' dieser Figuren hängen. Da man nun nur die Punkte Z und Z' kennt, so wird der Punkt Z natürlich auf dieselbe Weise gefunden, als wie der Wirkungspunkt einer zusammengesetzten Kraft CR Fig. 15 zweier parallelen Kräfte AQ und BP, welche nach entgegengesetzten Richtungen wirken (siehe Art. 13). Folglich muß Z auf der linken Seite der Linie ZZ' gelegen sein und gefunden werden können, wenn man den Abstand Z'Z aufsucht, welcher, nach Art. 13, mit dem Inhalte der verminderten oder ausgeschnittenen Figur, mit dem Inhalte des ausgeschnittenen Theiles abcd und mit dem Abstande ZZ' der Schwerpunkte der ganzen Figur und des ausgeschnittenen Theiles eine vierte Proportionalgröße bildet.

Man kann diesen Schwerpunkt auch finden, wenn man die Schwerpunkte der Figuren AaB, BabC, bCc, CcD, DcdE, EdaA aufsucht, und alsdann den Schwerpunkt der Gewichte bestimmt, welche in den genannten Schwerpunkten

hängen und dem Inhalte der angegebenen Figuren proportional sind.

Eine regelmäßige Figur hat ihren Schwerpunkt im Mittelpunkte; wird nun ein Stück herausgenommen, welches ebenfalls regelmäßig ist und zugleich im Mittelpunkte der ganzen Figur liegt, so bleibt der Schwerpunkt natürlich im Mittelpunkte. Es liegt also der Schwerpunkt eines Ringes Fig. 25 im Mittelpunkte M des Kreises, welcher den Ring begrenzt, folglich außer der Figur des Ringes. Wenn z. B. der Ring Dicke hat, und etwa einen hohlen Cylinder bildet, so findet dasselbe Statt, und es muß deßhalb der Schwerpunkt des Ringes außerhalb der massiven Theile desselben liegen.

21) Die Schwerpunkte der Theile eines Kreises können nur durch algebraische Berechnungen gefunden werden, welche zu schwierig sind, um hier verstanden zu werden, und es müssen deßhalb folgende Sätze als wahr angenommen werden:

Der Schwerpunkt Z eines Kreissectors Fig. 26 liegt im Radius MC, welcher durch den Mittelpunkt D der Chorde AB läuft; und der Abstand ZM dieses Schwerpunktes vom Mittelpunkte M wird gefunden, wenn man die doppelte Länge des Radius MC mit der Chorde AB multiplicirt und das Produkt mit der dreifachen Länge des Bogens ACB dividirt. Drückt man diese Regel durch eine Formel aus, so bekommt man deßhalb

$$MZ = \frac{2CM \times AB}{3 \times ACB}.$$

Da das Kreissegment ACB vom Kreissector MACB und von dem Dreieck MADB die Differenz ist, so muß der Schwerpunkt eines Kreissegmentes in der Linie MC liegen und gefunden wer-

den nach den Regeln, nach welchen man den Schwerpunkt eines Kreissectors ACBM sucht, von welchem das Dreieck MADB abgenommen ist.

Auf dieselbe Weise muß man auch verfahren, um den Schwerpunkt eines ringförmigen Theiles abdc Fig. 27 zu finden, den man als die Differenz von zwei Sectoren Mab und Mcd betrachten kann.

Der Schwerpunkt Z eines Halbkreises Fig. 28 liegt im Radius MC, welcher senkrecht auf dem Durchmesser AB steht und die Entfernung ZM des Schwerpunktes wird gefunden, wenn man die Länge des Radius MC mit der Zahl 0,4244 multiplicirt, folglich ist

$$ZM = 0{,}4244 \times MC.$$

Ein vierter Theil MAB eines Kreises (Fig. 29) hat seinen Schwerpunkt Z deßhalb im Radius MZ', welcher mitten durch den rechten Winkel BMA läuft. Es ist nun

$$MZ = 0{,}60039 \cdot MA = \text{ziemlich } \tfrac{3}{5} MA.$$

22) Oft ist es auch nöthig, die Schwerpunkte des Umfanges der Figuren zu kennen. Für geradlinige Figuren ist dieses sehr leicht; wenn man z. B. den Schwerpunkt des Umfanges des Dreiecks ABC Fig. 30 auffinden will, so schließe man auf folgende Weise. Der Schwerpunkt jeder Seite liegt natürlich in der Hälfte ihrer Länge; deßhalb ist a der Schwerpunkt von AC, b der Schwerpunkt von BC und c der Schwerpunkt von AB; denkt man sich nun in jedem dieser Schwerpunkte ein Gewicht P, Q, R aufgehangen, welches genau der Länge der Seiten proportional ist (z. B. von 10,8 und 11 Pf., wenn die Seiten 10,8 und 11 Zoll lang sind), so muß der Schwerpunkt dieser drei Gewichte natürlich mit dem Schwerpunkte der drei Seiten oder des

Umfanges des Dreiecks übereinstimmen. Der Schwerpunkt der Gewichte wird nach den Regeln des vorigen §. gefunden, indem die Gewichte, welche sämmtlich in senkrechter Richtung niederwärts ziehen, als drei parallele Kräfte betrachtet werden können. Man theile die Linie PQ in Z nach dem umgekehrten Verhältnisse P und Q, so ist Z der Schwerpunkt von P und Q; folglich kann man statt P und Q in den Schwerpunkt Z ein Gewicht $P + Q$ bringen. Es sei dieses Gewicht $P + Q = S$, und man theile nun die Linie zR im Punkte Z nach dem umgekehrten Verhältnisse von S und R, so ist Z der Schwerpunkt von S und R, nämlich von den drei Gewichten P, Q und R oder von dem Umfange des Dreiecks.

Die Schwerpunkte des Umfanges unregelmäßiger Vielecke werden auf dieselbe Weise gefunden. Die Schwerpunkte des Umfanges regelmäßiger Vielecke, Kreise u. s. w. liegen gleich den Schwerpunkten des Inhaltes im Mittelpunkte.

Der Schwerpunkt eines Kreisbogens AB Fig. 26 liegt außer diesem Bogen, aber im Radius MC, welcher den Bogen in zwei Hälften theilt; und der Abstand Z'M vom Mittelpunkte wird gefunden, indem man den Radius MC mit der Länge der Chorde AB multiplicirt und das Produkt mit der Länge des Bogens ACB dividirt, nämlich:

$$MZ' = \frac{MC \times AB}{\text{Bog. } ACB}.$$

Nach dieser Regel findet man:

a) Für einen Bogen von 45° $MZ' = 0{,}97479 \times MC$;

b) für den vierten Theil eines Kreises oder für einen Bogen von 90° Fig. 29 $MZ' = 0{,}9003 \times MC$;

$$VW : BC = VZ : ZC$$

oder .. $\frac{1}{3}BC : BC = VZ : ZC$;

deßhalb $VZ = \frac{\frac{1}{3}BC \times ZC}{BC} = \frac{1}{3}ZC$;

ZC ist also dreimal so lang, als ZV und deßhalb ist ZV der vierte Theil von CV.

Hierdurch kann man nun die Schwerpunkte aller Körper finden, welche sich in eine gewisse Anzahl dreieckiger Pyramiden zerlegen lassen, und es ergibt sich z. B. daraus:

Daß der Schwerpunkt einer vieleckigen, regelmäßigen oder unregelmäßigen Pyramide in der Linie liegt, welche vom Scheitelpunkte nach dem Schwerpunkt der Basis läuft und zwar gerade im vierten Theile der Länge dieser Linie, von der Basis aus gerechnet.

Da man einen Kegel sich als eine Pyramide vorstellen kann, die eine unendlich große Zahl von Seitenflächen besitzt, so liegt der Schwerpunkt des Kegels auch im vierten Theile der Höhe der Axe, welche vom Schwerpunkt der Basis aus durch den Scheitelpunkt läuft; man rechnet auch hier den vierten Theil der Axenlänge von der Basis an.

25) Wenn man einen unregelmäßigen Körper von vielen Seitenflächen in Pyramiden theilt, die Schwerpunkte dieser Pyramiden sucht, sich in diese Punkte Gewichte denkt, welche dem Inhalte der Pyramide proportional sind, und wenn man den Schwerpunkt dieser Gewichte bestimmt, so muß derselbe zugleich der Schwerpunkt des gedachten Körpers von vielen Seitenflächen sein, was wegen der Aehnlichkeit dieses Falles mit dem vorhergehenden keine weitere Erläuterung bedarf.

der abgeplatteten Kugel (welche aus der Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Axe entsteht) und bei der länglich runden Kugel (die aus der Umdrehung einer Ellipse um die große Axe entsteht) mit den Mittelpunkten dieser Körper zusammen.

24) Der Schwerpunkt einer dreieckigen, regelmäßigen oder unregelmäßigen Pyramide liegt natürlich in der Linie CV Fig. 31, welche von dem Scheitelpunkte C nach dem Schwerpunkte V der dreieckigen Basis ABD läuft. Zieht man nun die Linie BVF, so ist F der Mittelpunkt von AD; ferner soll eine Fläche, welche durch BC, BF und also auch durch CV läuft, die Seitenfläche ACD nach der Linie FWC schneiden. Nimmt man nun $FW = \frac{1}{3} FC$, so muß W der Schwerpunkt von ADC sein, und der Schwerpunkt der Pyramide liegt folglich auch auf der Linie BW, welche diesen Schwerpunkt und den gegenüber liegenden Punkt B mit einander verbindet; BW schneidet CV in Z, deßhalb muß Z, der Durchschnittspunkt dieser Schwerpunktslinien, der Schwerpunkt der Pyramide sein.

Die Entfernung ZV dieses Schwerpunktes vom Schwerpunkte V der Basis liegt immer im vierten Theile der Länge der Axe VC, die vom Scheitelpunkte C bis zum Schwerpunkte V läuft; es beträgt deßhalb auch die senkrechte Höhe des Schwerpunktes einer dreieckigen Pyramide den vierten Theil ihrer ganzen Höhe.

Wenn man die Linie VW zieht, so muß, wenn in dem Dreieck BFC die Linie $FV = \frac{1}{3} FB$ und die Linie $FW = \frac{1}{3} FC$ ist, auch die Linie WV mit der Linie BC parallel laufen; deßhalb ist auch $VW = \frac{1}{3} BC$; die ähnlichen Dreiecke BCZ und ZVW geben:

Wenn man nun die Schwerpunkte aller dieser Körper finden kann, so ist man auch im Stande, die Schwerpunkte von Körpern zu bestimmen, welche aus der Vereinigung verschiedener geometrischer Körper bestehen, indem man die Zusammensetzung der parallelen Kräfte in Anwendung bringt.

Der Schwerpunkt eines ganz unregelmäßigen Körpers, welcher eine ungleiche oder gebogene Oberfläche hat und kein umdrehbarer Körper ist, muß man auf die Weise finden können, daß man denselben in eine Menge parallele Scheiben theilt, welche nach der besonderen Form des Körpers als kurze Cylinder oder abgestutzte Kegel (weil sie unregelmäßige krummlinige Oberflächen haben) betrachtet werden können. Hat man die Schwerpunkte dieser Körper bestimmt, so kann man durch Zusammensetzung der parallelen Kräfte, welche in diesen Schwerpunkten wirken, und dem Inhalte der getheilten Körper proportional sind, den verlangten Schwerpunkt finden.

Wenn ein Körper überall aus demselben Stoffe besteht, so hat man es, um den Schwerpunkt durch Zusammensetzung der Schwerpunkte der verschiedenen Theile zu finden, allein mit dem Inhalte und nicht im Geringsten mit der vollkommenen Schwere dieser Theile zu thun; diese kommt jedoch in Betrachtung, sobald der Körper aus Theilen von verschiedenem Stoffe besteht. Es werde z. B. die Aufgabe gestellt, den Schwerpunkt zu bestimmen von einer eisernen Welle AB Fig. 34, auf welcher außer der Mitte ein kupfernes Rad C sitzt. Der Schwerpunkt der Axe liegt in der Mitte b, und wenn man durch Berechnung findet, daß diese 20 Pfund wiegt, so muß er im Punkte b die Wirkung eines Gewichtes von 20 Pfund haben. Der Schwerpunkt des kupfernen Rades C liegt natürlich im Mittelpunkte

des Rades a; wiegt es nun 5 Pfund, dann hängt im Punkte a ein Gewicht von 5 Pfunden. Nun muß die Entfernung ab der beiden Mittelpunkte der Schwere nach dem umgekehrten Verhältniß von 20 und 5 getheilt werden. Man theilt deßhalb die Linie ab in 25 Theile und macht bZ = 5 Theile, oder aZ = 20 Theile; es muß um Z der Schwerpunkt des zusammengesetzten Körpers sein und es liegt derselbe in der geometrischen Axe des Cylinders AB.

27) Die Schwerpunkte der Oberflächen der Körper werden auf eine ähnliche Weise bestimmt, wie die Schwerpunkte des Umfanges ebener Figuren; hierin liegt keine Schwierigkeit, und übrigens können die übrigen Aufgaben näheren Aufschluß darüber geben: der Schwerpunkt der Oberfläche einer regelmäßigen Säule liegt in der Hälfte der Axe dieses Körpers und dieses gilt für den kreisförmigen oder ellipsenförmigen Cylinder.

Gerade Pyramiden und Kegel haben den Schwerpunkt ihrer Oberflächen in der Axe, und zwar im dritten Theile der Axe von der Basis aus gerechnet. Bei einer Kugel liegt dieser Schwerpunkt im Mittelpunkte u. s. w.

Bei einem unregelmäßigen Prisma liegt der Schwerpunkt seiner äußersten Oberfläche in einer Ebene, welche mit der Grundfläche parallel ist und die Hälfte der Höhe durchschneidet; jedoch liegt der Schwerpunkt nicht in der Axe, welche die Schwerpunkte des Inhaltes der Basis und der obersten Fläche mit einander verbindet, sondern in der Axe, welche durch die Schwerpunkte d e s U m f a n g e s der genannten Flächen läuft.

Zieht man aus den Schwerpunkten d e s U m f a n g e s der Grundflächen der Pyramiden und Kegel Linien bis in die Scheitelpunkte, so müssen die Schwerpunkte der äußeren Oberflächen im dritten

Wenn man nun die Schwerpunkte aller dieser Körper finden kann, so ist man auch im Stande, die Schwerpunkte von Körpern zu bestimmen, welche aus der Vereinigung verschiedener geometrischer Körper bestehen, indem man die Zusammensetzung der parallelen Kräfte in Anwendung bringt.

Der Schwerpunkt eines ganz unregelmäßigen Körpers, welcher eine ungleiche oder gebogene Oberfläche hat und kein umdrehbarer Körper ist, muß man auf die Weise finden können, daß man denselben in eine Menge parallele Scheiben theilt, welche nach der besonderen Form des Körpers als kurze Cylinder oder abgestutzte Kegel (weil sie unregelmäßige krummlinige Oberflächen haben) betrachtet werden können. Hat man die Schwerpunkte dieser Körper bestimmt, so kann man durch Zusammensetzung der parallelen Kräfte, welche in diesen Schwerpunkten wirken, und dem Inhalte der getheilten Körper proportional sind, den verlangten Schwerpunkt finden.

Wenn ein Körper überall aus demselben Stoffe besteht, so hat man es, um den Schwerpunkt durch Zusammensetzung der Schwerpunkte der verschiedenen Theile zu finden, allein mit dem Inhalte und nicht im Geringsten mit der vollkommenen Schwere dieser Theile zu thun; diese kommt jedoch in Betrachtung, sobald der Körper aus Theilen von verschiedenem Stoffe besteht. Es werde z. B. die Aufgabe gestellt, den Schwerpunkt zu bestimmen von einer eisernen Welle AB Fig. 34, auf welcher außer der Mitte ein kupfernes Rad C sitzt. Der Schwerpunkt der Axe liegt in der Mitte b, und wenn man durch Berechnung findet, daß diese 20 Pfund wiegt, so muß er im Punkte b die Wirkung eines Gewichtes von 20 Pfund haben. Der Schwerpunkt des kupfernen Rades C liegt natürlich im Mittelpunkte

p in einem gewissen Punkt A hängt, so muß dieses Gewicht, um mit dem Gewichte P das Gleichgewicht herzustellen, so groß angenommen werden, daß

$$p \times AO = P \times PO$$

ist, d. h. die Momente von P und p müssen in Bezug auf den Punkt O gleich sein (Art. 12); wollte man ferner in A noch ein Gewicht q hängen, um auch dem Gewichte Q das Gleichgewicht zu halten, dann müßte q so bestimmt werden, daß auch

$$q \times AO = Q \times QO$$

wäre. Addirt man diese zwei Gleichungen, so bekommt man

$$P \times PO + Q \times QO = p \cdot AO + q \cdot AO = (p \times q)\ AO \ldots (1).$$

Hängt man nun in den Schwerpunkt a von P und Q ein Gewicht $= P + Q$, dann wird die Wirkung dieses Gewichtes gleich sein den beiden Wirkungen von P und Q; deßhalb hält ein in a hängendes Gewicht $P + Q$ einem Gewichte $p + q$, welches in A hängt, das Gleichgewicht; es muß also wie oben

$$(P + Q) \times aO = (p + q) \times AO \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

sein; da nun die hintersten Glieder der Gleichungen (1) und (2) sich vollkommen gleich sind, so müssen auch die vordern Glieder sich ebenfalls gleich sein, nämlich

$$(P + Q) \times aO = P \times PO + Q \times QO \ldots\ldots\ldots (3).$$

Es ergibt sich aus dieser Gleichung, daß die Summe der Momente zweier Gewichte P und Q in Bezug auf den Punkt O in der Linie PQ gleich ist dem Momente des Gewichtes P + Q (in Bezug auf denselben Punkt O), welches im Schwerpunkt der Gewichte P und Q hängt.

Theile dieser Linien, von den Grundflächen aus gerechnet, liegen.

Da die Oberfläche einer Halbkugel und eines kugelförmigen Segmentes gleich ist der Oberfläche des entsprechenden Theiles des Cylinders, der die ganze Kugel einschließt, so muß der Schwerpunkt der Oberfläche einer Halbkugel oder eines kugelförmigen Segmentes in der Hälfte der Höhe dieser kugelförmigen Körper liegen. Dieses gilt auch für eine kugelförmige Scheibe.

§. VI.

Den Schwerpunkt einer Reihe von Körpern durch Berechnung zu finden und den Inhalt umdrehbarer Körper zu finden.

28) Wir wollen der Einfachheit halber den Schwerpunkt eines jeden dieser Körper (welcher nach den vorausgeschickten Regeln nun gefunden werden kann) nebst den Gewichten dieser Körper blos angeben, und dann bleibt noch darzuthun übrig, wie der Schwerpunkt mehrerer Gewichte durch Berechnung gefunden wird.

I. Es sind Fig. 35 zuerst einige Gewichte, nämlich drei gegeben, deren Schwerpunkte sämmtlich in derselben geraden Linie liegen; wird nun die Entfernung PQ im umgekehrten Verhältnisse von P und Q in a getheilt, so ist a der Schwerpunkt der Gewichte P und Q und ein Gewicht P + Q in diesen Schwerpunkt gebracht, muß dieselbe Wirkung thun, wie die Gewichte P und Q, welche getrennt an den Punkten P und Q hängen. Es sei nun O ein fester Punkt in der Verlängerung der Linie RQP, um welchen sich die Linie wie ein Hebel um seinen Unterstützungspunkt drehen kann; wenn man dann rechts vom Punkte O ein Gewicht

wird man diese Entfernung durch die Berechnung der folgenden Formel finden:

$$x = \frac{a \times P + b \times Q + c \times R + d \times S + \text{u. s. w.}}{P + Q + R + S \text{ u. s. w.}} \ldots\ldots (A)$$

wodurch der verlangte Schwerpunkt gefunden wird.

II. Angenommen nun, daß die Gewichte nicht in derselben Linie, doch aber in derselben Fläche Fig. 36 liegen:

Man ziehe in dieser Ebene zwei Linien OX und OY, welche einander rechtwinkelig in O schneiden, so daß keine dieser beiden Linien zwischen den Gewichten durchläuft, sie können jedoch durch die Schwerpunkte zweier oder mehrerer der äußersten Gewichte laufen; man messe die Entfernungen der Schwerpunkte dieser Gewichte von beiden rechtwinkligen Linien OX und OY und mache z. B.
$PA = aO = a$; $QB = bO = b$; $RC = cO = c$ ꝛc.;
$Pa = AO = a'$; $Qb = PO = b'$; $Rc = CO = c'$ ꝛc.

Wenn dann die Gewichte einander parallel bewegt werden, bis sie in die Linie OX fallen und ihre Stellung in den Punkten a, b, c, d u. s. w. erhalten, dann muß der Schwerpunkt V dieser Gewichte gefunden werden durch die Berechnung nachstehender Formel:

$$x = OV = \frac{aP + bQ + cR + dS + \text{u. s. w.}}{P + Q + R + S + \text{u. s. w.}} \ldots\ldots (B)$$

siehe die vorige Formel (A). Aber die Gewichte liegen nicht in die Linie OX; jedoch laufen die Richtungen derselben, nämlich die Linien aP, bQ, cR ꝛc. gegen OX hin parallel, und deßhalb muß, obschon V der Schwerpunkt der Gewichte nicht ist, dieser Schwerpunkt dennoch liegen in der Linie VW, die aus V parallel mit den Richtungen aP, bQ, cR ꝛc. gezogen ist; denn das zusammengesetzte Gewicht (P + Q + R + u. s. w.) muß ebenfalls in einer

Wenn man nun hinsichtlich des Gewichtes $P + Q$, welches in a hängt, und des Gewichtes R auf dieselbe Weise schließt, so wird man auch finden, daß, wenn b der Schwerpunkt ist von $P + Q$ und R, dieselbe Gleichung Statt findet:

$$(P + Q + R) \times pO = (P + Q) \times aO + R \times RO;$$

aber $(P + Q \times aO$ ist, nach der vorhergehenden Gleichung Nr. (3) $= P \times PO + Q \times QO$; deßhalb ist

$$(P+Q+R)\,bO = P \times PO + Q \times QO + R \times RO.$$

Für eine noch größere Zahl von Gewichten gilt dasselbe und deßhalb läßt sich der allgemeine Satz aufstellen: die Summe der Momente mehrerer Gewichte in Bezug auf einen festen Punkt O ist gleich dem Moment aller dieser Gewichte, welche zusammen in ihrem Schwerpunkt hängen.

Aus der letzten Gleichung folgt nun, wenn beide Glieder mit $(P + Q + R)$ dividirt werden

$$bO = \frac{P \times PO + Q \times QO + R \times RO}{P + Q + R},$$

und hierdurch findet man die Entfernung bO vom Schwerpunkte der Gewichte P, Q und R, in Bezug auf den Punkt O. Um den Schwerpunkt mehrerer Gewichte zu bestimmen, die auf einer geraden Linie liegen, nehme man deßhalb in dieser Linie auf der einen oder der anderen Seite der Gewichte einen Punkt O an; messe die Entfernung der Schwerpunkte der Gewichte bis zum Punkt O, so daß z. B. $OP = a$, $OQ = b$, $OR = c$, und, wenn deren noch mehrere sind, $OS = d$, $OT = e$ u. s. w. sind, und setze die Entfernung des Schwerpunktes der gegebenen Gewichte von diesem Punkt $O = x$, so

XOY und YOZ Fig. 37, welche gleich den drei angrenzenden Flächen eines Würfels senkrecht auf einander stehen; man messe die senkrechte Entfernung der Schwerpunkte dieser Gewichte von jeder dieser Flächen und drücke um der Kürze willen diese Entfernungen folgendermaßen aus:

1) Die Entfernung von der Fläche YOZ, P = aO = a; Qn = bO = b; Ro = cO = c ꝛc.

2) Die Entfernung von der Fläche XOY, Pp = dO = a′; Qq = eO = b′; Rr = fO = c′ ꝛc.

3) Die Entfernung von der Fläche XOZ, PA = gO = a″; QB = hO = b″; RC = iO = c″.

Waren nun die Gewichte, welche in die Punkte a, b und c der Linie OX versetzt worden sind, unter einander selbst und mit der Fläche YOZ parallel, so muß der Schwerpunkt D derselben gefunden werden durch die Formel:

$$x = OD = \frac{aP + bQ + cR + \text{u. s. w.}}{P + Q + R \text{ u. s. w.}} \ldots\ldots (D)$$

und waren sie auf dieselbe Weise in die Punkte d, e, f der Linie OZ versetzt, so muß auch

$$x = OF = \frac{a' + P b' Q + c' R + \text{u. s. w.}}{P + Q + R \text{ u. s. w.}} \ldots\ldots (E)$$

sein; und erfolgt parallel mit der Fläche XOZ eine gleiche Versetzung in die Linie OY, so muß der Schwerpunkt H in dieser Linie auch berechnet werden durch die ähnliche Formel:

$$x'' = OH = \frac{a''P + b''Q + c''R + \text{u. s. w.}}{P + Q + R \text{ u. s. w.}} \ldots\ldots (F)$$

Es liegen die Gewichte jedoch in keiner dieser drei Linien und folglich liegt der Schwerpunkt im Allgemeinen auch in keiner dieser drei Linien; aber es ist ersichtlich, daß hier dasselbe gilt, was oben in Nr. 11 gesagt worden ist, nämlich, daß der Schwerpunkt liegen müsse:

a) In einer Fläche DIWM, welche parallel mit der Fläche YOZ durch D läuft;

b) in einer Fläche FKWM, welche parallel mit der Fläche XOY durch F läuft;

c) in einer Fläche HIWK, welche parallel mit der Fläche XOZ durch H läuft; und daß deßhalb der Punkt W, in welchem diese drei lothrechten Flächen einander schneiden, der verlangte Schwerpunkt der Gewichte sein müsse. Nun ist WM = OH; WK = OD und WI = OF. Da nun durch die Gleichungen (D), (E) und (F) weiter oben berechnet worden ist, daß die Entfernungen OD, DM = WI = OF und WM = OH des verlangten Schwerpunktes von den drei stehenden Flächen sind, so kann man denselben bequem auf folgende Weise finden: Man nehme OD = x und letzteres gleich der Entfernung des Schwerpunktes von YOZ; man setze in der Fläche XOZ die Linie DM senkrecht auf OX und nehme DM = x' = der Entfernung des Schwerpunktes von XOY; man setze MW senkrecht auf die Fläche XOZ; man nehme MW = x'' = der berechneten Entfernung des Schwerpunktes von der dritten Fläche XOZ, dann muß W der verlangte Schwerpunkt sein.

Dieses Verfahren ist also sehr einfach, und kann z. B. in dem Falle Anwendung finden, daß man auf eine genaue und schnelle Weise, ohne die Hilfsmittel der Reißkunst anzuwenden, die Stelle des Schwerpunktes einer ganzen Maschine zu erfahren wünscht, deren Theile verschiedene Lagen haben. Die Theile sind in diesem Falle dann die hier genannten Gewichte PQ u. s. w., und die speciellen Schwerpunkte derselben sind diejenigen Punkte, in denen diese Gewichte in der Fig. angebracht sind.

29) Die Kenntniß des Schwerpunktes ist nicht allein von mannichfaltiger Anwendung in der Werk-

zeugswissenschaft, sondern kann auch oft benutzt werden, um geometrische Aufgaben bequem zu lösen; unter anderen kann man durch die Bestimmung der Stelle dieses Punktes den Inhalt und die Oberfläche von Umdrehungskörpern bestimmen. Hierzu dienen nämlich nachstehende zwei Regeln:

a) Die Oberfläche, welche durch die Umdrehung einer geraden oder krummen Linie um eine Axe entsteht, wird gefunden, wenn man den Umfang, welche der Schwerpunkt dieser geraden oder krummen Linie beschreibt, mit der Länge der Linie multiplicirt.

b) Den Inhalt eines Körpers, der aus der Umdrehung einer Fläche um eine Axe entstanden ist, berechnet man auf die Weise, daß man den Inhalt der Fläche mit der Länge des Kreisumfanges multiplicirt, welchen der Schwerpunkt dieser Fläche beschrieben hat.

Es wird nicht schwer halten, diese beiden Sätze allgemein und auf eine einfache und verständliche Weise zu demonstriren, doch wird es kürzer sein, dieselben durch ein bekanntes Beispiel zu bestätigen und auf einen speciellen Fall anzuwenden.

Es sei AB Fig. 38 eine schräge Linie, welche mit der lothrechten Linie BC immer denselben Winkel ABC bildet und sich um diese Linie dreht; sie beschreibt dann, wie bekannt ist, die Oberfläche eines runden Kegels, welcher einen Kreis zur Basis hat, dessen Radius AC ist. Die Oberfläche dieses Kegels ist, wie die Meßkunst lehrt, gleich dem Umfange AC, multiplicirt mit der Hälfte der Seite AB, und dieses muß auch durch die erste Regel gefunden werden.

Der Schwerpunkt der Linie AB liegt in ihrer Mitte Z; die Entfernung ZD dieses Schwerpunktes von der Umdrehungsaxe BC ist gleich $\frac{1}{2}$ AC; denn: AB : AC = BZ : ZD oder AB : BZ = AC : CD, nun ist BZ = $\frac{1}{2}$ AB und deßhalb muß ZD = $\frac{1}{2}$ AC sein; folglich ist der Umfang des Kreises, welcher durch den Punkt Z während der Umdrehung beschrieben wird, gleich der Hälfte des Umfanges, dessen Halbmesser AC ist, weil die Peripherien der Kreise sich zu einander verhalten, wie ihre Radien. Dieser Umfang, nämlich ZD ist = $\frac{1}{2}$ Umfang AC, und man muß ihn, um die Oberfläche zu finden, mit der Länge AB multipliciren. Die Oberfläche des Kegels ist also = AB $\times$ $\frac{1}{2}$ Umfang AC oder = $\frac{1}{2}$ AB $\times$ Umfang AC; die Oberfläche ist also, wie oben gesagt worden ist, gleich der Hälfte der aufgerichteten Seite, multiplicirt mit dem Umfange der Basis.

Der Schwerpunkt Z des Dreieckes ABC (welcher, indem er sich um BC umdreht, den Körper des Kegels bildet) liegt im dritten Theile der Linie BE, welche die Linie AC in zwei Hälften theilt und durch den Punkt B läuft; es ist also ZE = $\frac{1}{3}$ BE; darum ist auch Cd = $\frac{1}{3}$ BC, oder Bd = $\frac{2}{3}$ BC, und da

BC : Bd = EC : zd, so verhält sich auch
BC : $\frac{2}{3}$BC = $\frac{1}{2}$AC : zd.

Diese Proportion gibt zd = $\frac{1}{3}$AC.

Deßhalb ist der von Z beschriebene Umfang = $\frac{1}{3}$ Umfang AC; der Inhalt des Dreieckes ABC ist = $\frac{1}{2}$AC $\times$ CB, und deßhalb muß nach der zweiten Regel der Inhalt des Kegels gleich sein dem Umfange zd multiplicirt mit dem Inhalte ABC = $\frac{1}{3}$ Umfang AC $\times$ $\frac{1}{2}$AC $\times$ BC, also gleich $\frac{1}{3}$BC $\times$ Umfang AC $\times$ $\frac{1}{2}$AC (weil die Faktoren eines Produktes in eine Ordnung gebracht werden

können, wie man es zweckmäßig findet); aber der Umfang eines Kreises, multiplicirt mit dem halben Radius AC, gibt den Flächeninhalt desselben; deßhalb ist der Umfang AC $\times \frac{1}{2}$AC = dem Flächeninhalte des Kreises AC = dem Inhalte der Grundfläche des Kegels. Deßhalb ist der Inhalt des Kegels = dem Inhalte der Grundfläche $\times \frac{1}{3}$BC; BC ist die Höhe des Kegels, und deßhalb muß die Grundfläche, multiplicirt mit $\frac{1}{3}$ der Höhe, den Inhalt geben; da dieses nun durch die Meßkunst bestätigt wird, so findet hiermit auch die zweite Regel ihre Bestätigung.

In allen anderen Fällen zeigt sich dieselbe Uebereinstimmung, und man kann auch die beiden Regeln, z. B. für die Berechnung der Oberfläche und des Inhaltes einer Kugel anwenden, welche durch die Umdrehung eines Halbkreises um den Durchmesser entsteht; denn aus Art. 21 und 22 sind die Entfernungen der Schwerpunkte des Umfanges und des Inhaltes des Halbkreises bekannt.

Um den Fall noch einsichtiger zu machen, mag folgendes Beispiel dienen:

Wenn ein Kreis B Fig. 39 um eine vertikale Linie YX sich dreht, so daß er immer dieselbe Entfernung von der Linie behält und weder vor- noch rückwärts rückt, so entsteht durch diese Umdrehung ein Ring R, dessen Inhalt man zu kennen wünscht.

Man setze die Entfernung AC = a, d. i. = der Hälfte des inneren Durchmessers des Ringes, und den Radius BC des Ringdurchschnittes = b, so ist:

Erstens der Inhalt des Kreises BC = $3{,}1416 \times b^2$; die Entfernung BA des Schwerpunktes des Kreises von der Axe XY ist = BC + AC = b + a *oder* a + b. Deßhalb muß:

Zweitens. Der durch den Schwerpunkt B beschriebene Umfang sei

$$= 3{,}1416 \times 2 \times (a + b);$$

deßhalb ist der Inhalt des Ringes gleich dem Inhalte BC multiplicirt mit dem Umfange AB, also $= 3{,}1416 \times b^2 \times 3{,}1416 \times 2 \times (a + b) = 19{,}7393 (a + b) b^2$.

Man kann auf dieselbe Weise den Inhalt des Ringes R Fig. 40 berechnen, dessen Durchschnitt ein Viereck B bildet; es ist nämlich diese ringförmige Figur diejenige des Umfanges eines Kegelrades.

§. VII.

Ueber die Festigkeit der Körper, insbesondere in Bezug auf die Lage des Schwerpunktes.

30) In Art. 16 und 17 ist gezeigt, daß ein Körper an irgend einem Punkte, welcher außer seinem Schwerpunkte liegt, dann im Zustande der Ruhe hängen wird, wenn der Schwerpunkt sich in der vertikalen Linie befindet, welche durch den Aufhängungspunkt läuft; nun sind Fig. 41 zwei Zustände, in welchen der Schwerpunkt Z eines Körpers in der Vertikallinie AZ, welche durch den Aufhängungspunkt läuft, liegen kann; in dem ersten Zustand ist der Schwerpunkt in Z unter A, und im zweiten in Z über A befindlich. Jedermann weiß aus der Erfahrung, daß der Körper in dieser zweiten Lage schwerlich in Ruhe bleibt, und daß er sich wirklich nach niederwärts und in die erste Lage begibt, sobald Z' nur aus der Richtung der Vertikallinie ZZ' gebracht wird. In ersterer Lage kann man den Körper in drehende und schwingende Bewegung versetzen und er wird endlich wieder zur Ruhe und in dieselbe Stellung kommen; dieses ist dann die Lage, welche sich der Körper selbst gesucht hat, und in derselben

bleibt er in einer beständigen Ruhe. In der zweiten Lage befindet sich der Schwerpunkt Z' so hoch, als dieses nur möglich ist; in der ersten Lage befindet er sich so tief, als nur möglich, und daraus ergeben sich denn diese zwei Wahrheiten:

a) Ein Körper hat eine unstäte Ruhe, befindet sich in einem unbeständigen Gleichgewicht, wenn dessen Schwerpunkt in Bezug auf den Bewegpunkt dieses Körpers die höchste Lage hat.

b) Ein Körper befindet sich in einem festen Gleichgewicht, hat Festigkeit, wenn dessen Schwerpunkt so niedrig als möglich liegt.

Ist der Körper aus dieser festen Lage des Gleichgewichts gebracht, so sucht er es immer wieder zu erlangen; aber ein Körper, welcher sich in einem unstäten Gleichgewichte befindet und aus dieser Lage gebracht wird, kommt von selbst niemals wieder in derselben Lage in Ruhe, sondern sucht die Lage des stetesten Gleichgewichtes zu erlangen. Im Allgemeinen wird ein Körper, er sei ruhend oder beweglich, die meiste Festigkeit besitzen, wenn der Schwerpunkt so niedrig, als möglich liegt. Jedes Werkzeug liegt oder steht fest, wenn der Schwerpunkt so nahe als möglich oder selbst unter der Fußstütze liegt; je schwerer also dieses Werkzeug von unten ist, desto fester wird dasselbe liegen oder stehen. Ein Wagen z. B. oder ein Schiff haben die größte Festigkeit, sind am wenigsten dem Umschlagen ausgesetzt, wenn die Last oder auch der schwerste Theil der Last dem Boden so nahe wie möglich, oder dem Boden dieser Werkzeuge u. s. w. gebracht ist.

31) Hat der Schwerpunkt eines Körpers Gelegenheit niederzugehen oder tiefer zu kommen, so wird dieses jederzeit Statt finden und der Körper

wird alsdann umstürzen. Wenn ein Cylinder ABC Fig. 42 eine so schräge Stellung hat, daß die lothrechte Linie, welche aus dem Schwerpunkte gezogen ist, ganz außerhalb der Basis AB fällt, so muß der Körper natürlich um den Punkt B herum nach niederwärts sich drehen, weil der Schwerpunkt Z, ohne erst zu steigen, sich längs dem Bogen Za niederwärts bewegen kann, oder vielmehr, weil nun der Theil CDB des Cylinders außer der vertikalen Fläche BX (welche durch das äußerste Ende B der Basis läuft) liegt, und schwerer ist, als der Theil ABD, welcher von ersterem die Basis bildet. Es findet also an der Seite C Uebergewicht Statt (weil der Schwerpunkt immer in der größten Hälfte eines Körpers liegt, der aus einerlei Stoff besteht) und der Cylinder muß umstürzen. Dieses findet bei allen Körpern Statt, und sobald also die Vertikallinie, welche durch den Schwerpunkt eines Körpers läuft, außer der Grundfläche dieses Körpers fällt oder die Grundfläche des Körpers nicht schneidet, muß der Körper stürzen oder fallen, es müßten denn besondere Hindernisse dieses verhüten.

Es ist also auch zur vollkommenen Festigkeit eines Körpers erforderlich, daß die senkrechte Richtung des Schwerpunktes in die Grundfläche oder in die Fußstütze desselben falle. Fällt nun z. B. die Richtung des Schwerpunktes in den Punkt B Fig. 43 der Basis, d. i. weder innerhalb noch außerhalb der Grundfläche, so kann der Körper zwar stehen bleiben, aber diese Stellung hat keine Beständigkeit, indem die geringste Kraft im Stande ist, den Körper umzustürzen. Fällt ZB mehr nach innen, dann wird der feste Stand auch größer und der Körper kann dann durch die eigene Schwere allein nicht umstürzen, weil der Schwer-

punkt Z' alsdann erst nach a emporsteigen muß, um von a nach b niedersteigen zu können, und ein Körper kann von selbst unmöglich steigen.

Die Festigkeit eines Körpers muß nun natürlich am größten sein, wenn die durch den Schwerpunkt gezogene senkrechte Linie ZB gerade auch durch den Schwerpunkt der Unterstützungsfläche läuft; denn in diesem Falle ist alles um die senkrechte Linie herum gleich schwer und der eine Theil des Körpers hat keine größere Neigung niederzusinken, als der andere.

Endlich muß die Festigkeit eines Körpers um so größer sein, je größer verhältnißmäßig die Basis ist. Besteht die Basis aus Punkten, so müssen ihrer wenigstens drei sein; denn es ist eine bekannte Sache, daß ein Körper auf zwei Punkten nicht in beständiger Ruhe bleiben kann, es müßte denn derselbe noch auf andere Weise gestützt werden *). Drei Punkte, die obendrein nicht in derselben geraden Linie liegen dürfen, sind erforderlich, aber alsdann sind drei Punkte auch ausreichend, und sie geben die größte Festigkeit, wenn sie in den Winkeln eines gleichseitigen Dreieckes liegen.

Um deßhalb einem Werkzeuge den größtmöglichen festen Stand zu geben, muß man sich bemühen, es so einzurichten, daß:

a) Der Schwerpunkt so niedrig, wie möglich liege;

*) Man verwechsele dieses nicht mit dem Falle, daß ein Körper auf zwei wenig ausgebreiteten Flächen steht, die jedoch durch ihre besondere Form dem Körper genugsam Stütze geben, wie dieses z. B. bei den Füßen unseres Körpers der Fall ist.

b) daß die lothrechte Linie aus dem Schwerpunkte auch durch den Schwerpunkt der Unterstützungsfläche läuft;

c) daß die Grundfläche im Verhältniß zu den höheren Theilen so groß, wie möglich werde;

d) daß, wenn das Werkzeug auf Punkten oder kleinen Oberflächen ruhen muß, dieser Punkte immer drei sind und dabei die Winkel eines gleichseitigen Dreiecks bilden.

Kann diesen Anforderungen nicht Genüge gethan werden, und läuft das Werkzeug wegen seiner Einrichtung und seiner Dienste Gefahr, sein Gleichgewicht zu verlieren, dann muß man zu besonderen Unterstützungen, zur Anwendung von Beschwerungen, Gewichten u. s. w. seine Zuflucht nehmen, welche Mittel in der Praxis genugsam vorhanden sind, und über welche die nöthigen Erläuterungen im Verfolge dieses Werkes gegeben werden sollen.

Zweites Kapitel.

Hauptgrundsätze aus der Lehre der Bewegung; Umstände derselben u. s. w.

---

§. I.

Ueber die Bewegung im Allgemeinen; gleichförmige Bewegung u. s. w.

32) Eine Kraft äußert sich, wie in der Einleitung zum ersten Kapitel gesagt worden ist, auf zweierlei Weise: Sie hält entweder anderen Kräften das Gleichgewicht, und wirkt deßhalb durch

Druck; oder sie erlangt über Gegenstände und wirkende Kräfte die Oberhand und erzeugt dann Bewegung. Was über die erste Aeußerung zu sagen ist, ist bereits im vorigen Kapitel abgehandelt worden; jetzt sollen einige Fälle und Umstände der letzten Aeußerung betrachtet werden; dieses ist um so nothwendiger, weil die meisten Werkzeuge, wenn sie eine nützliche Wirkung hervorbringen sollen, in Bewegung sein müssen. Deßhalb ist die Kenntniß der Art und der Folgen einer Bewegung unentbehrlich, ja von viel größerem Belang, als die Theorie des Gleichgewichtes. An sich selbst ist die Lehre der Bewegung nicht schwierig; aber es ist einer der schwierigsten Punkte der Werkzeugswissenschaft, diese Theorie der Bewegung bestimmter Werkzeuge vollständig anzupassen und dabei alle Statt findenden Umstände in Betrachtung zu ziehen. Deßhalb werden hier nur diejenigen Grundsätze erklärt, welche in der Praxis von ganz allgemeiner Anwendung sind.

33) Bei der Bewegung eines Körpers muß man hauptsächlich auf zwei Dinge Acht haben, auf Schnelligkeit der Bewegung und auf die Zeit oder Dauer derselben; denn der Unterschied zwischen der Bewegung zweier Körper, die in derselben Richtung fortgehen, besteht in der größeren oder geringeren Strecke, welche der eine in Bezug auf den anderen zurücklegt; und in der größeren oder geringeren Zeitlänge, welche diese Körper brauchen, um einen bestimmten Weg zurückzulegen.

Ein Körper wird sich um so geschwinder bewegen, je nachdem er einen größeren Impuls der Bewegung empfangen hat, d. h. je nachdem er durch eine größere Kraft fortgestoßen worden ist; mathematisch gesprochen, muß ein Körper eine doppelte, dreifache Bewegung u. s. w. haben, wenn die Ursache der Bewegung, nämlich die Kraft, das dop-

pelte oder dreifache Vermögen u. s. w. besessen hat, so daß hieraus ein deutlicher und in der Anwendung auch wichtiger Grundsatz hervorgeht, daß nämlich die Geschwindigkeit der Bewegung (gewöhnlich die Schnelligkeit genannt) genau proportional ist der Kraft, welche die Bewegung hervorgebracht hat. Beträgt also die Schnelligkeit $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ u. s. w., dann muß auch das Vermögen der Ursache die Hälfte oder den dritten Theil u. s. w. des Vermögens betragen haben, wodurch die Schnelligkeit 1 entstanden ist.

Die Schnelligkeit wird beurtheilt nach dem größeren oder kleineren Wege, welchen der Körper in einer bestimmten Zeit zurücklegt; so daß ein Körper, welcher in 10 Secunden 7 Ellen durchläuft, eine größere Schnelligkeit besitzen muß, als ein anderer Körper, welcher in derselben Zeit nur einen Raum von 5 Ellen durchläuft.

Um also die Schnelligkeiten der Körper vergleichen zu können, muß man untersuchen, wie groß der Weg sei, den irgend ein Körper in einer bestimmten Zeit zurückgelgt hat. Die Zeit ist hier, aus Gründen, die sogleich einleuchten werden, kein willkührlicher Umstand. Sie muß so klein genommen werden, als nur möglich ist, und da die Secunde, der 60ste Theil einer Minute, der kleinste Zeittheil ist, den man allgemein kennt, oder den man bequemer als eine kleinere Zeitabtheilung wahrnehmen kann, so pflegt man für die erwähnte Zeit eine Secunde anzunehmen. Die Secunde ist darum die Einheit des Zeitmaßes, mit welchem man in der Mechanik die Bewegung der Körper mißt; und Schnelligkeit der Bewegung ist dann die Länge des Weges oder der Raum, welchen ein Körper in einer Secunde durchläuft. Die Schnelligkeit eines Kör-

pers, welcher in einer Secunde einen Raum von 7 Palmen und 5 Zoll durchläuft, wird dann ausgedrückt durch die Zahl 0,75, wenn man, wie sich gehört, die Elle zur Längeneinheit annimmt. Sagt man dann, die Schnelligkeit eines Körpers beträgt 0,35, so heißt dieses so viel, daß derselbe in 1 Secunde $3\frac{1}{2}$ Palmen Wegs zurücklegt *).

34) Wenn ein Körper immer mit derselben Schnelligkeit fortgeht, so sagt man, er werde gleichförmig bewegt. Gleichförmige Bewegung ist deßhalb ein gleichmäßiges Fortschreiten des Körpers, wobei derselbe in jeder Secunde einen gleich großen Weg zurücklegt. Kennt man deßhalb die Schnelligkeit, und weiß man, wie lange die Bewegung dauert, dann findet man von selbst die Strecke, welche der Körper in dieser Zeit durchlaufen muß, indem man nämlich die Schnelligkeit mit der Zeitfläche d. h. der Secundenzahl multiplicirt. Ein Körper, welcher sich zwei Minuten oder $60 \times 2 = 120$ Secunden bewegt und eine Schnelligkeit von 0,48 besitzt, d. h. in jeder Secunde 0,48 Ellen zurücklegt, wird deßhalb im Ganzen einen Weg von $120 \times 0{,}48 = 57{,}60$ Ellen zurücklegen. Hieraus ergibt sich denn nun aufs Deutlichste, daß bei der gleichförmigen Bewegung der durchlaufene Raum gleich muß sein der Schnelligkeit, multiplicirt mit der Zeit; es muß die Zeit nach Secunden gerechnet werden, damit die Schnelligkeit sich nach 1 Secunde bestimmt. Man nenne irgend einen durchlaufenen Raum R, die Schnelligkeit S, und die Zeit der Bewegung T, dann ist

$$R = S \times T \dots\dots\dots (1);$$

*) Die Elle ist hier zu 10 Palmen oder Handbreiten die Palme zu 10 Zoll gerechnet.

man sagt auch: der Raum steht im zusammengesetzten geraden Verhältnisse der Schnelligkeit und Zeit.

Wenn der Raum gegeben ist, und auch die Dauer der Bewegung, so muß man, um die Schnelligkeit zu finden, den Raum natürlich mit der Zeit dividiren; denn in dem angeführten Beispiel ist die Schnelligkeit $0{,}48 = \frac{57{,}60}{120}$; deßhalb ist die Schnelligkeit gleich dem Raume, dividirt mit der Zeit, oder

$$S = \frac{R}{T} \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Aus denselben Gründen ist die Zeit gleich dem Raume, dividirt mit der Schnelligkeit, oder

$$T = \frac{R}{S} \ldots\ldots\ldots (3).$$

Diese drei Formeln oder Regeln sind in der Werkzeugskunst von unaufhörlicher Anwendung. Die beiden letzten pflegt man auch so auszudrücken: daß die Schnelligkeiten oder Zeiten der Bewegung sich verhalten, wie die durchlaufenen Räume, und umgekehrt die durchlaufenen Räume wie die Zeiten oder Schnelligkeiten. Kennt man von den drei Dingen Raum, Schnelligkeit oder Zeit nur zwei, so kann man nach obigen drei Regeln immer das Dritte finden.

§. II.

Ueber die beschleunigte und zwar über die beschleunigte gleichförmige Bewegung.

35) Wenn die Schnelligkeit eines Körpers sich unaufhaltsam verändert, so nennt man die Bewe-

gung veränderlich; wird die Schnelligkeit in jeder folgenden Secunde kleiner, als sie einige Secunden früher war, so nennt man die Bewegung verzögert, und beschleunigt ist sie, wenn der Raum, der in jeder Secunde durchlaufen wird, immermehr zunimmt. Die beschleunigte Bewegung (und eben so auch die verzögerte Bewegung) kann auf eine unregelmäßige oder auf eine regelmäßige Weise Statt finden, und man nennt die beschleunigte Bewegung gleichförmig, wenn die Schnelligkeit in jeder Secunde auf eine gleichförmige Weise zunimmmt. Einen merkwürdigen Beleg hierzu liefert die Bewegung der freifallenden Körper. Die Ursache, aus welcher die Körper fallen, liegt in der Schwerkraft, durch welche sie stets nach der Oberfläche der Erde in einer senkrechten Richtung gezogen werden. Diese Kraft wirkt unaufhörlich auf einen Körper; hat sie also einen Körper in Bewegung gebracht, so hört sie nach der ersten Secunde nicht auf, denselben fortzustoßen, fügt aber in der zweiten Secunde eine neue Schnelligkeit hinzu, in der dritten Secunde eine noch größere u. s. w.; und da die Kraft jeden Augenblick mit demselben Vermögen wirkt, so müssen die Schnelligkeiten auch auf eine gleichförmige Weise zunehmen; die Beschleunigung in den 4 Secunden muß verhältnißmäßig eben so groß sein, als die Beschleunigung in der dritten und zweiten Secunde u. s. w. Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung verhalten sich also die Zunahmen der Schnelligkeiten gerade so, wie die Zunahmen der Zeiten, und durch diese Vergleichung kann das Gesetz, nach welchem die Beschleunigung Statt findet, auf folgende Weise begreiflich [illegible]t werden:

Wenn man die aufrechtstehende Seite A C eines rechtwinkligen Dreieckes A B C Fig. 44 in gleiche Theile C 1, 1 2, 2 3 u. s. w. theilt, und die Linien 1 a, 2 b, 3 c u. s. w. mit der Basis A B parallel zieht, so müssen die Linien 1 a, 2 b, 3 c u. s. w. sich verhalten, wie die übereinstimmenden Theile 1 C, 2 C, 3 C u. s. w. Wenn man deßhalb die nachfolgenden gleichen Zeittheile der Bewegung ausdrückt durch die gleichen Theile C 1 2, 2 3 u. s. w., dann müssen, damit bei der beschleunigten Bewegung die Schnelligkeiten sich verhalten, wie die verlaufenen Zeiten, die Längen der Linien 1 a, 2 b, 3 c u. s. w. benutzt werden können, um die Schnelligkeiten auszudrücken, welche nach Verlauf der gleichen Zeiten Statt finden. Nimmt man nun die Zeittheile sehr klein, z. B. den hundertsten Theil einer Secunde, so kann man annehmen, daß, während dieser kleinen Zeit, die Bewegung gleichförmig ist; aber dann ist der durchlaufene Raum gleich der Schnelligkeit, multiplicirt mit der Zeit, also für den ersten kleinen Zeittheil $= 1a \times 1C = 1a \times ae =$ dem Inhalte des Quadrates C a; in dem zweiten kleinen Zeittheile $= 2b \times 12 = 2b \times bf =$ dem Inhalte des Parallelogrammes b 1; in dem dritten kleinen Zeittheile = dem Inhalte des Parallelogrammes c 2 u. s. w. Die Wege, welche der Körper in den zwei ersten, in den drei ersten Zeittheilen u. s. w. zurücklegt, können dann proportional ausgedrückt werden:

1) Viereck a C + Viereck b 1 = Dreieck b 2 C + 2 × Dreieck C a e.

2) Viereck a C + Viereck b 1 + Viereck c 2 = Dreieck 3 c C + 3 × Dreieck C a e u. s. w.

Nimmt man aber die Zeittheile sehr klein, und also unendlich kleiner, als sie in der Figur ausgedrückt sind, so werden die über die Linie C B her-

vortretenden Dreieckchen aCe, haf, obg u. s. w. auf die letzt so klein, daß man sie nicht unterscheiden kann, oder daß sie mit der Linie BC zusammenfallen, und also = 0 werden; werden nun diese Dreieckchen = 0, so werden sich auch die durchlaufenen Räume gerade eben so verhalten, wie die Inhalte der hinteren Dreiecke 1aC, 2bC, 3cC u. s. w. Die Inhalte dieser Dreiecke sind = a1 × ½1C = 2b × ½2C u. s. w., d. h. er ist gleich den Schnelligkeiten, multiplicirt mit der Hälfte der Zeiten. Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung sind deßhalb die durchlaufenen Räume nicht gleich den Zeiten, multiplicirt mit den Schnelligkeiten, sondern gleich der Hälfte der verlaufenen Zeiten, multiplicirt mit den Schnelligkeiten, welche die Körper am Ende der sämmtlichen Zeittheile besitzen.

Nennt man also die Räume R und r, die Zeiten Tt, und die Schnelligkeiten Vv, so erhält man für zwei verschiedene durchlaufene Räume

$$R : r = \tfrac{1}{2}VT : \tfrac{1}{2}vt = VT : vt;$$

aber an sich selbst verhalten sich die Schnelligkeiten, wie die Zeiten, oder die Zeiten, wie die Schnelligkeiten, deßhalb

$$V : v = T : t \text{ und also}$$
$$R : r = T \times T : t \times t = T^2 : t^2 \ldots\ldots (1)$$
oder $$R : r = V \times V : v \times v = V^2 : v^2 \ldots\ldots (2).$$

Diese Proportionen lehren, daß bei der beschleunigten Bewegung die durchlaufenen Räume sich verhalten, wie die Quadrate der Zeiten, oder wie die Quadrate der Schnelligkeiten. Dieses ist auch aus der Figur ersichtlich; denn die Räume sind dem Inhalt der Dreiecke 1aC, 2bC u. s. w. proportional, und diese verhalten sich zu einander, wie die Quadrate der Seiten 1C, 2C

oder der Seiten 1a, 2b u. s. w. und diese Seiten drücken eben die Zeiten und Schnelligkeiten aus.

36) Aus diesen Gesetzen der beschleunigten Bewegungen läßt sich nun folgern:

a) daß, wenn der Raum, den ein fallender Körper in der ersten Secunde durchläuft = 1 ist, der Raum, welchen er in der zweiten Secunde durchläuft, = 4 sein müsse, weil 1^2 sich zum Quadrate von 2 verhält, wie 1 zu 4. In den drei ersten Secunden muß der durchlaufene Raum = 9 sein, weil $3^2 = 9$ ist u. s. w., so daß die durchlaufenen Räume betragen:

In der ersten Secunde		$1^2 = 1$,
in den zwei ersten Secunden		$2^2 = 4$,
in den drei —	—	$3^2 = 9$,
in den vier —	—	$4^2 = 16$,
in den fünf —	—	$5^2 = 25$

u. s. w.

b) Daß die Schnelligkeiten, welche sich wie die Zeiten verhalten, in den nachfolgenden Secunden betragen müssen

1, 2, 3, 4, 5 u. s. w.

c) Wenn ein Körper durch einen Raum R mit einer beschleunigten Bewegung fällt, und am Ende dieses Falles eine Schnelligkeit V erlangt hat, so muß derselbe, da er mit der Schnelligkeit V gleichförmig bewegt wird, in derselben Zeit einen doppelten Raum 2R durchlaufen können.

Oben ist bewiesen, daß die durchlaufenen Räume bei der beschleunigten Bewegung gleich sind den Zeiten multiplicirt mit der Hälfte der Schnelligkeit, welche am Ende

dieser Zeiten erlangt worden ist (oder die Hälfte der Zeiten, multiplicirt mit der Schnelligkeit, wie im Art. 35 gesagt ist, was mit Obigem ganz gleich ist); geht also der Körper nicht mit halber Schnelligkeit $\frac{1}{2}$ V gleichförmig fort, sondern mit der ganzen Schnelligkeit V, dann muß der zurückgelegte Weg natürlich doppelt so groß sein.

87) Um nun diese Regeln anwenden zu können, muß man wissen, wie groß der Raum ist, welchen ein Körper in der ersten Minute seines Fallens durchläuft. Dieser Raum ist an verschiedenen Orten der Oberfläche der Erde verschieden, doch im Durchschnitt genommen, hat sich aus sorgfältigen Versuchen ergeben, daß jeder Körper groß oder klein, schwer oder leicht, im luftleeren Raume in der ersten Secunde des Fallens einen Raum von 4,90608 Ellen durchläuft. (Diese Bewegung ist sogar beschleunigt, wie klein eine Secunde auch sein möge.) Um nun die erläuterten Regeln anzuwenden, mögen folgende Beispiele behilflich sein:

A) Welch einen Raum durchläuft ein fallender Körper in 1 Minute?

Eine Minute hat 60 Secunden; in 1 Secunde beträgt der durchlaufene Raum = 4,90608 Ellen, und deßhalb bekommt man nach der Proportion (Nr. 1) Art. 35

Raum 4,90608 : Raum $x = 1^2 : (60)^2$,
oder Raum 4,90608 : Raum $x = 1 : 3600$,
deßhalb $x = 4{,}90608 \times 3600 = 17661{,}888$ Ellen.

Man sollte glauben, hierin ein einfaches Mittel zu besitzen, um die Höhe von Gegenständen zu berechnen, indem man die Fallzeit eines Körpers von der Höhe dieser Gegenstände herab beobachtet. Doch der Widerstand der Luft, welcher mit der Schnelligkeit der Bewegung zunimmt, macht die Berechnung sehr schwierig und deßhalb muß das er-

langte Resultat sehr von der Wahrheit abweichen, wenn man den Widerstand der Luft gar nicht in Anschlag bringt.

B) Wie viel Zeit hat ein Körper nöthig, um durch einen luftleeren Raum von 1000 Ellen zu fallen? Bezeichnet man diese Zeit mit x, so muß das Quadrat der Zeit sich zu 1000 verhalten, wie das Quadrat einer Secunde zu 4,90608, also

$$x^2 : 1000 = 1^2 : 4{,}90608; \text{ folglich}$$

$$x^2 = \frac{1000}{4{,}90608} = 203{,}82;$$

um also die Zeit x zu finden, muß man aus der Zahl 203,82 die Quadratwurzel ziehen, deßhalb ist

$$x = \sqrt{203{,}82} = 14{,}2 \text{ Secunden.}$$

C) Welch eine Schnelligkeit hat ein Körper, welcher durch eine Höhe von 1000 Ellen fällt?

Weil der Körper mit der verlangten Schnelligkeit, welche x genannt wird, gleichförmig fortgeht, und in der so eben gefundenen Zeit von 14,2 Secunden einen doppelten Weg zurücklegen muß, d. i. 2000 Ellen, so muß, da der Raum gleich ist der Zeit, multiplicirt mit der Schnelligkeit

$$2000 = 14{,}2 \times x$$

sein, folglich

$$x = \frac{2000}{14{,}2} \; 140{,}845 \text{ Ellen.}$$

Mit der Schnelligkeit, die ein Körper besitzt, wenn er in 1 Secunde durch 4,90608 Ellen fällt, muß er, wenn er gleichförmig, d. h. nicht beschleunigt bewegt wird, auch einen doppelten Weg von 9,81216 Ellen können zurücklegen, deßhalb ist wie oben

$$9{,}81216 = 1'' \times x$$

oder $x = 9{,}81216;$

dieses ist also die Schnelligkeit, welche ein Körper nach Verlauf von 1 Secunde während seines Fallens erlangt.

In der Werkzeugswissenschaft ist man gewohnt, die beständige Zahl 9,81216 durch den Buchstaben g auszudrücken; wenn man nun von den in Art. 35 und 36 aufgestellten Proportionen eine allgemeine Anwendung auf das Finden der durchlaufenen Räume der verflossenen Zeiten und der erlangten Schnelligkeiten während des Fallens machen will, so hat man dazu, wenn wir dieselben Berechnungen R, S und T, wie oben beibehalten wollen, folgende Formeln:

$$1^2 : T^2 = \tfrac{1}{2}g : R,$$

deßhalb $R = \tfrac{1}{2}g \times T^2 \ldots\ldots\ldots (3)$

hieraus folgt $T = \sqrt{\frac{2R}{g}} \ldots\ldots\ldots (4)$

und da $2R = TS$ sind, so muß

$$S = \frac{2R}{T} = \frac{2 \times \tfrac{1}{2}gT^2}{T} = gT \ldots. (5)$$

sein, oder, da die Quadrate der Schnelligkeiten sich verhalten, wie die durchlaufenen Räume:

$$g^2 : S^2 = \tfrac{1}{2}g : R,$$

so wird

$$S = \sqrt{2gR} \ldots\ldots\ldots (6).$$

Nach diesen Formeln ist die Tabelle berechnet, welche diesem §. beigegeben worden ist.

Damit man in vorkommenden Fällen keine schwierigen Rechnungen in diesem Werke zu führen braucht, so ist diese Tabelle beigegeben worden, in welcher man die durchlaufenen Räume, die Dauer des Fallens und die Schnelligkeit leicht finden kann, welche die Körper am Ende der Zeitdauer erlangt haben. Es verbreitet sich diese Tabelle von der Fallhöhe 1 Zolles bis zu derjenigen von 3 Ellen.

Man wird nun auch begreifen, daß, wenn ein Körper nicht fällt, sondern durch eine gewisse Kraft in gerader Richtung emporgeworfen wird, dessen Bewegung eben so abnehmen müsse, als die Beschleunigung während des Fallens eintritt.

Tabelle über den Zeitverlauf und die erlangte Schnelligkeit während des Fallens eines Körpers durch die Fallhöhen von 1 Zoll bis zu 3 Ellen.

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
0,01	0,0451	0,4429
0,02	0,0638	0,6246
0,03	0,0782	0,7672
0,04	0,0903	0,8859
0,05	0,1009	0,9905
0,06	0,1105	1,0851
0,07	0,1206	1,1841
0,08	0,1291	1,2674
0,09	0,1354	1,3289
0,10	0,1427	1,4008
0,11	0,1496	1,4685
0,12	0,1563	1,5345
0,13	0,1627	1,5972
0,14	0,1689	1,6575
0,15	0,1748	1,7156
0,16	0,1805	1,7719
0,17	0,1861	1,8265
0,18	0,1915	1,8795
0,19	0,1967	1,9309
0,20	0,2019	1,9811
0,21	0,2068	2,0304
0,22	0,2117	2,0778

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
0,23	0,2165	2,1245
0,24	0,2211	2,1702
0,25	0,2262	2,2149
0,26	0,2302	2,2588
0,27	0,2345	2,3018
0,28	0,2389	2,3440
0,29	0,2431	2,3855
0,30	0,2472	2,4320
0,31	0,2513	2,4664
0,32	0,2553	2,5059
0,33	0,2593	2,5448
0,34	0,2632	2,5830
0,35	0,2670	2,6207
0,36	0,2708	2,6579
0,37	0,2746	2,6946
0,38	0,2783	2,7276
0,39	0,2818	2,7664
0,40	0,2855	2,8016
0,41	0,2890	2,8365
0,42	0,2925	2,8701
0,43	0,2960	2,9048
0,44	0,2994	2,9384
0,45	0,3028	2,9716
0,46	0,3062	3,0051
0,47	0,3095	3,0369
0,48	0,3127	3,0691
0,49	0,3160	3,1008
0,50	0,3196	3,1360
0,51	0,3223	3,1628
0,52	0,3255	3,1944
0,53	0,3286	3,2250
0,54	0,3317	3,2552

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
0,55	0,3348	3,2853
0,56	0,3378	3,3148
0,57	0,3408	3,3444
0,58	0,3438	3,3736
0,59	0,3467	3,4026
0,60	0,3497	3,4313
0,61	0,3526	3,4598
0,62	0,3555	3,4881
0,63	0,3583	3,5161
0,64	0,3611	3,5438
0,65	0,3639	3,5714
0,66	0,3667	3,5988
0,67	0,3695	3,6260
0,68	0,3723	3,6530
0,69	0,3754	3,6840
0,70	0,3777	3,7062
0,71	0,3804	3,7326
0,72	0,3880	2,7588
0,73	0,3857	3,7849
0,74	0,3883	3,8105
0,75	0,3909	3,8364
0,76	0,3935	3,8618
0,77	0,3961	3,8871
0,78	0,3987	3,9123
0,79	0,4012	3,9364
0,80	0,4038	3,9622
0,81	0,4063	3,9871
0,82	0,4088	4,0118
0,83	0,4113	4,0358
0,84	0,4138	4,0599
0,85	0,4162	4,0841
0,86	0,4186	4,1080

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
0,87	0,4211	4,1319
0,88	0,4235	4,1556
0,89	0,4259	4,1791
0,90	0,4283	4,2123
0,91	0,4306	4,2268
0,92	0,4330	4,2489
0,93	0,4354	4,2720
0,94	0,4377	4,2949
0,95	0,4400	4,3177
0,96	0,4423	4,3403
0,97	0,4446	4,3629
0,98	0,4469	4,3850
0,99	0,4492	4,4076
1,00	0,4514	4,4299
1,01	0,4537	4,4520
1,02	0,4559	4,4740
1,03	0,4581	4,4958
1,04	0,4604	4,5176
1,05	0,4626	4,5393
1,06	0,4648	4,5598
1,07	0,4670	4,5822
1,08	0,4692	4,6037
1,09	0,4713	4,6249
1,10	0,4735	4,6461
1,11	0,4756	4,6666
1,12	0,4777	4,6881
1,13	0,4800	4,7095
1,14	0,4820	4,7298
1,15	0,4841	4,7508
1,16	0,4862	4,7711
1,17	0,4883	4,7916
1,18	0,4904	4,8121

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
1,19	0,4925	4,8324
1,20	0,4945	4,8639
1,21	0,4966	4,8732
1,22	0,4986	4,8929
1,23	0,5009	4,9149
1,24	0,5026	4,9329
1,25	0,5047	4,4527
1,26	0,5069	4,9744
1,27	0,5087	4,9922
1,28	0,5107	5,0118
1,29	0,5127	5,0313
1,30	0,5147	5,0508
1,31	0,5167	5,0697
1,32	0,5187	5,0895
1,33	0,5206	5,1087
1,34	0,5226	5,1280
1,35	0,5246	5,1419
1,36	0,5265	5,1660
1,37	0,5284	5,1851
1,38	0,5303	5,2038
1,39	0,5322	5,2227
1,40	0,5341	5,2415
1,41	0,5360	5,2601
1,42	0,5380	5,2788
1,43	0,5398	5,2973
1,44	0,5417	5,3159
1,45	0,5436	5,3343
1,46	0,5455	5,3526
1,47	0,5473	5,3709
1,48	0,5492	5,3892
1,49	0,5511	5,4074
1,50	0,5529	5,4254

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
1,51	0,5547	5,4434
1,52	0,5566	5,4615
1,53	0,5584	5,4794
1,54	0,5602	5,4974
1,55	0,5620	5,5151
1,56	0,5638	5,5329
1,57	0,5656	5,5505
1,58	0,5674	5,5682
1,59	0,5692	5,5858
1,60	0,5710	5,6034
1,61	0,5728	5,6209
1,62	0,5746	5,6382
1,63	0,4764	5,6557
1,64	0,5781	5,6730
1,65	0,4798	5,6907
1,66	0,5816	5,7075
1,67	0,5834	5,7246
1,68	0,5851	5,7391
1,69	0,5869	5,7581
1,70	0,5886	5,7758
1,71	0,5903	5,7928
1,72	0,5921	5,8097
1,73	0,5938	5,8266
1,74	0,5955	5,8447
1,75	0,5973	5,8608
1,76	0,5989	5,8769
1,77	0,6005	5,8921
1,78	0,6023	5,9102
1,79	0,6040	5,9267
1,80	0,6057	5,9433
1,81	0,6073	5,9597
1,82	0,6090	5,9762

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
1,83	0,6107	5,9926
1,84	0,6124	6,0189
1,85	0,6140	6,0296
1,86	0,6157	6,0415
1,87	0,6173	6,0578
1,88	0,6190	6,0739
1,89	0,6206	6,0901
1,90	0,6223	6,1061
1,91	0,6240	6,1229
1,92	0,6255	6,1382
1,93	0,6272	6,1541
1,94	0,6288	6,1701
1,95	0,6304	6,1859
1,96	0,6320	6,2017
1,97	0,6336	6,2176
1,98	0,6354	6,2350
1,99	0,6368	6,2490
2,00	0,6384	6,2647
2,01	0,6400	6,2804
2,02	0,6417	6,2973
2,03	0,6432	6,3115
2,04	0,6448	6,3271
2,05	0,6462	6,3411
2,06	0,6479	6,3580
2,07	0,6495	6,3720
2,08	0,6511	6,3889
2,09	0,6526	6,4042
2,10	0,6544	6,4210
2,11	0,6558	6,4353
2,12	0,6573	6,4499
2,13	0,6589	6,4651
2,14	0,6604	6,4803

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
2,15	0,6619	6,4954
2,16	0,6635	6,5108
2,17	0,6650	6,5255
2,18	0,6665	6,5405
2,19	0,6681	6,5557
2,20	0,6696	6,5706
2,21	0,6711	6,5853
2,22	0,6728	6,6019
2,23	0,6742	6,6154
2,24	0,6757	6,6300
2,25	0,6772	6,6449
2,26	0,6787	6,6595
2,27	0,6802	6,6743
2,28	0,6817	6,6889
2,29	0,6832	6,7035
2,30	0,6846	6,7175
2,31	0,6861	6,7329
2,32	0,6876	6,7473
2,33	0,6891	6,7618
2,34	0,6907	6,7767
2,35	0,6921	6,7909
2,36	0,6935	6,8052
2,37	0,6949	6,8197
2,38	0,6964	6,8340
2,39	0,6979	6,8483
2,40	0,6994	6,8626
2,41	0,7010	6,8773
2,42	0,7023	6,8912
2,43	0,7037	6,9051
2,44	0,7052	6,9193
2,45	0,7066	6,9338
2,46	0,7081	6,9477

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
2,47	0,7095	6,9615
2,48	0,7109	6,9751
2,49	0,7124	6,9890
2,50	0,7138	7,0043
2,51	0,7152	7,0182
2,52	0,7168	7,0335
2,53	0,7181	7,0462
2,54	0,7195	7,0600
2,55	0,7209	7,0740
2,56	0,7223	7,0878
2,57	0,7237	7,1015
2,58	0,7251	7,1155
2,59	0,7265	7,1290
2,60	0,7279	7,1429
2,61	0,7293	7,1567
2,62	0,7307	7,1704
2,63	0,7321	7,1839
2,64	0,7335	7,1977
2,65	0,7349	7,2113
2,66	0,7363	7,2249
2,67	0,7377	7,2384
2,68	0,7390	7,2519
2,69	0,7404	7,2655
2,70	0,7418	7,2790
2,71	0,7432	7,2924
2,72	0,7445	7,3059
2,73	0,7459	7,3194
2,74	0,7473	7,3326
2,75	0,7486	7,2460
2,76	0,7500	7,3594
2,77	0,7513	7,3726
2,78	0,7527	7,3861

Fallhöhen.	Zeit des Fallens.	Schnelligkeit am Ende des Fallens.
Niederl. Ellen.	Secunden.	Ellen.
2,79	0,7541	7,3993
2,80	0,7554	7,4125
2,81	0,7568	7,4258
2,82	0,7581	7,4390
2,83	0,7595	7,4522
2,84	0,7608	7,4652
2,85	0,7621	7,4785
2,86	0,7635	7,4916
2,87	0,7648	7,5047
2,88	0,7661	7,5177
2,89	0,7674	7,5307
2,90	0,7688	7,5437
2,91	0,7701	7,5567
2,92	0,7714	7,5698
2,93	0,7727	7,5827
2,94	0,7741	7,5956
2,95	0,7754	7,6086
2,96	0,7767	7,6214
2,97	0,7780	7,6342
2,98	0,7793	7,6470
2,99	0,7806	7,6599
3,00	0,7819	7,6728

§. III.

Ueber die zusammengesetzte Bewegung und die daraus entstehende kreisförmige Bewegung.

38) Die Bewegung in so weit betrachtet, findet stets in derselben geradlinigen Richtung Statt. Dieses ist immer der Fall, wenn ein Körper durch eine Kraft oder durch verschiedene Kräfte bewegt

wird, die alle in derselben Richtung wirken; aber sobald die Bewegung erzeugt wird durch Kräfte, die verschiedenartig wirken (z. B. wenn manche nur im ersten Augenblick, andere während der ganzen Zeit der Bewegung wirken) und auch in verschiedenen Richtungen, so findet die zusammengesetzte Bewegung Statt und die Bewegung muß alsdann im Allgemeinen krummlinig sein. Man weiß, daß eine Bombe durch die forttreibende Kraft des entzündeten Schießpulvers in einer schrägen Richtung aus dem Mörser geworfen wird und daß sie in einem Bogen durch die Luft an den bestimmten Ort gelangt, also einen krummlinigen Weg verfolgt. Der Grund davon ist dieser: Es sei AB Fig. 45 die schräge Richtung, in welcher der Körper geworfen wird, und die Kraft sei von der Beschaffenheit, daß er in der ersten Secunde den Weg AB zurücklegt. Wenn nun außer der Wurfkraft keine anderen wirkenden Ursachen vorhanden wären, so müßte der Körper beständig in der Richtung ABM fortschreiten; aber der Körper ist auch dem Gesetze der Schwerkraft unterworfen und strebt unaufhörlich niederzusteigen, so daß, wenn AC den Raum vorstellt, den er in der ersten Secunde seines Fallens durchläuft, der Körper durch zwei Kräfte AB und AC angezogen wird, deren zusammengesetzte Kraft die Diagonale AD des Parallelogrammes ABDC ausdrückt; es muß deßhalb der Körper den Weg AD verfolgen. Im Punkte D dieser Richtung muß der Körper wieder abweichen, und die Richtung DF verfolgen, weil die Schwerkraft DE fortwährend auf ihn wirkt; und da dieses in jedem Punkte des zu durchlaufenden Weges Statt findet, so wird die Wurfkraft ununterbrochen mit der Schwerkraft zusammengesetzt und der Körper muß deßhalb in einer krummlinigen Richtung ADFP fortschreiten.

39) Wenn der Körper C Fig. 46, welcher entweder durch eine Speiche, oder durch eine Schnur MC mit einem Punkte M verbunden ist und mit einer hinlänglichen Kraft seitwärts fortgetrieben wird, so muß er den Umfang des Kreises CM beschreiben. Dieses muß auch bei einem Körper Statt finden, welchen man mit der Hand rund herum schleudert. In diesen Fällen treten nun zwei Kräfte in Thätigkeit, welche die Ursache der kreisförmigen Bewegung sind:

a) Die seitwärts treibende Kraft, nach welcher sich die Geschwindigkeit der Umdrehung bestimmt;

b) die Kraft, durch welche C nach dem Mittelpunkte gezogen wird, oder mit diesem Mittelpunkte verbunden bleibt.

Ist CM eine Schnur, so muß diese Schnur durch die Umdrehung des Körpers gespannt werden, und natürlich um so viel mehr, als die Umdrehung schneller von Statten geht. Die Kraft, mit welcher die Schnur in der Richtung nach dem Körper, und entgegengesetzt gegen den Mittelpunkt hin gespannt wird, kann den Körper von der Schnur losreißen oder von dem Mittelpunkte trennen, wenn die Verbindung nicht stark genug sein sollte. In dieser Kraft liegt also die Ursache, warum der Körper beständig vom Mittelpunkte sich zu entfernen strebt. Man nennt sie deßhalb die Centrifugalkraft. Das Maß derselben wird auf folgende Weise gefunden: Es stelle ab die Größe der Centrifugalkraft, d. h. den Raum vor, welchen der Körper in 1 Secunde in der Richtung des Radius zurücklegt; bc bezeichnet die Schnelligkeit der Umdrehung des Körpers; wenn man nun die Schnelligkeiten ab und bc zu einer einzigen Schnelligkeit zusammensetzt, so wird bd der Weg sein, den der Körper verfolgt, d. i. einen Theil der Kreisperiphe-

rie bdC. Wenn man jedoch ab und bc als sehr klein annimmt, so kann man bd als eine kleine gerade Linie betrachten. Zieht man nun die Linie Md, so ist Mdb ein rechtwinkliges Dreieck, dessen rechter Winkel in d liegt, und dieses ist ähnlich dem rechtwinkligen Dreieckchen abd, weßhalb folgende Proportion zwischen den Seiten Statt finden muß:

$$ab : db = db : Mb;$$

man nenne nun die Centrifugalkraft ab = c, die Umdrehungsschnelligkeit bd = v und den Radius Mb = r, so ist

$$c : v = v : r,$$

deßhalb ist $c = \frac{v^2}{r}$.

Die Centrifugalkraft ist dann gleich oder lieber proportional dem Quadrate der Umdrehungsschnelligkeit, dividirt durch den Radius des beschriebenen Kreises, oder sie verhält sich wie das Quadrat der Schnelligkeit und umgekehrt, wie der Radius des Kreises. Je größer also der Radius des beschriebenen Kreises ist, desto kleiner muß bei derselben Schnelligkeit die Kraft sein; eine Verdoppelung der Schnelligkeit bewirkt jedoch eine vierfache Centrifugalkraft u. s. w.

War diese Kraft so groß, daß die Vereinigung des Körpers mit dem Mittelpunkte M zerrissen wird, dann muß der Körper allein dem Impulse der Kraft folgen, die ihn senkrecht um den Mittelpunkt herum geführt hat; er wird dann in der Richtung der Tangente CD gerade fortgehen und also vom Punkte M abweichen.

Indem sich der Körper C und M wie um eine Axe dreht, drückt er die Größe der Centrifugalkraft aus, d. h. welchen Druck die Axe in der Richtung des Radius in Folge der schnellen Umdrehung des Körpers zu leiden hat. Dasselbe gefundene Maß

drückt auch zugleich aus, welcher Druck in lothrechter Richtung auf die innere Fläche eines hohlen Cylinders ausgeübt wird, in welchem C stets im Kreise herum sich bewegt.

40) Wenn ein Körper A, welcher an einem festen Punkte M Fig. 47 hängt, aus seiner vertikalen Stellung nach B bewegt und dann losgelassen wird, so wird derselbe vermöge seiner Schwere niederzusteigen streben; aber er wird darin durch seine Verbindung mit dem Punkte M verhindert werden. Er muß deßhalb den Bogen BAC beschreiben; von C wird derselbe, ohne den geringsten Stoß erhalten zu haben, blos durch die Wirkung der Schwerkraft zurück nach B, und von B wieder nach C u. s. w. sich bewegen, was unaufhörlich dauern würde, wenn der Widerstand der Luft und die Friction im Punkte M wegfallen könnten. Von solcher Beschaffenheit ist die Bewegung des Werkzeuges, welches wir unter dem Namen Pendel kennen. Bei der Bewegung eines Pendels tritt Folgendes ein: Von B bis zum niedrigsten Punkt A wird die Bewegung durch die unaufhörliche Wirkung der Schwere immer schneller, während sie von A nach C in einem weit größeren Verhältniß verzögert wird, als sie auf der anderen Seite an Schnelligkeit zunahm; deßhalb müssen die Bogen AB und AC zu beiden Seiten der Vertikallinie AM gleich lang sein.

Obschon der Körper nicht ganz und gar der Wirkung der Schwerkraft gehorchen kann, so folgt er doch in der Bewegung demselben Gesetze der Beschleunigung, wie ein freifallender Körper; folglich müssen die zurückgelegten Wege sich verhalten, wie die Quadrate der Zeiten; die Wege oder Räume sind hier Bogen, und die Längen derselben, wenn sie eine gleiche Zahl von Gra-

den besitzen, den Radien der Kreise proportional, mit welchen sie beschrieben worden sind; so daß, wenn zwei Pendel in den verschiedenen Bogen BC und bc schwingen (wo dann die durchlaufenen Bogen BC und bc den Radien AM und aM d. h. den Längen der Pendel proportional sind), die Längen dieses Pendels sich verhalten müssen, wie die Quadrate der Zeiten, in welchen jedes Pendel eine Schwingung BC oder bc vollbringt. Daraus folgt umgekehrt, daß die Dauer der Schwingungen sich verhalten müsse, wie die Quadratwurzeln der Längen. Ein Pendel, dessen Länge = 4 ist, braucht also für eine Schwingung noch zweimal so viel Zeit, als ein Pendel, dessen Länge = 1 ist, u. s. w. Dabei ist jedoch vorausgesetzt, daß das Pendel keine Schwere habe, daß die Schwere des Pendels in einem einzigen Punkte vereinigt sei und daß die Luft keinen Widerstand leiste. Das Pendel, welches zur Vollendung einer Schwingung eine Secunde nöthig hat, muß in dieser Voraussetzung einer niederländischen Elle an Länge sehr nahe kommen.

Wenn man die Schwingungen eines Pendels im Verhältniß zu seiner Länge klein annimmt, so müssen sie ziemlich von gleicher Dauer sein (denn bei großen Bögen müssen sie des Widerstandes der Luft halber immer kürzer werden). Diese Eigenschaft macht die Anwendung der Pendel in Uhrwerken sehr nützlich.

§. IV.

Ueber die Bewegkraft der Körper, über lebendige Kräfte, Quantität der Wirkung u. s. w.

41) Wenn man aus der Bewegung eines Körpers auf die Größe der Kraft schließen will, welche

diese Bewegung hervorbringt, muß man nicht allein die Schnelligkeit eines Körpers, sondern auch dessen Größe oder Masse in Anschlag bringen. Dieses ist in Art. 33 nicht geschehen, weil für den Begriff der Sache ein Fortschreiten vom Einfachen zum Zusammengesetzten erforderlich ist; jetzt muß dieser Punkt jedoch näher erwogen werden. Unter Masse versteht man die Quantität des Stoffs, welchen ein Körper von bestimmter Größe enthält. Begreift ein Körper von gleicher Größe und Stoff noch mehr Massentheilchen in sich, so ist er dichter und enthält mehr Masse. Dem Begriff von Masse muß man denjenigen von Schwere nicht hinzufügen; unter Masse wird allein die Quantität des Stoffes verstanden, ohne dabei die Schwerkraft in Anschlag zu bringen; Gewicht ist die Summe der Schwere aller Massentheile, und da die Summe die ganze Masse ausmacht, so ist das Gewicht der Masse zwar proportional, aber nicht derselben gleich; deßhalb ist auch eine eiserne Kugel schwerer, als eine hölzerne, weil das Eisen größere Dichtigkeit, also mehr Massentheilchen, als das Holz enthält.

Jedes Massentheilchen ist gleich schwer, weil dasselbe in Folge der Wirkung der Schwerkraft die Schwere besitzt, welche auf alle Körper immer mit demselben Vermögen wirkt. Das Vermögen der Schwerkraft verhält sich wie die Schnelligkeit, welche ein der Schwerkraft unterworfener Körper in einer Minute erlangt. In Art. 37 ist diese Schnelligkeit mit g bezeichnet, so daß jedes Massentheilchen durch die Schwerkraft ein Vermögen besitzt, sich mit einer Schnelligkeit g für die erste Secunde niederwärts zu bewegen. Wird diese Bewegung gehindert, so ist g der Kraft proportional, mit welcher das genannte Massentheilchen gegen das Hinderniß tritt,

d. h. g verhält sich, wie das Gewicht dieses Theilchens. Sind dieser Theilchen nun 4, 5 und mehrere, so kann das Gesammtgewicht derselben ausgedrückt werden durch 4g, 5g u. s. w. Wenn deßhalb M die Anzahl der Massentheilchen eines Körpers, folglich die Masse desselben bezeichnet, so kann das vollkommene Gewicht oder die eigentliche Schwere desselben durch Mg ausgedrückt werden; man nenne deßhalb das Gewicht eines Körpers G, dann ist $Mg = G$ und $M = \frac{G}{g}$; deßhalb ist die Masse gleich dem Gewichte derselben, dividirt mit der Wirkung des Schwerpunktes. Das Gewicht, dessen wir uns im Gesellschaftszustande bedienen, ist ein angenommenes Maß; eine gewisse Quantität eines Stoffes in niederländischen Pfunden ausgedrückt, gibt also nicht die vollkommene Schwere dieser Quantität, sondern allein die proportionale Schwere. Darum bekommt man durch Berechnug der Formel $M = \frac{G}{g}$, wenn G in niederländischen Pfunden gegeben ist, auch nicht die vollständige Masse, oder die genaue Anzahl der Massentheilchen der gedachten Quantität, sondern nur eine Zahl, welche der Quantität derselben proportional ist und proportional bleibt, man möge das Gewicht G nun in niederländischen, englischen oder anderen Pfunden ausdrücken. Da man nun in der Anwendung es immer mit den Verhältnissen der Massen zu thun hat, so ist es eben deßhalb ganz unnöthig, die genaue Quantität der Massentheile zu kennen, und man kann die Formel $Mg = G$ in allen Fällen benutzen.

Je mehr also ein Körper Masse besitzt, einen desto größeren Widerstand setzt er der Kraft entgegen, die ihn bewegen soll. Wenn demnach eine

Kraft K auf eine Masse 4 wirkt und derselben die Schnelligkeit 6 ertheilt, so wird dieselbe Kraft der doppelten Masse 8 keine Schnelligkeit 6, wohl aber eine Schnelligkeit 3 verleihen können, weil die Schnelligkeit bei doppeltem Widerstande der Masse bis auf die Hälfte sich vermindern muß, wenn die Wirkung dieselbe bleiben soll; denn in beiden Fällen ergibt sich für letztere das gleiche Resultat, weil $4 \times 6 = 24$ und auch $8 \times 3 = 24$ ist. Die Kraft ist also proportional erstens der Masse und zweitens der Schnelligkeit, so daß sie, da sie von beiden abhängt, sich im zusammengesetzten Verhältnisse dieser Größen befindet. Man nenne demnach die Masse M, die Schnelligkeit S, die Kraft K, so muß die Kraft K proportional sein dem Produkt MS. Das Produkt MS drückt aus, wie viele Massentheilchen mit der Schnelligkeit S sich in Bewegung befinden und wird die Quantität der Bewegung genannt, weßhalb die Größe einer Kraft aus deren Wirkung ermessen wird, also aus der Anzahl Theilchen, die sämmtlich mit der Schnelligkeit S durch die Kraft in Bewegung gesetzt werden; die Kraft ist dann proportional der Quantität der Bewegung, was auch so viel sagen will, daß dieselbe Kraft einer größeren Masse eine kleinere Schnelligkeit ertheilt, oder, um eine größere Schnelligkeit zu ertheilen, einen geringeren Widerstand finden, oder auf eine kleinere Masse wirken muß.

42) Um ein proportionales Maß von einer [illegible]aft zu haben, kann man $K = MS$ setzen, und [illegible] es begreiflich werden, wie die Wirkung eines [illegible]aes beurtheilt werden kann. Jedes Werk[illegible] bekanntlich dazu, irgend einen Widerstand [illegible] im Allgemeinen, um eine Last [illegible] oder zu heben. Das Heben

einer Last, von welcher Art dieselbe sein möge, kann dem Emporziehen eines Gewichtes G Fig. 48, das an einem Stricke hängt, welcher über eine feste Rolle M geschlagen ist und bei K durch eine gewisse Kraft gezogen wird, verglichen werden. Wenn man die Schwere des Strickes und andere Widerstände bei Seite setzt, dann wird das Gewicht von G Pfunden durch die Kraft K dem Gleichgewichte gehalten werden, sobald letztere auch einen Druck oder Zug von G Pfunden ausübt; doch um G zu heben, muß K eine größere Kraft anwenden; je größer diese Kraftanwendung ist, desto schneller wird das Gewicht G emporsteigen; wirkte die Kraft nur eine einzige Secunde, so läßt sie sich durch MS ausdrücken; denn die Kraft hebt hier nicht eine Masse ohne Schwere, sondern ein Gewicht oder eine Masse, von welcher jeder Theil Schwere besitzt; es muß also hier G statt M gesetzt werden, so daß die Kraft während einer Secunde = GS ist. Wirkt nun die Kraft anhaltend während einer Zeit von T Secunden, so muß sie jede Secunde ein Vermögen = GS fortwährend anwenden und hat deßhalb in T Secunden ein Vermögen nöthig von GS × T; nun ist S × T = die Schnelligkeit, multiplicirt mit der Zeit, d. i. der Weg, welcher in der Zeit T zurückgelegt worden ist. Man nenne diesen Weg H, so kann S × T durch H ersetzt werden, und die Größe der Kraft ausgedrückt durch G × H, d. i. durch das Gewicht, multiplicirt mit der Höhe, bis zu welcher dasselbe in der Zeit T gehoben worden ist. Es kommen deßhalb bei der Beurtheilung einer Kraft, welche Bewegung erzeugt, drei Dinge in Betrachtung, welche man auch leicht begreift:

a) Die Schwere des Gewichtes, welches in Bewegung gesetzt wird;

b) die Schnelligkeit, mit welcher dieses geschieht;

c) die Zeit, während welcher die Wirkung Statt findet;

oder zwei Dinge:

a) Das Gewicht;

b) die Höhe, bis zu welcher es während der Zeit der Wirkung gehoben wird.

Von diesen zwei oder drei Dingen hängt die Kraft dergestalt ab, daß sie dem Produkte derselben proportional ist und der bequemern Darstellung halber demselben gleichgesetzt wird, so daß

$$K = G \times S \times T \text{ oder}$$
$$K = G \times H$$

sein muß. Man nennt dieses Maß der Kraft, wenn es Bewegung mittheilt, ganz eigenthümlich die Quantität der Wirkung, indem z. B. $G \times H$ ausdrückt das Gewicht, welches die Kraft K bis zur Höhe H zu heben vermag. Man sieht hieraus, welcher Unterschied Statt findet zwischen Gleichgewicht oder Druck, und zwischen Bewegung, und wie sehr man sich irren kann, wenn man ein Werkzeug beurtheilt, während dasselbe im Zustande der Ruhe sich befindet; denn dann findet man weiter nichts, als die Kraft, welche der Last das Gleichgewicht zu halten vermag, folglich weiter nichts, als das Gewicht G.

43) Aus der Gleichung $K = G \times S \times T$ lassen sich zwei Folgerungen ziehen, welche in der Anwendung von größter Wichtigkeit sind und nie lebendig genug dem Geiste eines Mechanikers vorgeführt werden können. Später werden diese Folgerungen vielleicht besser begriffen werden, aber hier ist nicht der Ort, derselben Erwähnung zu thun.

a) Angenommen, eine bestimmte Kraft vermag nicht mehr auszurichten, als ein Gewicht G bis zur

Höhe h in 1 Secunde, oder ein Gewicht $\frac{1}{2}$G bis zur Höhe 2h in einer Secunde zu heben u. s. w., so kann, wie sich auch die Last G und der Weg, den sie in 1 Secunde durchläuft, verhalten mögen, d. h. welche mechanische Theile man auch anwendet, um der Kraft das Heben zu erleichtern und bis zu $\frac{1}{2}$ G, $\frac{1}{3}$ G u. s. w. zu bringen, die Aeußerung der Kraft niemals ihr ursprüngliches Vermögen überschreiten, durch welches G Pfunde in 1 Secunde um h Ellen gehoben werden können. Mit keinem Werkzeug, wie vernünftig dasselbe auch zusammengesetzt, und wie wunderbar in seiner Wirkung es sein möge, kann man also mehr ausrichten, als mit der einfachen Kraft, die dasselbe bewegt, sobald man hier auf die eigentliche Quantität der Wirkung, auf die Bewegung und nicht auf das Gleichgewicht sieht; denn in diesem Fall ist es nicht schwierig, Zusammensetzungen zu erdenken, durch welche 10,000 Pfund mittelst 1 Pfundes im Gleichgewicht gehalten werden können.

b) Eine Kraft, welche G Pfunde um h Ellen in 1 Secunde emporsteigen kann, muß, wie eben gesagt ist, $\frac{1}{2}$G, $\frac{1}{3}$G u. s. w. um 2h, 3h in 1 Secunde heben können; man muß also mit einer kleinern Last das Gleichgewicht herstellen können; man gewinnt deßhalb an Kraft, aber man verliert gleichwohl an Schnelligkeit oder an Zeit; denn während 1 Secunde muß man alsdann, um dieselbe Wirkung zu erlangen, doppelt oder dreimal so hoch u. s. w. heben, oder es wird, wenn man die Schnelligkeit nicht beschleunigen will, eine doppelte, dreifache Zeit u. s. w. nöthig sein, um $\frac{1}{2}$G $\frac{1}{3}$G u. s. w. 2h, 3h u. s. w. hoch zu heben. Dieser Grundsatz, welcher weiter unten ausführlicher erörtert werden soll, ist einer der wichtigsten, welche

bei der Kraftäußerung aller Maschinen mit in Anwendung kommen.

44) Die Gleichung $K = GH$ kann noch unter einer anderen sehr merkwürdigen Form gegeben werden, die wegen des Gebrauches derselben in der Anwendung gekannt zu werden verdient. Da $G = gM$ ist (siehe Art. 41), so muß

$$K = GH = gMH \text{ sein.}$$

Um nun aus dem zweiten Gliede dieser Gleichung g wegzubringen, muß an dessen Stelle gesetzt werden sein genauer Werth, ausgedrückt in den Größen, welche hier in Betrachtung kommen, d. h. ausgedrückt mit S, T oder H; nun ist (siehe die Formel (3) Art. 37) $R = \frac{1}{2}gT^2$, oder da hier H dasselbe bezeichnet wie R,

$$H = \tfrac{1}{2}gT^2,$$

hieraus folgt nun, daß $g = \frac{2H}{T^2}$ ist; deßhalb muß die Umwandlung, oder Uebertragung dieser Werthe geben

$$K = GH = M \times \frac{2H}{T^2} \times H = M \times 2 \times \frac{H^2}{T^2}.$$

Ferner ist (siehe Formel (5) Art. 37) $\frac{2H}{T} = S$, folglich $\frac{H}{T} = \frac{1}{2}S$, und deßhalb wird

$$GH = M \times \tfrac{1}{2}S^2$$

oder $2GH = MS^2$;

S drückt hier die Schnelligkeit aus, welche dem Gewichte G während der Bewegung durch den Raum H mitgetheilt werden konnte; sie ist also gleichsam eine vermehrte Schnelligkeit. Da man nun gewohnt ist, das Produkt GH als Ausdruck dessen, was durch eine Kraft K verrichtet werden kann, Quantität

der Wirkung zu nennen, so nennt man die Quantität der Bewegung, welche während der Zeit T fortgedauert hat, und dadurch gleichsam vermehrt und ins Leben getreten ist, lebende Kraft, zur Unterscheidung vom bloßen Druck, welcher eine todte Kraft ist. Das Produkt einer Masse und des Quadrates der Schnelligkeit ist dann eine lebende Kraft, und dann ergibt sich aus der oben stehenden Gleichung: daß die lebende Kraft, die ein Körper, welcher einen Weg H durchläuft, erlangen kann, gleich ist der doppelten Quantität der Wirkung der Kraft, welche die Bewegung erzeugt hat. Dieser Grundsatz von großer Fruchtbarkeit in der Anwendung der Bewegungslehre soll in der Folge hier und da durch Beispiele erläutert werden.

§. V.

Ueber den Stoß der Körper.

45) Es sind Mm Fig. 49 zwei Körper, z. B. zwei Kugeln, welche mit den Schnelligkeiten Ss in einerlei oder in entgegengesetzten Richtungen bewegt werden, so wird, wenn z. B. die beiden Körper in der Richtung von A nach B bewegt werden, und die Schnelligkeit S von M größer ist, als die Schnelligkeit s des anderen Körpers m, so wird, sage ich, der Körper m durch M endlich eingeholt werden; sobald sie einander erreicht haben und einander berühren, erfolgt diese Berührung durch einen Stoß, und die Wirkung dieses Stoßes besteht natürlich darin, daß der Körper M durch den vorangehenden Körper m wegen des Anstoßes verhindert wird, mit seiner größeren Schnelligkeit s sich fortzubewegen, so daß also M einen Theil seiner Bewegungskraft verliert, während der gestoßene

Körper m durch die grössere Schnelligkeit von M genöthigt wird, eine schnellere Bewegung anzunehmen, und deßhalb an Bewegungskraft gewinnt; je grösser die Bewegungskraft von M ist, mit desto mehr Vermögen soll m gestoßen werden, und desto größer wird demnach für m der Gewinn an Bewegungskraft sein, während M dann natürlich um so mehr von seiner Quantität der Bewegung durch diese Mittheilung verliert: so viel m empfängt, eben so viel verliert M, d. h. die verlorene Quantität der Bewegung von M ist gleich der gewonnenen Quantität der Bewegung von m. Wenn nun die Körper hart sind und nicht wie ein Paar elastische elfenbeinerne Kugeln durch den Stoß zurückprallen können, so ist es klar, daß sie nach dem Stoß zusammen sich fortbewegen müssen, mit einer Schnelligkeit, die kleiner als S und größer als s sein muß. Die Größe dieser Schnelligkeit hängt nicht nur allein von der ursprünglichen Schnelligkeit, sondern auch von den Massen der Körper ab; denn um wie viel größer z. B. m ist, um so mehr Widerstand leistet dieser Körper durch den Stoß dem Körper M, so daß dann

a) wenn m größer ist, als M, die Schnelligkeit, mit welcher die Körper zusammen sich fortbewegen, kleiner sein muß, als wenn

b) m kleiner ist, als M; und ist

c) M eben so groß, als m, dann ist es klar, daß die Körper nach dem Stoße mit einer Schnelligkeit sich fortbewegen müssen, die das Mittel ist von den Schnelligkeiten S und s; denn dann muß die Summe dieser Schnelligkeiten S + s gleich an die beiden Körper vertheilt werden, weil sie gleich groß sind, so daß jeder die Hälfte dieser zusammengesetzten Schnelligkeit empfängt, also $\frac{1}{2}$ (S + s),

und mit dieser Schnelligkeit bewegen sich die Körper dann fort.

46) Werden beide Körper gegen einander bewegt, so verliert derjenige Körper, welcher die größte Quantität der Bewegung besitzt, durch den Stoß so viel von dieser Quantität, als die Quantität der Bewegung des zweiten Körpers beträgt. Dieser zweite Körper wird dann mit einemmal in seiner Richtung gehemmt, und genöthigt, mit dem ersten Körper fortzugehen, d. h. eine seiner vorigen Richtung entgegengesetzte anzunehmen; die Schnelligkeit dieser Bewegung wird um so viel geringer sein, als die Quantität der Bewegung beträgt, mit welcher der zweite Körper, der nun zurückkehrt, den ersten Körper gestoßen hat.

Es kann der Fall eintreten, daß zwei Körper, die gegen einander bewegt werden, gleich große Massen haben; in diesem Falle hängt die Schnelligkeit ihrer vereinigten Bewegung nach dem Stoße allein von der Schnelligkeit der Körper vor dem Stoße ab. Es soll die Schnelligkeit S die größte sein und die Bewegung in der Richtung dieser Schnelligkeit Statt finden; S soll vermindert werden, um den Betrag der Schnelligkeit s, und S — s soll die Schnelligkeit sein, die unter zwei gleich große Massen vertheilt werden muß. Deßhalb wird die Schnelligkeit für jede Masse, d. i. die gemeinschaftliche Schnelligkeit sein $\frac{1}{2}$ (S — s).

Auch können, wenn die Massen gleich sind, die Schnelligkeiten noch gleich sein; der Stoß findet dann Statt auf der Hälfte des Weges, der die Entfernung der Körper zu Anfang ihrer Bewegung bestimmte; und da sie nun mit gleicher Kraft stoßen, so müssen sie in Folge dieses gleichen Stoßes beide auf dem genannten Punkt in Ruhe bleiben. Befindet sich einer der Körper in Ruhe, so muß die ge-

meinschaftliche Schnelligkeit nach dem Stoß um so viel größer oder kleiner sein, als der ruhende Körper eine kleinere oder größere Masse hat; sind die Massen der Körper gleich, dann erlangt der ruhende Körper die Hälfte der Schnelligkeit des stoßenden Körpers und dieses ist dann die gemeinschaftliche Schnelligkeit. Ist der ruhende Körper im Verhältnisse zum anderen sehr groß, so wird der Stoß auf die große Masse ganz aufgehoben werden können und es wird dann keine fernere Bewegung Statt finden.

47) Man nenne die Masse des einen Körpers M, und die des zweiten m, dann hat jeder besonders eine Quantität der Bewegung MS und ms; nach dem Stoße gehen die Körper zusammen mit einerlei Schnelligkeit fort; man nenne diese Schnelligkeit x, und setze voraus

a) daß die Körper in derselben Richtung bewegt werden, wo dann nach dem Stoße dieselbe Quantität der Bewegung besteht, wie vor dem Stoße; weil nun beide Körper in derselben Richtung bewegt werden, so besitzen sie in dieser Richtung eine Quantität der Bewegung $= MS + ms$; nach dem Stoße machen sie zusammen eine Masse $M + m$ aus und haben eine Schnelligkeit x, was eine Quantität der Bewegung gibt von $(M + m)\,x$; diese beiden Quantitäten müssen sich nun gleich sein, deßhalb wird

$$(M + m)\,x = MS + ms$$

sein, es ist also $x = \dfrac{MS + ms}{M + m}$ ..... (1).

b) Werden die Körper gegen einander bewegt, so wird die größte Quantität der Bewegung um die kleinste ganz und gar vermindert, und die zusammengesetzte Quantität der Bewegung ist dann

(wie die aus zwei Kräften, die in entgegengesetzten Richtungen wirken, zusammengesetzte Kraft) gleich der Differenz derselben, d. i. $= MS - ms$, darum wird dann so wie oben

$$(M + m) \times x = MS - ms$$

sein, und also $x = \frac{MS - ms}{M + m}$ ...... (2).

Durch diese zwei Formeln kann man alle Umstände, welche bei dem Anstoßen von zwei harten Körpern Statt finden, verfolgen, indem man zwischen den Massen und Schnelligkeiten allerhand Vergleichungen anstellt. Sind sich z. B die Massen gleich, dann ist $M = m$, und die Formelu werden dann

$$1)\, x = \frac{mS + ms}{m + m} = \frac{m(S + s)}{2m} = \frac{S + s}{2} = \tfrac{1}{2}(S + s),$$

$$2)\, x = \frac{mS - ms}{m + m} = \frac{m(S - s)}{2m} = \frac{S - s}{2} = \tfrac{1}{2}(S - s);$$

d. i. wie schon oben gesagt worden, die gemeinschaftliche Schnelligkeit nach dem Stoße wird gleich sein der halben Summe der Schnelligkeiten, welche die Körper vor dem Stoße besaßen oder gleich der Hälfte der Differenz dieser Schnelligkeiten, je nachdem sie in einerlei oder in entgegengesetzter Richtung bewegt werden.

48) **Wenn ein Körper einen anderen Körper** (welcher ruht oder bewegt wird) **mittelst eines Stoßes Bewegung mittheilt, dann findet durch diese plötzliche Wirkung immer ein Verlust Statt in der Quantität der Wirkung, welche der stoßende oder auch beide Körper besitzen** (wenn sie nämlich beide bewegt werden); **doch findet kein Verlust, zum wenigsten kein namhafter Statt, wenn**

die Mittheilung der Bewegung nach und nach und in unmerklich zunehmenden Graden Statt findet.

Die Wahrheit dieses Satzes, welcher in der angewandten Werkzeugswissenschaft von Gewicht ist, und wovon in der folgenden Abtheilung Beispiele vorkommen werden, kann ohne Hilfe der Geometrie und Algebra nicht streng dargethan werden; eben so wenig kann die Quantität des oben erwähnten Verlustes ohne Berechnung ausgemittelt werden. Man bemühe sich deßhalb, die Wahrheit obigen Satzes so gut wie möglich durch nachfolgende Erläuterung zu verstehen.

Wenn ein Körper AB Fig. 50, welcher um einen Punkt M bewegbar ist (z. B. ein Hebel) mit einer großen Schnelligkeit um diesen Punkt M beständig hin und her bewegt werden muß, d. i. von D nach C und von C zurück nach D u. s. w., so muß derselbe, wenn er in C angelangt ist, durch die Bewegungskraft sogleich zurückgeführt werden, und die Quantität der Wirkung, die bei der Bewegung von D nach C in C erlangt wird, muß mit einemmal gehemmt werden. Dieses muß die Bewegkraft thun und dabei ein Vermögen anwenden, um den Körper nach C zurückzubringen. Diese Wirkung muß plötzlich Statt finden und ist also dem Stoße eines Körpers m ähnlich, welcher AB im Punkte C anstieß, die Quantität der Bewegung von AB gänzlich tilgte und AB nöthigte, sich nach einer entgegengesetzten Richtung zu bewegen. Während der Bewegung hat die Bewegkraft nichts zu thun, als die Quantität der Wirkung, welche sie dem Körper mittheilte, beständig zu unterhalten, aber in C muß sie die Quantität der Wirkung mit einemmal hemmen, dazu das Vermögen derselben verdoppeln, oder, was einerlei ist, ein Theil der genannten Quantität

der Wirkung verlieren, um die Rückkehr von AB plötzlich zu bewerkstelligen. War es z. B. ein Mann, welcher die Bewegung mittheilte, so wird es ihn mehr ermüden, den schnell bewegten Körper in seiner Bahn entschieden zu hemmen, als wenn er ihn während derselben Zeit in Bewegung erhielt. Die größere Mühe, dieses zu erreichen, ist nun nichts anderes, als der Verlust von Kraft, von Quantität der Wirkung, wovon gesprochen worden ist, und für jede andere Bewegkraft muß ein gleicher Verlust Statt finden.

Wenn jedoch die Bewegkraft bereits zu streben beginnt, diese Richtung der Bewegung des Körpers zu verändern, bevor er nach C gelangt ist, und dieses Streben unmerklich vermehrt, so daß, wenn der Körper in C angelangt ist, auch dessen Quantität der Bewegung ganz aufgehoben ist, dann äußert sich die Wirkung nicht durch einen plötzlichen Stoß, sondern nach und nach und geradeweise zunehmen; es geht dann keine Kraft verloren, sondern man zieht von derselben allen möglichen Nutzen, gleich wie man auch keine Zunahme der Mühe spüren wird, sondern die Bewegung wird am längsten können fortdauern, wenn man den Körper allmählig während seines Weges zu hemmen beginnt, ehe er noch das Ende seiner Bewegung erreicht hat; so dürfen auch Menschen und Thiere, wenn es gilt, eine Last in Bewegung zu setzen, ihre Kraft nicht verschwenden, sondern müssen die Last auf die Weise am bequemsten und mächtigsten in Bewegung setzen, daß sie nicht plötzlich sich anstrengen, ziehen oder heben, sondern sanft beginnen und unmerklich ein größeres Vermögen anwenden. Durch eine plötzliche Wirkung erlangt der Körper oder die Last mit einemmale ihre größte Schnelligkeit; aber größer kann die Schnelligkeit werden, und größer deßhalb auch die Quan-

tität der Wirkung durch eine langsame und stets zunehmende Wirkung, wodurch die Schnelligkeit so zu sagen cumulirt wird.

49) Dieses findet nun bei jedem Werkzeug Statt, es werde dasselbe durch Menschen oder Thiere, durch Gewichte oder Federn, durch Wasser oder durch Dampf in Bewegung gesetzt; alle Stöße, plötzliche Wirkungen, plötzliche und unvorhergesehene Veränderungen in der Richtung der Bewegung einiger Theile, haben eine Verminderung in der Quantität der Wirkung der Bewegkraft, und eine daraus hervorgehende Verminderung in der Verrichtung des Werkzeuges oder der Maschine zur Folge. Es ist deßhalb in der Werkzeugskunst eine allgemeine Regel in jedem Werkzeug Stöße und Veränderungen der Bewegung so viel wie möglich zu vermeiden, aber die Mittheilung der Bewegung sanft und anhaltend auszuführen, oder, wenn Stöße und Veränderungen in der Richtung der Bewegung wegen der natürlichen Beschaffenheit der Arbeit Statt finden müssen, das Werkzeug so einzurichten, daß keine nachtheilige Folgen daraus auf Verminderung der Quantität der Wirkung sich ergeben. Ueber dergleichen Einrichtung, so wie über andere Gründe, weßhalb man die eben aufgestellte Regel beständig im Auge haben muß, wird in der Folge am zweckmäßigen Orte gehandelt.

Was bis jetzt über den Stoß harter Körper verhandelt worden, ist der wichtigste Theil dieser Theorie, womit man in der Anwendung zu thun hat. Es ist hier vorausgesetzt worden, daß der Stoß in gerader Richtung erfolgt, so daß die Richtung der Bewegung durch die Schwerpunkte der Körper läuft; sie kann auch schräg und außerhalb der Rich-

tung der Schwerpunkte erfolgen; diese Betrachtungen, welche auch auf die besondere Form, so wie auf die Anzahl der Körper Rücksicht nehmen, sind jedoch hier für die Anwendung in der Folge nicht nothwendig.

50) Man weiß, daß die Wirkung eines kleinen Stoßes sehr viel auszurichten vermag, so daß die Wirkung desselben schwer durch einen einzelnen Druck überwunden werden kann, oder wenn dieses der Fall ist, daß alsdann das druckende Gewicht viel größer sein müsse, als das Gewicht des stoßenden Körpers; es würde höchst wichtig sein, wenn man die Wirkung einer stoßenden Kraft eben so genau berechnen könnte, als diejenige einer drückenden oder einer gleichförmig bewegenden Kraft; dann müßte, sei es nun, daß die Natur der Sache dieses nicht zuläßt, sei es, daß man zur Erreichung dieses Augenmerks bis jetzt einen verkehrten Weg eingeschlagen hat, dieser Schritt noch gethan werden. Jetzt läßt sich hierüber wenig mit Sicherheit feststellen, und es scheint in dem gegenwärtigen Zustande der Werkzeugswissenschaft nicht möglich zu sein, einen Stoß mit einem Druck zu vergleichen, da Druck und Stoß zwei ungleichartige Wirkungen sind. Man kann jedoch den Stoß mit der Quantität der Wirkung eines bewegten oder gestoßenen Körpers vergleichen und dadurch meistentheils die Wirkung eines Stoßes beurtheilen, und aus dem Gröbsten schätzen, jedoch nicht mehr, als aus dem Gröbsten, weil es immer noch nicht ausgemacht ist, wie entweder eine stoßende Kraft ihrem Maße nach wesentlich zu bestimmen sei oder ob hinzukommende Umstände die Lösung dieser Aufgabe oft sehr mühsam machen. Als Erläuterung über die Art und Weise, wie die Vergleichung ins Werk zu setzen sei, kann Folgendes dienen.

Pfähle, welche durch die Schläge eines Fallblockes in die Erde gerammt werden, müssen so tief in den Boden getrieben werden, daß sie durch die wiederholten Schläge des Fallblockes nicht mehr tiefer eindringen; denn alsdann kann man sicher sein, daß sie die Last, welche sie stützen sollen, unbeweglich tragen werden. Die Länge der Pfähle richtet sich nach der Tiefe, bis zu welcher sie in den festen Boden getrieben werden müssen, und davon, so wie von der Last, welche sie zu tragen haben, hängt dann wiederum die Dicke dieser Pfähle ab. Bei dem Einrammen ergibt sich nun folgende Frage: Welches Gewicht kann ein Pfahl tragen, welcher durch einen Fallblock von gewisser Schwere bis auf den festen Grund eingerammt worden ist, so daß er nicht mehr tiefer dringt? Da dieses von den Umständen des Bodens und auch von der Bestimmung abhängt, so würde es unbedachtsam sein, diese Sache durch Berechnung a priori zu bestimmen; die folgende Berechnung ist nur als wahrscheinlich und als eine Erläuterung des Vorausgeschickten zu betrachten. Je tiefer der Pfahl eingerammt wird, desto weniger dringt er bei jedem Schlage vorwärts; und wenn er dem festen Grunde nahe kommt, wird das Tieferdringen sehr gering sein, und man kann annehmen, daß, wenn das Tieferdringen bei jedem Schlag eines sehr schweren Fallblockes nur einen niederländischen Strich beträgt, der Pfahl dem festen Grunde sehr nahe ist. Nimmt man nun an, daß der Fallblock 300 Pfund schwer sei, und eine Fallhöhe von 13 Palmen oder 1,3 Ellen Fallhöhe besitze, so hat derselbe durch seinen Fall auf den Kopf des Pfahles eine Quantität der Wirkung ausgeübt von $300 \times 1{,}3 = 390$. Gesetzt nun ein Gewicht x von der Höhe eines niederländischen Striches

= 0,001 Elle falle auf den Kopf des Pfahles, so muß die Quantität der Wirkung betragen $x \times 0{,}001$; soll diese Quantität der Wirkung nun gleich sein der so eben gefundenen von 390, so erhält man

$$0{,}001 \times x = 390,$$

deßhalb ist $x = \frac{390}{0{,}001} = 390{,}000$ Pfund.

Das Gewicht von 390,000 Pfund aus der kleinen Höhe 0,001 herabfallend, wird also verursachen, daß der Pfahl um 1 Strich oder 1 Linie tief eindringt. Ist nun der Pfahl in dem festen Grund eingerammt und wird er alsdann von der Last gedrückt, so wirkt diese Last nur durch ihren Druck, nicht aber als ein Gewicht, welches von einer Höhe herabfällt, wie klein dieselbe auch sein möge; und da die Wirkung dann viel geringer ist, als diejenige des Stoßes, so läßt sich wohl annehmen, daß der in den festen Grund eingerammten Pfahl ein Gewicht von 390,000 Pfunden wird tragen können. In Ermangelung einer besseren Art, diesen Gegenstand zu beurtheilen, kann man sich in Fällen gleicher Art einer ähnlichen Berechnung bedienen, und dieses um so mehr, da in dem eben angeführten Beispiele die Belastung eines Pfahles nie mit dem vollen Gewicht erfolgt, welches er zu tragen vermag, indem schon die Vorsicht u. s. w. gebietet, die Last nur auf den dritten Theil des gefundenen Gewichtes zu beschränken.

Da man nun die Last kennt, welche ein eingerammter Pfahl von gewisser Länge und Dicke tragen muß, so läßt sich nach obiger Berechnung ziemlich genau bestimmen, welche Schwere der Fallblock haben müsse, welche Berechnung dem Leser überlassen bleibt.

51) Man theilt die Körper ein in harte, weiche und federnde Körper. Diese Eigenschaften besitzen sie in verschiedenen Graden, selten im höchsten Grade. Diejenigen Körper, welche zu den harten gerechnet werden, sind selten völlig hart, sondern immer mehr oder weniger weich oder federnd (elastisch); federnd oder elastisch ist nun ein Körper, wenn derselbe zusammengedrückt werden kann, und nach dem Zusammendrücken von selbst die vorige Gestalt wieder annimmt; er ist völlig elastisch, wenn er die vorige Form mit einer Kraft wieder annimmt, die derjenigen gleich ist, durch welche er zusammengedrückt wurde. Eine eiserne Kugel, welche auf eine elfenbeinerne Fläche senkrecht niederfällt, springt bekanntlich nach dem Stoß wieder empor. Die Ursache davon liegt in der Elasticität der Kugel, vermöge welcher sie durch die Berührung mit der Fläche einigermaßen eingedrückt wird, augenblicklich aber ihre vorige runde Form wieder annimmt, und weil sie auf die Fläche nun als auf einen Stützpunkt zurückwirkt, wieder emporbewegt wird; springt nun die Kugel eben so hoch zurück, als sie gefallen ist, so besitzt sie vollkommene Elasticität; denn dann ist die Rückwirkung der Ursache der Zusammendrückung gleich gewesen. Springt sie nicht bis zu der Höhe empor, aus welcher sie herabgefallen ist, so muß auch ihre Elasticität weniger vollkommen sein u. s. w.

Wenn elastische Körper stoßen oder gestoßen werden, so sind die Gesetze der Bewegung nach dem Stoßen ganz anders, als wenn die Körper hart sind; dieselben, was das Allgemeine und Hauptsächlichste anlangt, kennen zu lernen, ist von großem Belang.

52) a) Zuerst sollen zwei elastische Körper, von denen wir annehmen wollen, daß sie vollkommen sind, nach dem Stoße nicht in Berührung

bleiben, wie zwei harte Körper es thun würden; denn vermöge der Elasticität wirken beide Körper nach dem Stoße auf einander zurück, weßhalb sie sich dann auch von einander entfernen müssen.

b) Die Schnelligkeiten der Körper nach dem Stoße sind dann, allgemein genommen, verschieden, und hängen ab von den Quantitäten der Massen und von den Schnelligkeiten vor dem Stoß. Sind diese Massen und Schnelligkeiten ungleich, so wird jederzeit der elastische Körper, welcher die größte Quantität der Bewegung besitzt, nach dem Stoß eine geringere Schnelligkeit haben, als es der Fall sein würde, wenn er hart wäre. Der andere Körper erlangt dadurch natürlich eine größere Schnelligkeit, mögen nun die Körper in einerlei oder in entgegengesetzten Richtungen sich bewegen.

c) Wenn die Körper in derselben Richtung bewegt werden und der stoßende Körper an Masse größer ist, als der vorausgehende Körper, so werden nach dem Stoße beide Körper sich noch in derselben Richtung fortbewegen.

Besitzt aber der vorausgehende Körper eine größere Masse, als der nachfolgende Körper, welcher ersteren anstößt, so kann letzterer eine solche Schnelligkeit besitzen, daß er nach dem Stoß im Zustande der Ruhe bleibt oder zurückläuft, während der andere alsdann mit größerer Schnelligkeit sich vorwärts bewegt. Sind die Körper der Masse nach gleich groß, dann verfolgen sie nach dem Stoß einerlei Weg und tauschen ihre Schnelligkeiten gegenseitig aus: der erste nimmt dann die Schnelligkeit des zweiten und der zweite die Schnelligkeit des ersten an.

d) Werden die Körper gegen einander bewegt, so können sie beide bei verschiedenen Massen und Schnelligkeiten in Folge des Stoßes zurückspringen oder einer von ihnen kann liegen bleiben, oder sie

können beide in der Richtung desjenigen Körpers, welcher die größte Quantität der Bewegung besitzt, nach dem Stoße sich fortbewegen.

Sind sie an Masse gleich groß, so springen sie mit Austausch der Schnelligkeit zurück, was natürlich mit gleicher Schnelligkeit geschehen wird, wenn die Schnelligkeiten vor dem Stoße sich gleich waren.

e) Befindet sich einer der Körper in Ruhe, und besitzen sie über dieses einerlei Masse, so wird nach dem Stoße der stoßende Körper in Ruhe bleiben, und der andere mit der ganzen Schnelligkeit des ersten sich fortbewegen.

Es ist eine bekannte Sache, daß die elfenbeinernen Billardbälle sich in diesem Falle befinden. Sie haben dieselbe Masse, und der Ball, auf welchen man spielt, liegt in Ruhe; dennoch nimmt man wahr, daß der stoßende Ball nicht immer liegen bleibt, sondern sich vorwärts bewegen und manchmal sogar zurücklaufen kann. Aber fürs erste sind diese Bälle nicht vollkommen elastisch, und zum andern kann man dem Stoß eine solche Richtung geben, daß er nicht parallel mit der Tafel durch den Schwerpunkt läuft; und alsdann finden die Gesetze des Stoßes auf eine ganz andere Weise ihre Anwendung, wie dieses bei harten Körpern auch der Fall ist. Die Reibung des Balles auf der Tafel &c. kann hierzu auch beitragen.

53) Wenn harte Körper einander stoßen, so entsteht wie in Art. 48 aus einander gesetzt worden, ein Verlust in der Quantität der Wirkung. Bei vollkommen elastischen Körpern findet gerade das Umgekehrte Statt: diese verursachen durch das Stoßen keinen Verlust an Quantität der Wirkung, und zwar wegen der Zurückwirkung dieser Körper in Folge des Stoßes. Man kann sich dieses einigermaßen dadurch erläutern,

wenn man in Betrachtung zieht, daß eine Feder z. B. eben so viel zurückgibt, als sie empfängt, was bei harten Körpern der Fall nicht ist.

Man kann von dieser Eigenschaft der elastischen Körper (welche bei gewöhnlichen Federn, die man in Werkzeugen anwendet, immer in gewissem Grade Statt findet, obschon sie unvollkommen elastisch sind) einen nützlichen Gebrauch für den Fall machen, daß ein Körper AB Fig. 50 eine sehr schnelle, abwechselnd umdrehende Bewegung um den Punkt M erhalten soll; denn bringt man gleich über C und D zwei starke Federn m und n an, so wird das äusserste Ende B, welches in C und D gegen die Federn stößt, von letzteren nicht allein in seiner Bewegung gehemmt, sondern in Folge der Ausdehnung dieser Federn sogleich wieder zurückgetrieben werden. Die Federkraft mindert also nicht die Quantität der Wirkung dadurch, daß sie die Bewegungsrichtung des Körpers AB verändert; über dieses geht von der Quantität der Bewegung des Körpers durch den Stoß auf den elastischen Körper auch wenig verloren; diese Quantität bleibt größtentheils zurück, und die Kraft, welche AB bewegt, verschwendet also beinahe nichts, außer demjenigen, was nöthig ist, um ihre eigene Bewegungsrichtung zu verändern.

§. VI.

Ueber die Widerstände, welche durch das in Bewegung Versetzen, und während der Bewegung eines Körpers überwunden werden müssen.

54) Dieser Widerstände gibt es im Allgemeinen drei: die Trägheit, der Widerstand der Luft und die Reibung. Ueber die Reibung wird im folgenden §. besonders gesprochen, und der specielle Widerstand, welchen man Steifigkeit

der Seile nennt, wird besser da erklärt und besprochen, wo von den Rollen gehandelt wird. Was deßhalb Trägheit und Widerstand der Luft und die Folgen dieser Widerstände sind, soll nun zuerst entwickelt werden.

Jeder Körper, welcher sich in der Ruhe befindet, kann von selbst nicht in Bewegung gerathen, und eben so wenig kann ein bewegter Körper von selbst in Ruhe kommen; denn so häufig man auch die Bewegung eines Körpers aufhalten sieht, so ist daran immer eine andere Ursache schuld, wie z. B. die Wirkung der Schwerkraft, der Widerstand der Luft, die Reibung u. s. w., mit einem Worte der Stoff, aus welchem die Körper bestehen, besitzt an und für sich nicht das Vermögen, Bewegung zu erzeugen, oder aus der Bewegung in den Zustand der Ruhe zu gelangen. Dieser passive Zustand, in welchem sich der Stoff befindet, und allen Eindrücken, die er von außen empfängt, Folge leistet, wird Trägheit oder Unthätigkeit genannt. Es ist folglich eine Ursache, d. i. eine Kraft erforderlich, um einen Körper aus der Ruhe in Bewegung zu bringen, oder, um die Ruhe eines Körpers durch Hemmung der Bewegung dieses Körpers darzustellen. Wenn sich ein Körper in Ruhe befindet, so strebt er in dieser Ruhe zu bleiben, und setzt deßhalb der Kraft, die seine Ruhe stören will, Widerstand entgegen. Eben so strebt ein bewegter Körper, in der Bewegung zu verharren, und setzt deßhalb jeder Kraft, welche seine Bewegung zu hemmen strebt, Widerstand entgegen. Vermöge der Trägheit setzen nun die Körper einer jeden Ursache, welche auf die Veränderung ihres Zustandes Einfluß hat, Widerstand entgegen. Dieses ist ein Gegenstand, welcher, wenn er auch bei der Betrachtung eines Werkzeuges manch-

mal vernachlässigt werden kann, doch wegen der Hauptrolle, die dieser Widerstand bei manchen Wirkungen spielt, gekannt und so viel wie möglich in Anschlag gebracht zu werden verdient.

55) Man verwechsele die Trägheit eines Körpers nicht mit seiner Schwere; denn dieses sind zwei sehr verschiedene Eigenschaften. Träge müssen die Körper immer sein, wenn auch gar keine Schwere vorhanden wäre; denn Trägheit bezieht sich allein auf den Stoff an und für sich betrachtet, und Schwere ist eine Kraft, die auf den Stoff wirkt. Wollte man annehmen, daß Trägheit eine Kraft sei, so müßte sie diejenige Kraft sein, mit welcher der Stoff selbst wirkt, und Schwere eine andere Kraft, welche auf den Stoff wirkt. Wenn man deßhalb die Trägheit eines Körpers in Erwägung zieht, denkt man allein an die Quantität des Stoffes dieses Körpers, d. i. an die Masse; aber bei Schwere denkt man an das Gewicht des Körpers. Man nehme an, daß ein schweres Gewicht an einem Seil senkrecht in Ruhe hängt, so wirkt die Schwere cd Fig. 48 dieses Körpers in einer senkrechten Richtung niederwärts; wenn dann der Körper in einer horizontalen Richtung ab ein wenig umgedreht wird, so ist zu dessen Veränderung von Ruhe zu Bewegung Kraft erforderlich; die Kraft findet deßhalb bei dem Angriffe des Körpers Widerstand. Aber dieser Widerstand kommt nicht von der Schwere (denn diese wirkt in der senkrechten Richtung cd und übt in der Richtung ab, die senkrecht auf cd fällt, keine Kraft aus), folglich muß sie der Trägheit des Stoffes zugeschrieben werden. Wie gering dieser Widerstand auch sein möge, selbst wenn er durch einen sanften Luftstrom, welcher den Körper anweht, überwunden werden kann, so besteht er doch und ist von der Schwere unabhängig. Die Schwere

gibt jedoch einen Widerstand ab, sobald der Körper aus seiner vertikalen Richtung gebracht worden ist; denn diese Kraft wirkt alsdann zum Theil niederwärts und zum Theil in der Richtung der Kraft a b, mit welcher c d alsdann einen spitzen Winkel bildet.

56) Hieraus ergibt sich nun, daß, um ein Werkzeug aus dem Zustande der Ruhe in denjenigen der Bewegung zu versetzen, außer der Ueberwindung der Last und des Widerstandes der Reibung der Luft ꝛc. es noch einen anderen Widerstand gibt, nämlich die Trägheit, der mit überwunden werden muß. Hat man aber das Werkzeug in Bewegung gebracht, so ist die Trägheit überwunden, und man erfährt dann von ihr weiter keinen Widerstand, wenn die Bewegung gleichförmig fortdauert. Jedermann, der irgend ein leichtes Werkzeug in Bewegung gesetzt hat, weiß aus Erfahrung, daß er im Anfange der Bewegung die meiste Kraft anzuwenden hat, daß aber die Kraftanstrengung nicht mehr so groß zu sein braucht, wenn das Werkzeug in eine gleichförmige Bewegung gesetzt worden ist; denn alsdann wird er durch die Bewegung unterstützt, da der Körper, wenn er sich einmal in Bewegung befindet, auch in derselben anhaltend zu bleiben strebt.

Bei den meisten Werkzeugen muß die regelmäßige Bewegung erzielt werden, so daß man in diesem Falle und wenn die Bewegung fortschreitend ist, d. h. nicht mit Stillständen hin- und hergehend ꝛc., die Kraft zur Ueberwindung der Trägheit nicht in Anschlag zu bringen braucht, weil diese Kraft nur im Anfang bei dem langsamen und stufenweisen Uebergang aus der Ruhe in eine immer schnellere Bewegung nöthig war, doch alsdann für diesen Zweck nicht mehr angewendet zu werden brauchte. Ein Werkzeug oder irgend ein Theil eines

Werkzeuges, der sich in Bewegung befindet, strebt durch die Trägheit in Bewegung zu bleiben, und hiervon kann man in vielen Fällen zur Regulirung der Bewegung eines Werkzeuges einen nützlichen Gebrauch machen, wie am betreffenden Orte näher erklärt werden soll.

Die allgemeinsten Fälle nun, in welchen man den Widerstand der Trägheit zu besiegen haben wird, sind folgende zwei:

a) Wenn die Bewegung von Augenblick zu Augenblick beschleunigt oder verzögert werden muß. Denn in diesem Falle muß der Körper in jedem Augenblick aus dem Zustande der Bewegung, in welchem er sich befindet und zu bleiben strebt, in einen Zustand von mehr oder weniger schneller Bewegung versetzt werden. Jeden Augenblick muß dann die Trägheit entweder durch eine Antreibung (Beschleunigung) oder durch eine Erschwerung (Verzögerung) der Bewegung überwunden werden, und dieses kostet Kraft.

b) Wenn die Bewegung eines Werkzeugs, oder eines Theiles eines Werkzeugs beständig aufgehalten werden muß, oder wenn ein Theil abwechselnd ruht und abwechselnd aus der Ruhe in die Bewegung übergeführt werden muß.

Eine Waage, die man auf und nieder, oder ein Pendel, das man hin- und herschwanken läßt, müssen jedesmal die Richtung der Bewegung verändern. Die Bewegung, welche sie besaßen, und mit welcher sie strebten, in Bewegung zu bleiben, muß jedesmal gehemmt werden, es muß ihre Trägheit überwunden werden und dieses kostet Kraft. Ganz derselbe Fall tritt ein mit einem schweren Hammer, der jedesmal, wenn er durch eigene Schwere nie-

dergefallen ist, durch die Bewegkraft wieder gehoben und aus der Ruhe in Bewegung gebracht werden muß. Hieraus ergibt sich noch ferner, was schon im vorhergehenden §. gesagt worden ist, daß man solche Bewegungen und Wirkungen in Werkzeugen so viel wie möglich zu vermeiden suchen muß. Wenn sie jedoch wegen der Natur der Arbeit der Bewegkraft u. s. w. Statt finden müssen, dann gibt es praktische Mittel, deren später Erwähnung gethan werden soll, durch welche hauptsächlich die Trägheit überwunden wird, ohne daß dadurch die Quantität der Bewegkraft merklich vermindert wird.

57) Hat man dieses alles gut begriffen, so fragt man natürlich nach der Kraft, mit welcher in den erwähnten Fällen die Trägheit zu überwinden ist. Dieses hängt meistentheils von der Form der Körper ab, und wenn sie bewegt werden, von der besonderen Art der Bewegung.

a) Ein Körper, welcher aus der Ruhe in Bewegung übergeführt werden muß, äußert natürlich um desto größeren Widerstand, je größer seine Masse ist, so daß in diesem Fall der Widerstand der Trägheit sich verhält, wie die Masse des Körpers. Vergleicht man also zwei Körper, so wird dieser Widerstand dem Gewichte der Körper proportional sein; denn dann sind die Massen den Gewichten proportional, weil ein Körper um so viel schwerer ist, als er mehr an Massentheilen in sich faßt. Wenn man deßhalb weiß, wie viel Kraft zur Ueberwindung der Trägheit eines Körpers nöthig ist, so ergibt sich dieses auch für jeden anderen Körper durch Berechnung einer einfachen Proportion; oder auch, wenn eine Kraft eine Masse M in Bewegung hält, und jedesmal eine andere Masse m aus der Ruhe in Bewegung versetzen muß, so wird sie fortdauernd auf M und m

wirken und eigentlich eine Masse $M + m$ in Bewegung bringen müssen, wornach also die Kraft bestimmt werden muß.

b) Ist ein Körper in Bewegung, so setzt derselbe einer Kraft, welche die Bewegung hemmen will, nicht allein um desto mehr Widerstand entgegen, je mehr Masse er hat, sondern auch, je größer die Schnelligkeit seiner Bewegung ist. In diesem Falle ist sonach der Widerstand der Trägheit proportional der Quantität der Bewegung, jedoch wohl zu merken, der Quantität der Bewegung; die sich aus der Masse und aus der Schnelligkeit ergibt, welche im Augenblick der Wirkung der Kraft Statt findet, und nicht aus der Quantität der Wirkung, welche man aus dem Gewicht und aus dem durchlaufenen Weg, d. i. aus der Summe der Schnelligkeiten erkennt, welche der Körper während der Bewegung hintennach besaß.

Zur Ueberwindung der Trägheit eines bewegten Körpers, ist vielmehr Kraft nöthig, als um denselben Körper aus der Ruhe in Bewegung zu bringen, so wie ein Stoß viel größer ist, als ein Druck vom Gewichte des stoßenden Körpers. Denn, um z. B. einen schweren Schleifstein um seine Axe in Bewegung zu setzen, braucht man wenig Kraft anzuwenden, aber ist nicht ein großer Druck, ein Klemmen u. s. w. nöthig, um den Stein auf einmal zu hemmen, wenn er sich einmal mit großer Schnelligkeit um seine Axe dreht?

c) Die Art und Weise, wie Körper bewegt werden, und auch die Form derselben gibt häufig einen Fingerzeig, wie der Widerstand der Trägheit zu bestimmen sei; meistentheils kann dieses aber nur durch besondere Berechnungen geschehen, deren Entwickelung nicht hierher gehört.

58) Am häufigsten kommt der Fall vor (und es soll in der Folge auch ein merkwürdiges Beispiel davon mitgetheilt werden) die Trägheit eines Körpers zu bestimmen, welcher um eine gewisse Axe sich umdreht. Folgendes kann über diesen Punkt Aufklärung geben.

Jedes Theilchen R eines Körpers Fig. 51, welcher sich um eine Axe M dreht, hat eine verschiedene Quantität der Bewegung; denn je größer die Entfernung RM ist, desto größer sind die Peripherien der Kreise, welche die Theilchen beschreiben, und da diese Kreisperipherien in derselben Zeit durchlaufen werden, so besitzen die Theile die entfernter vom Mittelpunkt oder Drehungspunkte liegen, natürlich eine größere Schnelligkeit, als die anderen. Die Schnelligkeiten sind gerade um so viel größer, als die Radien der durch die Theilchen der Masse beschriebenen Kreise; deßhalb verhalten sich die Schnelligkeiten wie die Radien der Kreise. Man bezeichne nun die Masse eines Theilchens R mit m, und den Radius des entsprechenden Kreises RB mit r, dann ist die Quantität der Bewegung in der Richtung RB proportional $m \times r$. Aber das Streben jedes Theilchens in der Bewegung um den Punkt M zu beharren, ist um so viel größer, als RM größer ist, oder noch besser: das Theilchen m wirkt in R, wie am Arme eines Hebels RM und hat deßhalb ein Moment $m \times r$. Deßhalb wird die Quantität der Bewegung des so eben gefundenen Momentes $m \times r$ auch sein $m \times r \times r = mr^2$, und diese Größe ist nun proportional dem Streben jedes Theilchens in der Bewegung um den Punkt M herum zu beharren, d. h. sie ist proportional der Trägheit. Da r der entsprechenden Schnelligkeit s proportional ist, so kann man statt mr^2 setzen ms^2, so daß auch die Trägheit eines Körpers, welcher

sich um eine Axe dreht, der lebenden Kraft proportional ist (siehe Art. 44). Aus der Gestaltung dieser Werthe ergibt sich nun, daß die Trägheit weniger zunimmt mit der Masse m, als mit der Entfernung r dieser Masse m vom Mittelpunkte m; denn wird die Masse noch einmal so groß und $= 2m$, so wird die Trägheit $= 2m \times r^2$, also ebenfalls verdoppelt; wird aber die Entfernung r doppelt so groß, dann ist die Quantität der Trägheit $= m \times (2r)^2 = m \times 4r^2 = 4mr^2$, also vierfach; und diese Folgerung ist, wie wir weiter unten sehen werden, von großer praktischer Wichtigkeit. Jetzt läßt sich daraus folgern, daß ein Körper, welcher die größte Masse am Drehungspunkte Fig. 52 besitzt, leichter in Bewegung gesetzt werden kann, als der Körper Fig. 53, dessen größere Masse an den äußersten Enden liegt; aber letzterer wird mit mehr Kraft in der Bewegung beharren, als ersterer Fig. 52.

Wenn man nun die Quantität der Trägheit eines Körpers bestimmen will, der sich um eine Axe dreht, so muß man die Masse jedes Theilchens multipliciren mit dem Quadrate seiner Entfernung von der Axe und dann alle diese Produkte zusammen addiren, so daß dieses ganz und gar von der Form des Körpers abhängt. Es würde eine mühsame und äußerst langwierige Arbeit sein, diese Berechnung für einen großen Körper zu machen. Die höheren Theile der Rechenkunst enthalten für diesen Zweck kürzere Formeln, und man kann durch dieselben z. B. finden, daß die Quantität der Trägheit eines Parallelepipedums, dessen Länge $= a$, dessen Breite $= b$, dessen Höhe $= c$ ist, und welches sich um eine Axe dreht, welche parallel mit der Breite b durch den Schwerpunkt läuft, sein müsse

$$= \frac{1}{12} M (a^2 + c^2),$$

es ist hier nämlich mit M die Masse bezeichnet; und wenn die Axe der Länge parallel läuft, so kann man die Quantität der Trägheit auch setzen

$$= \frac{1}{2} M (b^2 + c^2);$$

so daß, wenn Breite und Höhe sich gleich sind, die Quantität der Trägheit ausgedrückt werden kann durch

$$\frac{1}{6} M b^2.$$

Bei einem Cylinder, dessen Radius $= r$ ist, und der sich um seine Axe dreht, besitzt die erwähnte Quantität der Trägheit einen Werth von

$$\frac{1}{2} M r;$$

er ist also um $\frac{1}{6}$ kleiner, als derjenige eines Parallelepipedons, indem er eine halbe Breite und Dicke $\frac{1}{2} b = r$ dem Radius des Cylinders besitzt; denn für ein solches Parallelepipedon hat man $\frac{2}{3} M b^2$. Wenn deßhalb der Cylinder eben so lang bleibt, aber einen doppelten Durchmesser bekommt, wird sein Inhalt vierfach und die Masse $= 4 M$, während statt r^2 nun $4 r^2$ zu setzen ist; indem die Trägheit ausgedrückt wird durch $16 \times \frac{1}{2} M r^2$. Mit der Verdoppelung der Dicke wird dann der Widerstand der Trägheit 16mal größer.

Die Trägheit einer Kugel, die sich um ihre Axe dreht, ist

$$= \frac{2}{5} M r^2,$$

wenn r den Radius derselben bezeichnet.

Es werden in der Folge noch mehrere Beispiele von der Anwendung dieser Formeln vorkommen.

59) Auch die Luft setzt jedem Körper, welcher mit einer gewissen Schnelligkeit durch dieselbe bewegt wird, einen Widerstand entgegen. Aus der Erfahrung weiß man, daß dieser Widerstand größer ist, wenn

a) dieser Körper mit großer Oberfläche gegen die Luft bewegt wird;

b) wenn die Schnelligkeit der Bewegung größer ist. Vorzüglich nimmt dieser Widerstand mit der Zunahme der Schnelligkeit gar sehr zu, und wohl in manchen Fällen mit dem Quadrat der Schnelligkeit, d. h. ein Körper mit einer doppelten Schnelligkeit findet einen vierfachen Widerstand u. s. w. Aus der Erfahrung hat sich noch nicht ergeben, wie viel dieser Widerstand in jedem besonderen Falle genau beträgt und es wird deßhalb voreilig sein, denselben bei der Berechnung eines Werkzeuges auf eine genaue Weise in Ansatz bringen zu wollen. Für viele Fälle würde die Kenntniß der Quantität dieses Widerstandes erwünscht sein, aber man kann auch in vielen anderen Fällen den Widerstand der Luft bei der Bewegung eines Werkzeuges ganz unberücksichtigt lassen. Es genüge, hier des Widerstandes der Luft Erwähnung gethan, oder darauf aufmerksam gemacht zu haben, daß derselbe bei der Bewegung eines Werkzeuges besteht, und es wird sich in der Folge ergeben, wie man es häufig anfangen kann, daß derselbe einen weniger nachtheiligen Einfluß äußert, und in welchen Fällen man denselben auch recht gut benutzen kann.

§. VII.

Ueber den Widerstand der Reibung.

60) Zu den Widerständen, welche die Bewegung eines Werkzeuges sehr erschweren, gehört hauptsächlich die Reibung, d. h. der Widerstand, welcher Statt findet, wenn die Oberflächen zweier Körper an einander oder auf einander bewegt oder geschoben werden. Die Quantität dieses Widerstandes hängt im Allgemeinen von zwei Dingen ab:

a) Von dem Gewicht oder der Last, mit welcher die Oberflächen gegen einander gedrückt werden;

b) von dem Grade der Glätte oder Ebenheit dieser Oberflächen.

Man begreift doch, daß zwei rauhe Oberflächen in der Regel nicht so leicht auf einander bewegt werden können, als zwei glatte und ebene Oberflächen, und daß im letzteren Falle der Widerstand wieder um desto geringer sein müsse, je größer der Grad der Ebenheit ist.

Könnte man nun die Oberflächen vollkommen eben machen, so würde keine Reibung bestehen, da dieses aber unmöglich ist, so gibt es immer, um mich dieses Ausdruckes zu bedienen, Theilchen, welche aus demselben vortreten und Widerstand erzeugen, wenn die Oberflächen auf einander bewegt werden, und es besteht also immer Reibung. Es würde sogar in vielen Fällen noch Widerstand bestehen (derjenige der Trägheit ausgenommen), wenn sich vollkommen ebene Oberflächen auf einander bewegten; denn im Fall einer vollkommenen Ebenheit kleben die Oberflächen mit einer gewissen Kraft an einander, und um dieses Ankleben zu vernichten, ist natürlich wiederum Kraft erforderlich; weniger ebene Oberflächen besitzen auch eine gewisse Kraft des Anklebens, und sonach hat man außer dem Widerstande der Reibung auch denjenigen des Anklebens zu überwinden; in der praktischen Anwendung hat man jedoch mit letzterem Widerstande nichts zu schaffen, da er doch immer in dem Werthe des Widerstandes der Reibung begriffen ist, der sogleich angegeben werden soll, oder da er unberücksichtigt bleiben kann, bei Werkzeugen, die in Bewegung sind. Man begreift ferner, daß diese Reibung abhängig ist von dem Druck, welchen die reibende Oberflächen zu er-

tragen haben. Wenn zwei ebene hölzerne oder eiserne Platten u. s. w. auf einander liegen und belastet werden, erst mit 10, dann mit 30 Pfund, so werden sie im letzteren Fall schwieriger als im ersteren auf einander zu bewegen sein, weil die Widerstand leistenden Theilchen alsdann fester an einander anschließen und stärker gegen einander drücken.

Wo deßhalb Druck besteht, sowohl in einer horizontalen, als in einer senkrechten oder in irgend einer schrägen Richtung, da besteht auch Reibung.

61) Das Vornehmste, was von den Umständen, unter welchen dieser Widerstand verschieden sein kann, bemerkt zu werden verdient, besteht in Folgendem:

a) Daß diese Umstände als von der Art der Körper und von vielen hinzukommenden Dingen abhängig, zuerst ganz und gar durch Erfahrung müssen bestimmt werden. Die Versuche, welche für diesen Zweck mit der größten, nur möglichen Genauigkeit, angestellt worden sind, haben gelehrt:

b) Daß die Quantität der Reibung vollkommen proportional sei der Größe des Druckes, d. h. wenn man bei einem Drucke von 100 Pfund findet, daß die Reibung zweier Körper an einander so groß ist, daß eine Last von 20 Pfund sich nothwendig macht, um diesen Widerstand zu überwinden, so wird man 40 Pfund, 60 Pfund u. s. w. nöthig haben, um dieselbe Reibung zu überwinden, wenn der Druck 200 Pfund, 300 Pfund u. s. w. beträgt. In diesem Falle verhält sich also der Druck zur Reibung, wie sich 100 verhält zu 20, 200 zu 40 u. s. w. oder 5 zu 1, d. h die Reibung ist $= \frac{1}{5}$ Druck $= 0{,}2$. Kennt man deßhalb diese Größe, d. i. das Verhältniß der Reibung zum Druck, so wird man für jeden

Druck die Quantität der Reibung ausmitteln können, indem man den Druck nur mit 0,2 multiplicirt. Es geben also 200 Pf. einer Reibung von 200 × 0,2 = 40 Pfund u. s. w.

Diese Zahl 0,2 ist jedoch nur als Beispiel genommen; denn die Erfahrung hat gelehrt:

c) Daß die Reibung verschieden ist, wenn die Oberflächen von einem anderen Stoffe sind. Die Reibung von Eisen auf Eisen ist also anders, als die Reibung von Eisen auf Kupfer u. s. w.

d) Die Reibung hängt allein vom Druck ab, aber nicht von der Größe der reibenden Oberflächen, es sei denn, daß die Oberflächen sehr klein und so zu sagen Punkte wären.

Eine Oberfläche von 4 Quadratfuß, welche durch eine Last von 20 Pfunden gedrückt wird, gewährt deßhalb keinen größeren Reibungswiderstand, als eine Oberfläche von 10 Quadratfuß, welche ebenfalls mit 20 Pfund belastet ist; denn wiewohl in letzterem Falle die Oberfläche noch einmal so groß ist, als die erstere, so wird hier jeder Quadratfuß mit 20 Pfund gedrückt, während die Oberfläche von 5 Quadratfuß auf jedem Quadratfuße 4 Pfund tragen muß. Dabei ist jedoch vorausgesetzt, daß die Oberflächen eben und unbiegsam sind; denn können sie auf der Stelle, wo der Druck Statt findet, eingebogen werden, dann kann die Last nicht über die ganze Oberfläche gleich vertheilt werden; und sind die Oberflächen weniger eben, so wird die Reibung größer sein, wenn die Oberfläche größer ist.

Es besteht gleichwohl eine viel geringere Reibung, wenn man die Oberflächen so klein gemacht hat, als dieses möglich ist. Es wird z. B. eine Oberfläche, welche auf vier kugelförmigen Füßen über eine andere Oberfläche geschleift wird, viel

weniger Reibung verursachen, als wenn die Oberflächen in unmittelbarer Berührung stehen.

Man wird immer wohlthun, in einem Werkzeuge die reibenden Oberflächen so viel wie möglich zu vermindern, weil größere Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, daß eine große Oberfläche unebener ist, als eine kleinere, wodurch größere Reibung verursacht wird.

e) Die verschiedenen Umstände, welche man zur Beurtheilung der Reibung zu beachten hat, sind:

α) Ob die Körper aus der Ruhe in Bewegung gebracht worden sind, dann auch, ob sie sich in Bewegung befinden; in letzterem Falle nämlich ist die Reibung geringer, als in ersterem, wovon der Grund leicht einzusehen ist.

β) Ob sie in beiden Fällen auf einander schleifen, oder rollen, oder sich drehen; denn eine rollende Reibung ist viel geringer, als eine gleitende, und darin liegt der Grund, weßhalb man in einem Werkzeug die rollende oder drehende Reibung so viel wie möglich an die Stelle der gleitenden bringen muß.

γ) Ob die Körper mit irgend einer fetten Substanz, z. B. mit Schweinefett, Oelen, Talg, oder trockenen Graphit eingeschmiert oder gut bestrichen sind; denn hierdurch wird in vielen Fällen die Reibung einigermaßen vermindert. Dieses Schmieren wird übrigens noch aus zwei anderen Gründen angewendet, um nämlich, was bei Spindeln von Axen der Fall ist, das Heißwerden und die starke Abnutzung zu verhindern.

δ) Vielleicht glaubt man, daß bei der Bewegung die Größe der Schnelligkeit zur größeren oder geringeren Reibung ebenfalls beiträgt, aber die Erfahrung hat gelehrt, daß man in der angewandten

Mechanik hierauf keine Rücksicht zu nehmen braucht, indem die Quantitäten der Reibung für alle Schnelligkeiten ziemlich dieselben sind.

62) Die folgenden Tabellen geben für die Reibung verschiedener Substanzen und unter verschiedenen Umständen die Verhältnisse der Reibung zum Druck; sie sind in den Tabellen **Werthe der Reibung** genannt. Man kann von denselben in der Praxis sicheren Gebrauch machen, muß dabei aber immer berücksichtigen, daß die Zahlen der Tabellen den mittleren Durchschnitt vieler Versuche ausdrücken, auch nur als mittlerer Werth der Reibung betrachtet werden können. Sehr viele Umstände, die mit einemmale nicht in Berechnung gebracht werden können, vermehren oder vermindern die Reibungen in einem Werkzeug und lassen nicht zu, daß man die vollkommene Quantität dieses Widerstandes sehr genau zum voraus bestimme; aber diese Bestimmung wird häufig von keinem besonders großen Nutzen sein, da man in den meisten Fällen nur mit mittleren Durchschnittszahlen, mit mittelbaren Effekten rc. es zu thun hat.

1. Tabelle. Werthe der gleitenden Reibung bei dem Uebergange der Körper von Ruhe zur Bewegung.

Namen der Substanzen u. s. w.	Werthe der Reibung.
Eichen auf Eichen längs der Faser	0,43 = beinahe $\frac{3}{7}$
Eichen auf Eichen übers Hirn .	0,27 = beinahe $\frac{3}{11}$
Eichen auf Tannen	0,65 = beinahe $\frac{2}{3}$
Tannen auf Tannen	0,56 = beinahe $\frac{4}{7}$
Ulmen auf Ulmen	0,46 = beinahe $\frac{6}{13}$
Eichen auf Eichen längs der Faser oder übers Hirn, jedoch mit frischem Fett bestrichen . . .	0,38 = beinahe $\frac{3}{8}$

Namen der Substanzen u. s. w.	Werthe der Reibung.
Eichen auf Eichen längs der Faser oder übers Hirn mit altem Fett bestrichen und nachdem die Reibung bereits zuvor Statt gefunden hat	0,22 = beinahe $\frac{2}{9}$
Eisen auf Eichenholz	0,20 = $\frac{1}{5}$
Messing auf Eichenholz . . .	0,18 = beinahe $\frac{3}{17}$
Eisen auf Eisen	0,28 = beinahe $\frac{2}{7}$
Kupfer auf Eisen	0,26 = beinahe $\frac{3}{11}$
Holz auf hartem Stein . . .	0,78 = beinahe $\frac{3}{4}$
Kupfer auf Eisen mit frischem Fett	0,11 = beinahe $\frac{1}{9}$
Kupfer auf Eisen mit altem Fett	0,14 = beinahe $\frac{1}{7}$
Kupfer auf Eisen mit Oel . .	0,17 = beinahe $\frac{1}{6}$

II. Tabelle. Werthe der gleitenden Reibung während der Bewegung der Körper.

Namen der Substanzen u. s. w.	Werthe der Reibung.
Eichenholz auf Eichenholz längs der Faser	0,11 = beinahe $\frac{1}{9}$
Eichenholz auf Eichenholz gegen den Spahn	0,10 = . . $\frac{1}{10}$
Eichenholz auf Tannenholz längs der Faser	0,16 = beinahe $\frac{3}{19}$
Tannenholz auf Tannenholz .	0,17 = beinahe $\frac{1}{6}$
Ulmenholz auf Ulmenholz . .	0,10 = ... $\frac{1}{10}$
Eichenholz auf Eichenholz längs der Faser und mit frischem Fett bestrichen.	0,06 = beinahe $\frac{1}{17}$
Eichenholz auf Eisen mit Fett bestrichen	0,05 = ... $\frac{1}{20}$
Eisen auf Eisen	0,28 = beinahe $\frac{2}{7}$
Kupfer auf Eisen	0,24 = beinahe $\frac{1}{4}$

Namen der Substanzen u. s. w.	Werthe der Reibung.
Eisen auf Eisen mit Fett bestrichen	0,10 = ... $\frac{1}{10}$
Kupfer auf Eisen mit Fett bestrichen	0,09 = beinahe $\frac{1}{11}$
Kupfer auf Eisen mit Oel bestrichen	0,12 = beinahe $\frac{1}{8}$

III. Tabelle. Werthe der drehenden Reibung der Axen in der Bewegung.

Namen der reibenden Körper.	Werthe der Reibung.
Eiserne Axe in einer kupfernen Büchse, trocken	0,155 = beinahe $\frac{3}{20}$
Desgl. mit Fett geschmiert . .	0,09 = beinahe $\frac{1}{11}$
Desgl. mit altem Fett geschmiert	0,12 = beinahe $\frac{1}{8}$
Desgl. mit Oel geschmiert . .	0,13 = beinahe $\frac{2}{15}$
Eine Axe aus Steineiche in einer Büchse aus Pockholz mit Fett geschmiert	0,04 = . . . $\frac{1}{25}$
Desgl. mit altem Fett geschmiert	0,06 = beinahe $\frac{1}{17}$
Eichene Axe in einer Büchse aus Ulmenholz mit Fett geschmiert	0,03 = beinahe $\frac{1}{35}$
Desgl. mit wenig Fett geschmiert	0,05 = ... $\frac{1}{20}$
Eine Axe aus Palmholz in einer Büchse aus Pockholz mit Fett geschmiert	0,04 = . . . $\frac{1}{25}$
Desgl. nachdem sich das Fett abgenutzt hat	0,07 = beinahe $\frac{1}{14}$
Axe aus Palmholz in einer Büchse aus Ulmenholz mit Fett geschmiert	0,035 = beinahe $\frac{1}{29}$
Desgl. nachdem das Fett sich abgenutzt hat	0,05 = ... $\frac{1}{20}$

IV. Tabelle. Werthe der rollenden Reibung der Rollen auf ebenen Flächen oder der Räder in Geleisen.

Namen der Substanzen.	Werthe der Reibung.
Rolle aus Pockholz auf Eichenholz	$\frac{0,00049}{r}$
Rolle aus Ulmenholz auf Eichenholz	$\frac{0,00081}{r}$
	NB. r bezeichnet den Radius der Rolle in niederl. Ellen.

Der Gebrauch der drei ersten Tabellen wird aus dem Vorausgeschickten deutlich oder er wird sich in der Folge für die Praxis näher ergeben.

Die vierte Tabelle zeigt, daß die Reibung der Rollen auf einer Fläche, über welche sie laufen, sich umgekehrt verhält, wie die Radien der Rollen, d. h. je größer die Rolle ist, desto geringer wird die Reibung sein. Gesetzt, eine Rolle von 0,35 Radius werde gedrückt durch eine Last von 100 Pfund, so wird für Pockholz auf Eichenholz die Reibung sein:

$$= 100 \times \frac{0,00049}{0,35} = \frac{0,049}{0,35} = 0,14 \text{ niederl. Pfunde.}$$

Hat die Rolle einen Radius von 12 niederl. Zollen, oder in Ellen ausgedrückt von 0,12 Ellen (und auf diese Weise muß der Radius immer ausgedrückt werden), so wird unter denselben Umständen die Quantität der Reibung

$$= \frac{0,049}{0,12} = \frac{49}{120} = 0,408 \text{ niederl. Pfunde sein.}$$

62 a) Aus der Vergleichung der Werthe der Reibungen, welche in den drei ersten Tabellen aufgestellt sind, kann man nachstehende Folgerungen ziehen:

a) Das Ueberwinden der Reibung erfordert die meiste Kraft, wenn man die Körper aus der Ruhe in die Bewegung bringen muß; weniger Kraft, wenn die Körper in Bewegung sind, und bei einer drehenden Reibung wird immer die Kraft noch viel geringer zu sein brauchen, als bei einer gleitenden.

b) Zuvor haben wir zwar im Allgemeinen angenommen, daß im Allgemeinen die Reibung vom Druck $\frac{1}{3}$ betrage; aus den Tabellen wird aber ersichtlich, wie ungegründet diese Voraussetzung sei; denn die Quantität hängt erstens ab von der Art der Reibung und zweitens von der Art der reibenden Körper.

c) Körper derselben Art verursachen in der Regel mehr Reibung, als Körper verschiedener Art. Eisen auf Eisen verursacht mehr Reibung, als Eisen auf Kupfer u. s. w.

d) Holzarten, die gegen den Spahn reiben, erzeugen eine viel geringere Reibung, als wenn sie längs der Faser oder in der Richtung derselben auf einander sich scheuern; dieser Wenigerbetrag fällt jedoch beinahe weg, sobald man eine Schmiere anwendet.

e) Es tritt natürlich eine Verschiedenheit im Werthe der Reibung ein, je nachdem man eine andere Art Fett, Schmiere oder Oel gebraucht. Im Allgemeinen wird frische Schmiere größere Reibung erzeugen, als wenn dieselbe bereits durch das Umlaufen zwischen den Oberflächen gleich vertheilt ist;

wenn sie jedoch alt und zähe wird, so wächst hierdurch die Reibung, weßhalb man dieselbe beständig anfrischen muß.

f) Unter den Holzarten geben das Eichenholz und das Ulmenholz in der gleitenden Bewegung die wenigste Reibung, so wie überhaupt das Holz in der Bewegung geringere Reibung verursacht, als die Metalle; und die allerwenigste Reibung findet Statt, wenn man Eichenholz auf Eisen sich bewegen läßt und dabei Schmiere gebraucht.

Ersten Theiles
zweite Abtheilung.

Betrachtung der einfachen Werkzeuge in ihrem Gleichgewicht und ihrer Bewegung. Anweisung, wie dieselben zweckmäßig anzuwenden sind 2c.

Erstes Kapitel.
Ueber den Hebel.

§. I.
Einleitung und Bestimmungen.

63) Wie auch ein Werkzeug eingerichtet sei, oder welche Form seine einzelnen Theile haben mögen, so ist doch seine Wirkung, oder diejenige seiner Theile immer denen eines Hebels, einer Rolle oder einer schiefen Fläche gleichförmig. Diese drei Werkzeuge sind keine zusammengesetzte, sondern ganz einfache. Aus der Wirkung dieser drei lassen sich ableiten die Wirkungen der Flaschenzüge, der Winden, der Schrauben und Keile, die man ebenfalls zu den einfachen Werkzeugen rechnen kann, so daß man also sieben Werkzeuge zählt, aus deren verschiedener Zusammensetzung alle denkbare Werkzeuge bestehen müssen. Diese einfachen Werkzeuge

muß man deßhalb zuerst kennen lernen. Um sich dieser Werkzeuge zu bedienen, müssen vollkommene oder entsprechende feste Punkte oder Theile vorhanden sein, durch welche sie festgehalten werden oder um welche sie sich bewegen lassen. Diese Punkte oder Theile nennt man allgemein Stützpunkte. Ohne letztere würden wir keinen Vortheil von irgend einem Werkzeuge ziehen können. Dieser Vortheil beruht allein darin, das Vermögen einer vorhandenen bewegenden Kraft, besonderen Zwecken entsprechend, auf verschiedene Weise regeln zu können. Jede Kraft wird angewendet, um irgend einen Gegenstand zu überwinden; muß nun die Kraft hierzu besonders, sowohl in ihrer Größe, als in ihrer Richtung geäußert werden, so bedient man sich entweder eines einfachen oder eines zusammengesetztern Werkzeuges, durch dessen Vermittelung der erwähnte Widerstand überwunden wird. Hieraus ergibt sich nun, daß bei der Beurtheilung der Wirkung eines Werkzeuges drei Dinge beachtet werden müssen, nämlich:

a) Der Widerstand, gemeiniglich Last genannt, welcher durch das Werkzeug im Gleichgewicht erhalten oder bewegt werden soll;

b) die Kraft, welche die Ursache des Gleichgewichtes oder der Bewegung ist; und

c) die Anbringung des Stützpunktes, welche von wesentlichem Einfluß für die Aeußerung der Kraft auf die Last ist. Die besondere Erörterung dieser drei Dinge, die Größe und Richtung der Kraft und Last nebst der besonderen Form des Werkzeuges sind die einzigen Ursachen aller denkbaren mechanischen Wirkungen.

64) Ein Hebel oder ein Hebebaum ist ein in die Länge gezogener Körper aus Holz, Eisen oder irgend einem anderen Stoff, welcher gerade, krumm oder gebogen ist und an irgend einem Punkt unter-

stützt wird, während die Last, die sich an einem anderen Punkte des Hebels befindet, im Gleichgewichte gehalten oder gehoben wird, durch eine Kraft, welche an einem dritten Punkte des Hebels wirkt.

Man kann diese drei Punkte im Allgemeinen in Bezug zu einander in dreierlei Stellung sich denken.

Zuerst kann der Stützpunkt zwischen der Kraft und der Last liegen und man hat dann einen Hebel der ersten Art. Ein Beispiel eines solchen Hebels liefert der Schwengel der Zugbrücken Fig. 54. Die Last, welche hier ein Theil vom Gewichte der Brücke ist, hängt an dem einen Ende L; die Kraft wirkt an der Kette, die am anderen Ende K hängt, während der Unterstützungspunkt S, welcher auf dem Pfosten der Brücke liegt und um den sich der Schwengel dreht, zwischen der Kraft und der Last sich befindet.

Die Zusammensetzung von eisernen Stangen Fig. 55, mit denen man den Schöpfeimer einer gewöhnlichen Hauspumpe hebt, bildet ebenfalls einen Hebel der ersten Art, obschon derselbe hier eine gebogene Form besitzt, und wiewohl der Schwengel BK an einem anderen Punkte B der horizontalen Spindel SS als am Punkte C angebracht ist, an welchem der andere Theil LC des Hebels befestigt ist.

Zweitens kann der Unterstützungspunkt an dem einen oder dem anderen Ende des Hebels liegen und die Kraft am anderen Ende wirken, während die Last zwischen der Kraft und dem Unterstützungspunkte liegt. Dieses ist z. B. der Fall, wenn man einen Stein A Fig. 56 mittelst eines Brecheisens SK um seine Ecke B hebt; der Unterstützungspunkt S ist auf der Erde, die Kraft wirkt in K am anderen Ende, und der Druck des Steines, welcher *hier die Last bildet*, erfolgt in L zwischen K und S.

Der Hebel ist in diesem Falle ein Hebel der zweiten Art.

Drittens kann der Unterstützungspunkt an dem einen Ende des Hebels liegen und die Last am anderen Ende wirken, wo die Kraft alsdann zwischen diesen Enden ihr Vermögen ausübt. Durch diese gegenseitige Stellung der Kraft, der Last und des Unterstützungspunktes bekommt man einen Hebel der dritten Art. Wenn man ein Rad oder die Spindel einer Drehbank mit dem Fuße bewegt, so ist der Fußtritt SK Fig. 57 ein Hebel der dritten Art, indem der Druck des Fußes K zwischen dem Unterstützungspunkte S und dem Punkte L erfolgt, welcher mit dem Widerstande oder der Last verbunden ist. Ein Hebel der zweiten Art wird folglich ein Hebel der dritten Art, sobald man nur die Stellung der Kraft und Last verwechselt.

§. II.

Ueber die Bedingungen des Gleichgewichtes zwischen Kraft und Last.

65) Weil die Wirkung einer Last und einer Kraft im Gleichgewichte immer ähnlich ist der Wirkung eines Gewichtes, so soll der Bequemlichkeit halber in dieser Betrachtung sowohl die Last, als die Kraft durch die Schwere eines Gewichtes ausgedrückt werden.

Es sei denn zuerst LSK Fig. 58 ein Hebel der ersten Art, an dessen Enden L und K die Gewichte Q und P hängen. Diese Gewichte, als Kräfte betrachtet, haben parallele Richtungen, die mit der Linie LSK, welche durch den Unterstützungspunkt läuft und den Hebel darstellt, rechte Winkel bilden. Die Entfernungen SL und SK vom Unterstützungspunkte S bis zu den Richtungen der Kräfte,

die auf den Hebel wirken, werden die Hebelarme dieser Kräfte genannt, so daß SL senkrecht auf QL der Hebelarm von Q ist, und eben so SK der Hebelarm von P. Sind nun die Hebelarme der Kraft und Last gleich, dann ist der Hebel, so zu sagen, eine Waage und, um dieselbe ins Gleichgewicht zu bringen, muß dann die Kraft eben so groß sein als die Last; P und Q müssen dann gleich schwer sein oder einen gleich großen Druck auf den Hebel ausüben; sind aber diese Arme ungleich, so können auch Kraft und Last nicht gleich sein. Wenn z. B. P und Q jedes 10 ℔ betragen und LS 5 Palmen, SK 7 Palmen lang ist, so weiß jedermann aus Erfahrung, daß die 10 ℔, welche an dem längeren Arme SK hängen, das andere 10 ℔ Gewicht an dem kürzeren Arme überwinden oder nach oben bewegen; hängt man dagegen P in den Punkt A, also näher dem Unterstützungspunkte als Q, dann wird P überwunden werden von Q. Folglich muß, um Gleichgewicht herzustellen, P weniger als 10 ℔ betragen, wenn SK länger ist, als SL, und mehr als 10 ℔, wenn SK kleiner ist, als SL. Da nun in der ersten Abtheilung Art. 12 bewiesen ist, daß dieses Gewicht, um das Gleichgewicht herzustellen, leichter als 10 ℔ oder schwerer als 10 ℔ sein müsse, wenn SK länger oder kürzer ist, als SL, so folgt daraus: daß das Gleichgewicht im Hebel LSK bestehen werde, wenn die Größe der Kraft und Last sich umgekehrt verhält, wie ihre Hebelarme SK und SL; d. h. wenn LS und Q dieselben bleiben, muß P in dem Verhältnisse kleiner werden, als SK länger wird, und größer werden, als SK kürzer wird.

Es sei Q = 100 ℔ und SL = $\frac{1}{4}$SK; so ist SK viermal länger, als SL und deßhalb muß

P viermal kleiner sein, als Q, folglich P = 25; ein Gewicht von 25 ℔ wird dann auf diese Weise 100 ℔ im Gleichgewichte halten.

66) Die oben erwähnte umgekehrte Proportion wird auf folgende Weise ausgedrückt:

$$P : Q = SL : SK;$$

und durch diese Proportion kann man, wenn die Hebelarme und die Last gegeben sind, die Kraft finden, welche zur Herstellung des Gleichgewichtes erforderlich ist, oder umgekehrt die Last, wenn die Kraft gegeben ist; oder man kann, wenn P und Q und einer der Hebelarme gegeben sind, den anderen Arm bestimmen. Die folgenden Beispiele erläutern dieses.

Erstes Beispiel. Wenn Q = 25 ℔, LS = 8 Palmen und SK = 13 Palmen ist, wie groß muß die Kraft P dann genommen werden, um mit dem Gewichte von 25 ℔ das Gleichgewicht herzustellen?

Die Proportion ist hier:

$$P : 25 = 8 : 13, \text{ deßhalb ist}$$

$$P = \frac{25 \times 8}{13} = \frac{200}{13} = 15{,}3846 \text{ ℔}.$$

Zweites Beispiel. Wenn eine Kraft von 17 ℔ Druck an einem Hebelarme von 1,35 Ellen wirkt, mit welcher Last wird sie das Gleichgewicht herstellen, wenn vorausgesetzt wird, daß diese Last an einem Hebelarme von 0,9 Ellen Länge gehangen wird?

Auf dieselbe Weise, wie in dem ersten Beispiele wird man finden:

$$Q = \frac{17 \times 1{,}35}{0{,}9} = 25{,}5 \text{ ℔}.$$

Namen der Substanzen u. s. w.	Werthe der Reibung.
Eisen auf Eisen mit Fett bestrichen	0,10 = ... $\frac{1}{10}$
Kupfer auf Eisen mit Fett bestrichen	0,09 = beinahe $\frac{1}{11}$
Kupfer auf Eisen mit Oel bestrichen	0,12 = beinahe $\frac{1}{8}$

III. Tabelle. Werthe der drehenden Reibung der Axen in der Bewegung.

Namen der reibenden Körper.	Werthe der Reibung.
Eiserne Axe in einer kupfernen Büchse, trocken	0,155 = beinahe $\frac{3}{20}$
Desgl. mit Fett geschmiert . .	0,09 = beinahe $\frac{1}{11}$
Desgl. mit altem Fett geschmiert	0,12 = beinahe $\frac{1}{8}$
Desgl. mit Oel geschmiert . .	0,13 = beinahe $\frac{2}{15}$
Eine Axe aus Steineiche in einer Büchse aus Pockholz mit Fett geschmiert	0,04 = . . . $\frac{1}{25}$
Desgl. mit altem Fett geschmiert	0,06 = beinahe $\frac{1}{17}$
Eichene Axe in einer Büchse aus Ulmenholz mit Fett geschmiert	0,03 = beinahe $\frac{1}{33}$
Desgl. mit wenig Fett geschmiert	0,05 = ... $\frac{1}{20}$
Eine Axe aus Palmholz in einer Büchse aus Pockholz mit Fett geschmiert	0,04 = . . . $\frac{1}{25}$
Desgl. nachdem sich das Fett abgenutzt hat	0,07 = beinahe $\frac{1}{14}$
Axe aus Palmholz in einer Büchse aus Ulmenholz mit Fett geschmiert	0,035 = beinahe $\frac{1}{29}$
Desgl. nachdem das Fett sich abgenutzt hat	0,05 = ... $\frac{1}{20}$

IV. Tabelle. Werthe der rollenden Reibung der Rollen auf ebenen Flächen oder der Räder in Geleisen.

Namen der Substanzen.	Werthe der Reibung.
Rolle aus Pockholz auf Eichenholz	$\frac{0,00049}{r}$
Rolle aus Ulmenholz auf Eichenholz	$\frac{0,00081}{r}$
	NB. r bezeichnet den Radius der Rolle in niederl. Ellen.

Der Gebrauch der drei ersten Tabellen wird aus dem Vorausgeschickten deutlich oder er wird sich in der Folge für die Praxis näher ergeben.

Die vierte Tabelle zeigt, daß die Reibung der Rollen auf einer Fläche, über welche sie laufen, sich umgekehrt verhält, wie die Radien der Rollen, d. h. je größer die Rolle ist, desto geringer wird die Reibung sein. Gesetzt, eine Rolle von 0,35 Radius werde gedrückt durch eine Last von 100 Pfund, so wird für Pockholz auf Eichenholz die Reibung sein:

$$= 100 \times \frac{0,00049}{0,35} = \frac{0,049}{0,35} = 0,14 \text{ niederl. Pfunde.}$$

Hat die Rolle einen Radius von 12 niederl. Zollen, oder in Ellen ausgedrückt von 0,12 Ellen (und auf diese Weise muß der Radius immer ausgedrückt werden), so wird unter denselben Umständen die Quantität der Reibung

$$= \frac{0,049}{0,12} = \frac{49}{120} = 0,408 \text{ niederl. Pfunde sein.}$$

62*) Aus der Vergleichung der Werthe der Reibungen, welche in den drei ersten Tabellen aufgestellt sind, kann man nachstehende Folgerungen ziehen:

a) Das Ueberwinden der Reibung erfordert die meiste Kraft, wenn man die Körper aus der Ruhe in die Bewegung bringen muß; weniger Kraft, wenn die Körper in Bewegung sind, und bei einer drehenden Reibung wird immer die Kraft noch viel geringer zu sein brauchen, als bei einer gleitenden.

b) Zuvor haben wir zwar im Allgemeinen angenommen, daß im Allgemeinen die Reibung vom Druck $\frac{1}{3}$ betrage; aus den Tabellen wird aber ersichtlich, wie ungegründet diese Voraussetzung sei; denn die Quantität hängt erstens ab von der Art der Reibung und zweitens von der Art der reibenden Körper.

c) Körper derselben Art verursachen in der Regel mehr Reibung, als Körper verschiedener Art. Eisen auf Eisen verursacht mehr Reibung, als Eisen auf Kupfer u. s. w.

d) Holzarten, die gegen den Spahn reiben, erzeugen eine viel geringere Reibung, als wenn sie längs der Faser oder in der Richtung derselben auf einander sich scheuern; dieser Wenigerbetrag fällt jedoch beinahe weg, sobald man eine Schmiere anwendet.

e) Es tritt natürlich eine Verschiedenheit im Werthe der Reibung ein, je nachdem man eine andere Art Fett, Schmiere oder Oel gebraucht. Im Allgemeinen wird frische Schmiere größere Reibung erzeugen, als wenn dieselbe bereits durch das Umlaufen zwischen den Oberflächen gleich vertheilt ist;

in der Richtung von L nach Q umzudrehen, so daß die Kraft P, welche diesen Bestrebungen Widerstand leisten muß, ganz allein so viel zu wirken hat, als Q und q zusammen. Da nun das Moment von P gleich ist $P \times SK$, so muß die Summe der Momente von Q und q dem Momente von P gleich sein, deßhalb

$$P \times SK = Q \times LS + q\, BS;$$

woraus folgt $P = \frac{Q \times LS + q \times BS}{SK}$.

Es sei $Q = 10$, $q = 6$ und $SL = 1{,}5$, $PS = 0{,}6$ und $SK = 2$, so ist

$P \times 2 = 2P = 10 \times 1{,}5 + 6 \times 0{,}6 = 15 + 3{,}6 = 18{,}6$;

deßhalb $P = \frac{18{,}6}{2} = 9{,}3$ ℔.

Wenn die Last Q durch zwei Kräfte R und P, welche in A und K wirken, im Gleichgewicht erhalten werden soll, so müssen die Momente von R und P zusammen eben so viel betragen, als das einzelne Moment von Q, weßhalb

$$P \times SK + R \times AS = Q \times LS$$

sein muß. War nun z. B. die Kraft P unbekannt, so muß natürlich, da sie unterstützt wird durch die Kraft R, das Moment gleich sein demjenigen Theile des Momentes von Q, welcher durch das Moment von R nicht ausgeglichen wird; folglich muß das Moment von P gleich sein der Differenz der Momente von Q und R, oder

$$P \times SK = Q \times LS - R \times AS.$$

Es sei $Q = 10$ ℔, $R = 5$ ℔, $AS = 0{,}4$ $LS = 1{,}5$ $KS = 2$, so ist

$P \times 2 = 2P = 10 \times 1{,}5 - 5 \times 0{,}4 = 15 - 2 = 13$; folglich $P = \frac{13}{2} = 6{,}5$ ℔.

Ersten Theiles
zweite Abtheilung.
Betrachtung der einfachen Werkzeuge in ihrem Gleichgewicht und ihrer Bewegung. Anweisung, wie dieselben zweckmäßig anzuwenden sind ꝛc.

Erstes Kapitel.
Ueber den Hebel.

§. I.
Einleitung und Bestimmungen.

63) Wie auch ein Werkzeug eingerichtet sei, oder welche Form seine einzelnen Theile haben mögen, so ist doch seine Wirkung, oder diejenige seiner Theile immer denen eines Hebels, einer Rolle oder einer schiefen Fläche gleichförmig. Diese drei Werkzeuge sind keine zusammengesetzte, sondern ganz einfache. Aus der Wirkung dieser drei lassen sich ableiten die Wirkungen der Flaschenzüge, der Winden, der Schrauben und Keile, die man ebenfalls zu den einfachen Werkzeugen rechnen kann, so daß man also sieben Werkzeuge zählt, aus deren verschiedener Zusammensetzung alle denkbare Werkzeuge entstehen müssen. Diese einfachen Werkzeuge

muß man deßhalb zuerst kennen lernen. Um sich dieser Werkzeuge zu bedienen, müssen vollkommene oder entsprechende feste Punkte oder Theile vorhanden sein, durch welche sie festgehalten werden oder um welche sie sich bewegen lassen. Diese Punkte oder Theile nennt man allgemein **Stützpunkte**. Ohne letztere würden wir keinen Vortheil von irgend einem Werkzeuge ziehen können. Dieser Vortheil beruht allein darin, das Vermögen einer vorhandenen bewegenden Kraft, besonderen Zwecken entsprechend, auf verschiedene Weise regeln zu können. Jede Kraft wird angewendet, um irgend einen Gegenstand zu überwinden; muß nun die Kraft hierzu besonders, sowohl in ihrer Größe, als in ihrer Richtung geäußert werden, so bedient man sich entweder eines einfachen oder eines zusammengesetztern Werkzeuges, durch dessen Vermittelung der erwähnte Widerstand überwunden wird. Hieraus ergibt sich nun, daß bei der Beurtheilung der Wirkung eines Werkzeuges drei Dinge beachtet werden müssen, nämlich:

a) Der Widerstand, gemeiniglich **Last** genannt, welcher durch das Werkzeug im Gleichgewicht erhalten oder bewegt werden soll;

b) die **Kraft**, welche die Ursache des Gleichgewichtes oder der Bewegung ist; und

c) die Anbringung des **Stützpunktes**, welche von wesentlichem Einfluß für die Aeußerung der Kraft auf die Last ist. Die besondere Erörterung dieser drei Dinge, die Größe und Richtung der Kraft und Last nebst der besonderen Form des Werkzeuges sind die einzigen Ursachen aller denkbaren mechanischen Wirkungen.

64) Ein **Hebel** oder ein **Hebebaum** ist ein in die Länge gezogener Körper aus Holz, Eisen oder irgend einem anderen Stoff, welcher gerade, krumm oder gebogen ist und an irgend einem Punkt unter-

so ist diese Schwere mit behilflich, die Kraft P ins Gleichgewicht zu bringen (es sei denn, was hier nicht vorausgesetzt wird, der Hebel so schwer, daß G von selbst Q im Gleichgewicht erhält), und die Bedingung des Gleichgewichtes ist dann, daß das Moment von P nebst dem Moment von G gleich sei dem Momente von Q, d. i.

$$P \times KS + G \times ZS = Q \times LS,$$ oder
$$P \times KS = Q \times LS - G \times ZS,$$
$$P = \frac{Q \times LS - G \times ZS}{KS}.$$

Je größer also die Entfernungen sind vom Schwerpunkte Z und vom Anfügungspunkte K der Kraft P bis zum Unterstüzzungspunkte, und je schwerer zugleich der Hebel ist, desto geringer kann zur Herstellung des Gleichgewichtes die Kraft-P sein.

Wirken dagegen Kraft und Last in den Richtungen Kp und Lq aufwärts, so muß die Schwere G dahin wirken, den Arm SK niederwärts zu führen; auch bringt die Last Q, die dann den Arm LS aufwärts und also SK niederwärts zu bewegen strebt, eine gleiche Wirkung hervor; allein die Kraft P wird diesen Arm aufwärts zu bewegen streben; um nun das Gleichgewicht herzustellen, muß P den Hebelarm SK mit so viel Kraft emporheben, als GQ diesen Arm niederwärts zu führen streben, oder mit anderen Worten, das Moment von P muß gleich sein dem Momente von Q nebst dem Momente von G, d. i.

$$P \times SK = Q \times LS + G \times ZS;$$
daraus folgt $$P = \frac{Q \times LS + G \times ZS}{SK}.$$

Je kleiner also das Gewicht des Hebels ist, und je näher der Schwerpunkt Z

am Unterstützungspunkte S liegt, und je länger endlich der Hebelarm der Kraft ist, desto weniger Kraft ist zur Erhaltung des Gleichgewichtes nöthig.

Dieser Fall ist demjenigen vollkommen gleich, wo Last und Kraft niederwärts gerichtet sind und der Schwerpunkt Z auf die Seite der Last fällt.

Es gibt noch einen dritten Fall, nämlich den, wo die Richtungen der Kraft und der Last, obschon sie einen rechten Winkel mit den Hebelarmen bilden, dennoch mit der senkrechten Richtung der Schwere einen Winkel bilden. Alsdann liegt der Hebel schräg und nicht horizontal. Die Beurtheilung dieses Falles wird sich von selbst ergeben, sobald wir über das Gleichgewicht im Hebel handeln werden, auf dessen Arme die Last schräg gerichtet sind.

69) Wenn auf den Hebel der zweiten Art Fig. 60 die Last sammt der Schwere niederwärts wirken, so streben beide vereint, den Hebel niederwärts zu bewegen; die Kraft P muß dann in der Richtung KP aufwärts wirken und dann dem eben genannten Streben entgegentreten. Wenn nun Z der Schwerpunkt des Hebels und G das Gleichgewicht desselben ist, so wird das Gleichgewicht hergestellt werden, wenn das Moment von P gleich ist dem Momente von G oder

$$P \times KS = Q \times LS + G \times ZS;$$

deßhalb $P = \frac{Q \times LS + G \times ZS}{KS}$.

Die Kraft wird dann für eine bestimmte Last um so viel kleiner sein, als ZS und G kleiner und der Hebelarm SK größer ist.

Wirkt aber die Last aufwärts in der Richtung Lq, dann muß die Kraft sammt der Schwere nie-

derwärts wirken; die Schwere unterstützt dann die Kraft bei der Herstellung des Gleichgewichtes, und das Moment von P muß gleich sein dem Momente von Q, nachdem man davon abgezogen hat das Moment von G, d. i.

$$P \times KS = Q \times LS - G \times ZS,$$

und $$P = \frac{Q \times LS - G \times ZS}{KS}.$$

Bleibt die Last also dieselbe, so kann die Kraft um so kleiner sein, je größer ZS, G und der Hebelarm KS sind.

Beim Hebel der dritten Art wirkt die Last an dem längsten Hebelarm, und wenn die Kraft P Fig. 61 nach aufwärts gerichtet ist, muß sie der Wirkung der Last und der Schwere des Hebels ganz allein entgegen treten. Deßhalb ist das Moment der Kraft P gleich dem Momente der Last Q nebst dem Momente der Schwere G, und $P \times SK = Q \times SL + G \times ZS$,

oder $$P = \frac{Q \times LS + G \times ZS}{SK};$$

wenn also die Schwere G des Hebels, die Entfernung SZ vom Schwerpunkte Z bis zum Unterstützungspunkte S am kleinsten sind, und der Hebelarm SK der Kraft am größten ist, muß die Kraft selbst am kleinsten sein.

Der größte Hebelarm der Kraft ist SL, wenn die Kraft der Last gerade gegenüber steht; denn ein größerer Hebelarm als SL muß den Hebel der dritten Art in einen Hebel der zweiten Art umwandeln.

Wirkt die Last aufwärts in der Richtung Lq, so muß die Kraft niederwärts in der Richtung Kp wirken, und man wird dann finden, daß zur Erhaltung des Gleichgewichts

$$P \times SK = Q \times LS - G \times ZS$$

oder $$P = \frac{Q \times LS - G \times ZS}{SK}$$

sein müsse. Deßhalb muß die Kraft am kleinsten sein, wenn ihr Hebelarm SK zugleich mit der Schwere des Hebels und der Schwere selbst am größten sind.

Hat also die Kraft ihren größten Hebelarm SL, so muß sie, da sie durch die Schwere des Hebelarmes unterstützt wird, kleiner sein als die Last, wogegen, wenn sie aufwärts wirken muß, der Druck der Kraft immer größer sein muß, als derjenige der Last.

70) Zwischen den Bedingungen des Gleichgewichtes bei den drei verschiedenen Hebeln, besteht also die vollkommenste Uebereinstimmung, da das Gleichgewicht immer auf dieselbe Weise bestimmt wird.

Bei jedem Hebel wird deßhalb in der Regel die Kraft am kleinsten sein, wenn sie an dem längst möglichen Hebelarme wirkt.

Bei jedem Hebel kann die Kraft unterstützt werden durch die Schwere des Hebels, und dieselbe Schwere kann auch den Effect der anzuwendenden Kraft vermindern. Dieses findet immer Statt bei den Hebeln der zweiten und dritten Art; doch kann es sich auch bei dem Hebel der ersten Art ereignen, daß seine Schwere nichts ausrichtet, wenn nämlich sein Schwerpunkt mit dem Unterstützungspunkte zusammenfällt, was bei den Hebeln der zweiten und dritten Art allein Statt finden kann, indem man nämlich Gegengewichte an der anderen Seite des Unterstützungspunktes anbringt.

Bei den Hebeln der ersten und zweiten Art kann die völlige Größe der Kraft klei-

ner sein, als diejenige der Last, aber bei dem Hebel der dritten Art ist nur ein einziger Fall möglich, in welchem die Kraft kleiner ist, als die Last, wenn sie nämlich gleichen Hebelarm hat mit der Last und durch die Schwere des Hebels noch unterstützt wird; es kann der genannte Hebelarm der Kraft niemals größer sein, als derjenige der Last, was bei den beiden ersten Hebeln immer möglich ist.

Die Folgerungen, welche wir bis jetzt abgeleitet haben, benutze man blos zur Bestimmung des Gleichgewichtes der Hebel; denn bei der Bewegung desselben kommen noch andere Dinge in Erwägung. Man glaube auch nicht, daß man einen Hebelarm nach Willkühr verlängern könne, um Kraft zu gewinnen; denn dieses hängt von eintretenden Umständen und Absichten rc. ab, oder daß man, um die Kraft zu vermindern, die Schwere des Hebels und die Entfernung des Schwerpunktes vom Unterstützungspunkte nach Belieben vermehren oder vermindern könne; denn obgleich man dieses in der Praxis zwar beabsichtigen mag, so ist man doch in jedem besonderen Falle gar sehr an die Schwere und an die Form des Hebels gebunden, wovon eben die Stärke desselben abhängt.

71) Die Art und Weise, wie die Momente der Kräfte bis jetzt bestimmt worden sind, indem man nämlich die Kraft mit der ganzen Länge der Hebelarme multiplicirte, ist allein anwendbar, wenn die Richtungen der Kraft und der Last lothrecht auf den Hebelarmen stehen, oder wenn diese Richtungen parallel laufen, obschon sie dann auch schräg auf den Hebelarmen stehen; laufen sie jedoch nicht parallel, so müssen die genannten Momente anders bestimmt werden. Wenn in Fig. 62 Kraft und Last [illegible] auf einen Hebel LSK wirken, würde man

sehr irren, wenn man sagen wollte: das Moment der Kraft P = P $\times$ SK; denn wiewohl SK der eigentliche Hebelarm von P zu sein scheint, so ist er dieses dennoch nicht. Man kann nämlich, wenn KP die Größe der Kraft P ausdrückt, dieselbe in zwei andere Kräfte Ka und Kb zerlegen, von denen Kb senkrecht auf den Hebelarm SK und Ka in der Richtung dieses Armes wirkt; Kb kann die Umführung des Hebels oder das Gleichgewicht desselben allein bewirken; denn Ka thut weiter nichts, als den Hebel in der Richtung Sa gegen den Unterstützungspunkt zu drücken. Da nun Kb senkrecht auf SK steht, so ist nach dem Vorausgeschickten Kb $\times$ SK das Moment von Kb, während SK nun der Hebelarm der Kraft ist; der Effect der Kraft PK, was die Umdrehung des Hebels anlangt, ist dann = Kb $\times$ SK, und da Kb kleiner ist als PK, muß man natürlich der Kraft PK einen zu großen Effect zuerkennen, indem man annimmt, daß ihr Moment = P $\times$ SK sei; folglich muß man, um das Moment von P herauszubringen, der Kraft einen kleinern Hebelarm, als SK geben, und natürlich um so viel kleiner als SK, in wiefern Kb kleiner ist als KP oder P. Man verlängere die Richtung PK von P und lasse aus dem Unterstützungspunkte S auf diese Richtung eine senkrechte Linie Sk fallen, so bekommt man ein rechtwinkliges Dreieck SKk, welches dem rechtwinkligen Dreieck KbP ähnlich ist;

denn $\angle$ kKS + $\angle$ SKb + $\angle$ bKP muß = 180° sein;
nun ist $\angle$ SKb = 90°
deßhalb ist auch $\angle$ kKS + $\angle$ bKP = 90°,
aber es ist auch $\angle$ kKS + $\angle$ kSK = 90°,
deßhalb $\angle$ kSK = $\angle$ bKP und also $\angle$ kKS = bPK;
darum sind die Dreiecke gleichwinklig und also ähnlich;

deßhalb verhält sich die Hypothenuse KP im $\triangle$bKP,
zur Hypothenuse SK im $\triangle$SKk,
wie sich verhält Kb im $\triangle$bKP,
zu kS im $\triangle$kKS;
das ist KP oder die Kraft P verhält sich zu SK, wie sich verhält die Kraft Kb zu Sk. Multiplicirt man die äußersten und mittleren Glieder, so erhält man

$$P \times Sk = Kb \times SK;$$

der eigentliche Effect Kb $\times$ SK der Kraft P kann dann ausgedrückt werden durch das Moment

$$P \times Sk,$$

es ist also in diesem Falle die senkrechte Linie Sk aus dem Unterstützungspunkte S auf die Richtung der Kraft K gezogen, der Hebelarm der Kraft; und diese senkrechte Linie ist in demselben Verhältnisse kürzer, als der Hebelarm SK, in welchem die zerlegte Kraft Kb kleiner ist, als die gegebene Kraft KP oder P.

Bei der Bestimmung der Momente muß man also die Entfernungen des Unterstützungspunktes von den Richtungen der Kräfte, d. i. die Längen der lothrechten Linien aus dem Unterstützungspunkt bis auf diese Richtungen gezogen, zu Hebelarmen nehmen. Diese Entfernungen sind vollkommen gleich den Längen der Theile des fraglichen Hebels, wenn 1) der Hebel geradlinig ist, und 2) die Richtungen der Kräfte lothrecht auf denselben fallen, oder 3) wenn die Richtungen der Kräfte und Lasten einander parallel laufen; denn dann wird das Verhältniß zwischen den genannten lothrechten Linien und den scheinbaren Hebelarmen vollkommen gleich und man kann letztere statt der lothrechten Linien nehmen.

Wenn man nun diese Bestimmung nur vor n hat, so gelten im Uebrigen dieselben Bedin-

gungen des Gleichgewichtes, die in den vorhergehenden Artikeln erläutert worden sind; denn es besteht dann immer die Regel, daß die Momente der Kräfte oder Lasten, die den Hebel nach einer Seite zu bewegen streben, zusammen gleich müssen sein der Summe der Kräfte oder Lasten, welche die Bewegung in einer entgegengesetzten oder einer anderen Richtung zu bewirken streben.

Um deßhalb das Gleichgewicht im Hebel Fig. 62 mit Berücksichtigung der Schwere G desselben, welche im Schwerpunkte Z hängt, zu bestimmen, messe man die Länge der senkrechten Linien Sk, Sl und SZ, welche aus dem Unterstützungspunkte S auf die Richtungen oder verlängerte Richtungen der Kraft P, der Last Q und der Schwere G gezogen sind: so sind die Momente $P \times Sk$, $G \times ZS$ und $Q \times SL$; und da P und G die Umdrehung nach derselben Richtung bewirken, halten sie zusammen Q das Gleichgewicht, so daß

$$Q \times Sl = P \times Sk + G \times ZS$$

sein muß; oder wenn man auf beiden Seiten $G \times ZS$ abzieht, so erhält man

$P \times Sk = Q \times Sl - G \times SZ$; hierdurch läßt sich nun P berechnen, wenn die übrigen Dinge gegeben sind.

Für die Hebel der zweiten und dritten Art gilt dasselbe.

72) Aus dem Vorausgeschickten lassen sich zwei allgemeine Sätze folgern:

a) Da die Hebelarme der Kraft und der Last rc. durch die senkrechten Entfernungen ihrer Richtungen vom Unterstützungspunkte bestimmt werden, so trägt die Form des Hebels nichts dazu bei; denn es wird das Gleichgewicht am geraden Hebel eben so bestimmt, als am gebogenen oder

krummen Hebel. Am krummen Hebel Fig.
sind dann die Längen der gebogenen Arme SL u
SK nicht die Hebelarme, durch welche die Mome
bestimmt werden, sondern Sl und Sk sind die
sentlichen Hebelarme der Kraft und der Last: o
die Schwere des Hebels müssen die Größen
Kraft und der Last zu einander im um
kehrten Verhältnisse dieser senkrech
Linien stehen, um mit einander das Glei
gewicht herstellen zu können; und wenn d
nach in dem gebogenen Hebel Fig. 64 die K
und die Last senkrecht auf die Arme SK und
gerichtet sind, stehen sie während des Gleichgew
tes eben sowohl im umgekehrten Verhä
nisse dieser Arme, als dieses beim geraden H
Fig. 59 der Fall ist.

b) Aus Fig. 62 ist ersichtlich, daß eine K
P schräg auf den Hebelarm SK gerichtet, viel
niger Effect hat, als wenn sie im rechten W
wirkt; denn im ersten Fall hat sie zum Heb
die senkrechte Linie Sk und sonst den Arm
der immer länger ist, als Sk, weil SK die
thenuse des rechtwinkligen Dreiecks SKk
und Sk, eine derjenigen Seiten des Drei
den rechten Winkel bilden. Bei einem ge
bel mit geradlinigen Armen muß de[illegible] nach

[illegible] S In-

§. III.

Ueber den Druck, den der Unterstützungspunkt zu leiden hat, und über die Reibung im Hebel.

73) Wenn man über die Kraft, welche bei der Bewegung des Hebels angewendet werden muß, aufs Genaueste urtheilen will, muß man auch den Widerstand der Reibung in Anschlag bringen. Für diesen Zweck muß man den Druck kennen, den der Unterstützungspunkt erfährt; denn die Reibung hängt ganz und gar vom Druck ab; andere Umstände machen die Kenntniß dieses Druckes häufig auch nothwendig.

Nichts ist einfacher, als diesen Druck für den Fall zu bestimmen, daß Kräfte und Lasten parallele Richtungen haben oder senkrecht auf die Arme gerader Hebel wirken: in Fig. 59 z. B. muß die Schwere des Hebels und der Druck der Kraft und der Last ganz allein vom Unterstützungspunkte getragen werden; die Richtungen aller wirkenden Drucke sind senkrecht auf den Hebel gerichtet, und erzeugen deßhalb keinen Seitendruck auf den Unterstützungspunkt, wie es Fig. 62 bei der schräg ziehenden Kraft P der Fall ist. Der Druck, welcher senkrecht auf den Unterstützungspunkt in der Richtung ab ausgeübt wird, ist deßhalb gleich der Summe der Statt findenden Drucke

$$P + Q + G.$$

Man kann dieses auch auf folgende Weise darstellen: damit das Gleichgewicht hergestellt werde, muß der aus drei parallelen Druckkräften zusammengesetzte Druck durch den Unterstützungspunkt laufen; denn träfe dieser Druck neben den Unterstützungspunkt, so würde er einen sichern Hebelarm haben, und daraus müßte Bewegung entstehen. Die Quantität dieses Druckes ist nach der Lehre der parallelen

Kräfte, die wir im ersten Kapitel der ersten Abtheilung abgehandelt haben, gleich der Summe der zusammengesetzten Drucke; deßhalb erfährt der Unterstützungspunkt einen Druck $= P + Q + G$.

Der Druck auf den Unterstützungspunkt des Hebels der zweiten Art ist dann auch leicht zu finden; denn da die Drucke der Last und der Kraft Fig. 60 nach entgegengesetzten Richtungen erfolgen, so ist der wirkliche Druck auf den Unterstützungspunkt $= Q - P$; hierzu kommt noch die Schwere des Hebels, die immer niederwärts wirkt, so daß der ganze Druck ausgedruckt werden kann durch

$$Q - P + G;$$

aber wirkt die Kraft niederwärts in der Richtung Kp und die Last aufwärts in der Richtung Lq, dann wird der ganze Druck

$$= Q - P - G;$$

ist nun Q größer als P, und G zusammengenommen, so muß der Unterstützungspunkt in diesem Falle aufwärts gedrückt werden; verursachen aber Kraft und Gewicht des Hebels einen größeren Druck als die Last, so erfolgt der ganze Druck auf den Unterstützungspunkt niederwärts und wird

$$= P + G - Q;$$

und wenn der Druck der Last gerade gleich ist dem Drucke der Kraft und des Gewichtes G zusammengenommen, so erfährt der Unterstützungspunkt, mathematisch gesprochen, keinen Druck, und es wird sonach auch kein Widerstand durch Reibung vorhanden sein. Obschon dieses nun in der Praxis in einem strengen mathematischen Sinn nicht Statt findet, so muß man doch, so viel die Umstände dieses zulassen, wenn es gilt, die Richtung von Kräften und Lasten dergestalt zu bestimmen, immer im Auge haben, daß der Druck auf den Unterstützungspunkt ganz gering sei. Dieses kann bei dem Hebel der ersten Art

Statt finden, wenn Kraft und Last in vertikalen Richtungen aufwärts wirken; beim Hebel der zweiten Art, wenn der Druck der Kraft vertikal niederwärts und der Druck der Last in lothrechter Richtung aufwärts erfolgt; beim Hebel der dritten Art wird dieses eintreten, wenn die Last niederwärts und die Kraft aufwärts wirkt.

Wirken die Kräfte und die Lasten nicht in vertikalen, sondern in schrägen, jedoch parallelen Richtungen, Fig. 65, so erzeugen sie wie in dem so eben behandelten Fall, einen zusammengesetzten Druck, welcher gleich ist der Summe derselben, das ist $= P + Q + R$. Diesen Druck hat alsdann der Unterstützungspunkt zu leiden, jedoch in einer schrägen Richtung ab, welche mit den Richtungen LQ, KP ꝛc. parallel läuft. Aber hierbei ist die Schwere des Hebels noch nicht in Anschlag gebracht, und da diese immer senkrecht niederwärts wirkt, so besitzt sie keine Richtung, welche mit den Richtungen der Kräfte Q, P und R parallel läuft, sondern ihre Richtung bildet mit den Richtungen dieser Kräfte einen Winkel. Wie man in diesem Falle zu verfahren habe, um den zusammengesetzten Druck auf den Unterstützungspunkt zu bestimmen, wird aus den folgenden Betrachtungen erhellen.

74) Es sollen die Richtungen der Kraft und der Last einen Winkel bilden mit dem Hebel LSK Fig. 66, dessen Schwere G in Z senkrecht niederwärts wirkt; es sollen die Linien KP, LQ und ZG verhältnißmäßig so lang genommen werden, als die Drucke P, Q und G groß sind; um nun den zusammengesetzten Druck zu finden, welcher durch P, Q und G auf den Unterstützungspunkt ausgeübt wird, muß man die zusammengesetzte Kraft von P, Q und G nach den Grundsätzen von Art. 11

aufsuchen; man verlängere deßhalb KP und LQ bis sie in A zusammentreffen; man mache AB = LQ, AC = KP und construire das Parallelogramm ABCD, so ist AD proportional einem Druck, welcher in der Richtung AD dasselbe ausübt, als die Drucke P und Q in den Richtungen KP und LQ; setzt man wiederum den Druck AD mit dem Druck ZG zusammen, so ergibt sich ein zusammengesetzter Druck EI, welcher folglich statt der 3 Drucke P, Q und G gesetzt werden kann. Findet nun davon Gleichgewicht Statt, so läuft EI in seiner Verlängerung gerade durch den Unterstützungspunkt; findet aber kein Gleichgewicht Statt, so tritt gerade das Umgekehrte ein; in jedem Fall wird jedoch EI immer dem Drucke proportional sein, welchen der Unterstützungspunkt in der Richtung SE oder in irgend einer Richtung, die mit EI parallel läuft, zu leiden hat. Hat man deßhalb mit einer Waage operirt, auf welcher die Zolle z. B. Pfunde bezeichnen, dann wird der erwähnte Druck EI eben so viel Pfunde betragen, als EI Zolle lang ist. Die Größe des zusammengesetzten Druckes kann, ohne die Weitschweifigkeit vieler Linien, welche auch Mangel an Genauigkeit zur Folge haben können, auf diese Weise gefunden werden: man ziehe z. B. aus dem Anfügungs- oder Aufhängungspunkte L der Last Q die Linien La parallel mit KP, und Lb parallel mit ZG und mit diesen Linien von gleicher Länge; wenn man dann die 3 Kräfte LQ, La, Lb zusammensetzt, wird ihre zusammengesetzte Kraft Ld parallel und gleich sein dem zusammengesetzten Drucke EI; denn es ist nicht nöthig, genau den Punkt zu kennen, auf welchen dieser Druck im Hebel wirken muß, weil, er laufe nun durch oder neben den Unterstützungspunkt, er immer den Druck auf den Unterstützungspunkt ausdrückt.

Kraft beständig mit diesem Widerstande das Gleichgewicht erhalten soll, man haben muß

$$x \times KM = W \times MA,$$

woraus folgt, daß $x = \frac{W \times MA}{KM}$ sei; die Quantität der Reibung im Punkte A, multiplicirt mit dem Radius der Axe, und dividirt mit dem Hebelarme der Kraft, gibt die Quantität der Kraft, welche nöthig ist, die Reibung zu überwinden. Je größer also der Arm der Kraft im Vergleiche zum Hebelarme der Gleichung ist, um desto weniger Kraft ist zur Ueberwindung dieser Reibung erforderlich, was darauf hinauskommt, daß die Reibung im Hebel (von welcher Art er sein möge) am kleinsten ist, wenn die Dicke der Axe so klein wie möglich ist; denn dann wird der Arm KM im Vergleiche zu AM der größte, man kann jedoch die Axe nicht nach Willrühr in ihrer Dicke vermindern, da sie die nöthige Stärke behalten muß.

Wenn die Reibung merklich ist, so muß man bei den Drucken, welche auf den Unterstützungspunkt wirken, auch diejenige Reibung in Anschlag bringen, welche die zum Ueberwinden der Reibung nöthige Kraft verursacht. Dieses kann in der Praxis mit hinlänglicher Genauigkeit geschehen, indem man nämlich, wenn x bestimmt ist, noch besonders die Reibung berechnen, welche der Druck x verursacht, und aus dieser Reibung findet man wie oben die Kraft, welche erforderlich ist, um dieselbe zu überwinden; addirt man diese zu x, so hat man den ganzen Widerstand der Reibung. Dieses alles wird deutlicher werden durch folgendes Beispiel, nach welchem eine allgemeine algebraische Berechnung der zum Ueberwinden der Reibung nöthigen Kraft gegeben werden soll.

die Hälfte des ganzen Druckes trägt; man kann jedoch bei einer Berechnung voraussetzen, daß es nur einen Unterstützungspunkt, gerade unter der Mitte der Axe gibt, auf welchen der ganze Druck ausgeübt wird.

61. Gäbe es keine Reibung, so würde die geringste Kraft ausreichend sein, um das Gleichgewicht aufzuheben (wenn man den Widerstand der Trägheit nicht in Anschlag bringt); da jedoch Reibung besteht, so ist zur Ueberwindung derselben Kraft erforderlich, und diese wird auf folgende Weise bestimmt: es bezeichne Fig. 68 den Durchschnitt der Axe, welche sich in ihrer Pfanne dreht; es sei der berechnete Druck, den der Unterstützungspunkt zu leiden hat, = R und er wirke in der Richtung MA, welche durch den Mittelpunkt M der Axe läuft und schräg oder senkrecht abwärts gerichtet sein kann, was in Bezug auf die Berechnung auf eins hinauskommt. Da nun der Druck gegen die Pfanne im Punkte A erfolgt, so muß während der Bewegung eine Reibung an der Wandung der Pfanne Statt finden; deßhalb kann man annehmen, daß die Reibung hier einen Widerstand bildet, welcher senkrecht gegen die Oberfläche der Axe wirkt und also in der Richtung ab, welche den Kreis M in A berührt. Mittelst der, in Art. 61 mitgetheilten Tabellen, läßt sich nun, wenn man die reibenden Substanzen kennt, die Größe der Reibung bestimmen, welche aus dem Drucke R entsteht. Die Größe dieser Reibung sei = W; wenn nun die Kraft, welche die Reibung überwinden soll, und welche durch x ausgedrückt wird, an einem Hebelarm MK wirkt, dann muß der Fall ganz so sein, als ob man einen gebogenen Hebel KMA habe, auf welchen die Kraft an einem Hebelarm MK, und die Last oder der Widerstand an einem Hebelarm MA wirkte, so daß, wenn die

von 1,2 Ellen die Reibung in dem angenommenen Hebel überwinden können. Um dieses nun noch genauer zu berechnen, so folgere man wieder: der Druck von 0,7591 ℔ auf den Unterstützungspunkt verursacht gegen die Axe eine Reibung von $0{,}7591 \times 0{,}1 = 0{,}0759$; das Moment dieser Reibung ist $0{,}0759 \times 0{,}02 = 0{,}001518$; deßhalb ist wieder $x' \times 1{,}2 = 0{,}001518$,

und $x' = \frac{0{,}001518}{1{,}2} = 0{,}00126$;

es muß also die ganze, zu Ueberwindung der Reibung nöthige, Kraft sein

$$= 0{,}7591 + 0{,}00126 = 0{,}76036.$$

Hieraus folgt nun, daß die Reibung im Hebel sehr gering sein kann und daß man dieselbe oft nicht zu berücksichtigen braucht, wenn der Hebel leicht und die druckenden Kräfte gering sind; ferner, daß wenn man es für nöthig hält, die Reibung zu berechnen, man denjenigen Theil derselben, den das Gewicht x verursacht, bei der Ausführung im Großen weglassen darf, so daß man alsdann mit einer Berechnung ausreicht.

Bei den Hebeln der ersten und dritten Art wird man die Reibung noch geringer finden, und es wird die Berechnung auf dieselbe Weise angestellt, wie hier für den Hebel der ersten Art gezeigt worden ist.

Die Last betrage Q Pfunde, die Kraft blos fürs Gleichgewicht und ohne die Reibung in Anschlag zu bringen, sei $= P$ und die Schwere des Hebels $= G$; der Hebelarm der Kraft werde bezeichnet mit a und der Radius der Axe mit r; wenn man alsdann das zum Ueberwinden der Reibung nöthige Gewicht x nennt, so erfährt die Axe einen Druck

$$= P + Q + G + x;$$

man nenne das Verhältniß der Reibung zum Druck w, so ist die Reibung gegen die Oberfläche der Axe

$$= (P + Q + G + x)\, w;$$

dieses Produkt, mit dem Hebelarm r multiplicirt und gleichgesetzt dem Momente der Kraft x, gibt

$$x \cdot a = r \cdot (P + Q + G + x)\, w,$$

oder $ax = (P + Q + G)\, wr + rwx$,

und $ax - rwx = (a - rw)\, x = (P + Q + G)\, wr$;

folglich $x = \frac{P + Q + G}{a - rw} \times rw.$

Man setze in diese Formeln die Zahlen, welche oben angegeben worden sind, so erhält man

$$x = \frac{80 + 225 + 150}{1{,}2 - 0{,}02 \times 0{,}1} \times 0{,}02 \times 0{,}1 = \frac{455}{1{,}198} \times 0{,}002 = \frac{0{,}91}{1{,}198} = 0{,}76.$$

Diese allgemeine Berechnung gilt für den Hebel der ersten Art, und wenn Kraft und Last niederwärts wirken; für jeden andern Fall, wie auch für den Hebel der zweiten und dritten Art muß man auf eine ähnliche Weise zu Werke gehen.

Wiewohl die Reibung beim Hebel gering ist, ist es doch in einigen Fällen von Belang, sie durch eine besondere Einrichtung der Axe oder der Unterstützungspunkte zu vermindern. Der Grundsatz, auf welchen sich diese Einrichtung stützen muß, ist der, die reibenden Oberflächen so viel wie möglich zu vermindern, und so zu sagen, auf Punkte zu reduciren, in welchem Fall allein, wie auch in Art. 60 gesagt worden ist, die Reibung eine merkliche Verminderung erfahren kann. Denkt man über die Sache weiter nach, so wird man leicht entdecken:

1) Daß wenn die Axe dieselbe bleibt, der Unterstützungspunkt aus zwei Rädern oder Rollen Fig. 69,

Frictionsrollen genannt, bestehen müsse, die neben einander liegen und von denen die eine auf die andere übergreift, wie aus der erwähnten Figur zu sehen ist. Auf diesen Rädern dreht sich die Axe und die Reibung ist also in eine rollende Reibung verändert, welche schon wegen der geringen Ausbreitung der Berührungspunkte sehr gering ist. Man kann statt zwei Scheiben oder Räder auch metallene Walzen, die sich um Axen drehen, welche in zwei runden Ringen sitzen. Es haben diese Walzen mit ihren Ringen die Gestalt eines molen-schijfloop.

2) Daß wenn der Unterstützungspunkt rund oder pfannenartig bleibt, die Axe eiförmig sein oder die Gestalt eines Messers bekommen müsse (siehe Fig. 70), welches sich auf seiner Schärfe dreht und wenig oder keine Reibung verursacht. Dieses ist unter andern die Einrichtung bei Waagen, mit welchen genaue Wägungen vorgenommen werden sollen. Es werden dann noch zum Ueberfluß die Pfannen und die Zapfenschärfen aus Stahl verfertigt und gut polirt.

§. IV.

Ueber die Bewegung des Hebels.

77) Nachdem die Kraft bestimmt ist, d. h. der Druck, welcher erforderlich ist, um die Last im Gleichgewicht zu erhalten, und den Widerstand der Reibung zu überwinden, muß noch eine Kraft die Bewegung des Hebels herstellen. Die Bewegung erkennt man an der Schnelligkeit, mit welcher sie Statt findet, und diese muß größer oder kleiner sein, je nachdem die wirkende Kraft größeren oder geringeren Effect besitzt. Um deßhalb den Hebel in Bewegung zu bringen und in Bewegung zu erhalten, ist mehr Kraft nöthig, als um

das Gleichgewicht in demselben herzustellen; und je größer dieser Kraftzuschuß ist, desto größer wird auch die Schnelligkeit am Ende des Hebels sein. Hinsichtlich des Effectes der Kraft besteht alsdann zwischen Gleichgewicht und Bewegung der Unterschied: daß die Kraft, um das Gleichgewicht herzustellen, blos so viel Effect zu haben braucht, um einen bestimmten Druck aushalten zu können; für die Bewegung muß sie indessen noch obendrein im Stande sein, den im Gleichgewicht erhaltenen Körper Schnelligkeit mitzutheilen.

Dadurch gelangt man unmittelbar zu der Frage: Um wie viel größer die Kraft, als zur Erhaltung des Gleichgewichts sein müsse, wenn sie eine bestimmte Schnelligkeit mittheilen soll? Es ist keinesweges leicht, diese Frage in jeder Hinsicht richtig zu beantworten, besonders, da dieses abhängig ist von der verschiedenen Art der bewegenden Kräfte, von denen mehrere noch nicht gehörig bekannt sind. Die verschiedenen bewegenden Kräfte, die man in der Werkzeugskunst anwendet, um Bewegung mitzutheilen, sind: die Schwerkraft oder der Druck und das Niederwärtsstreben von Lasten; die Federkraft; die Kräfte von Menschen und Thieren; die Kräfte endlich des Windes, des Wassers und des Dampfes. Jede derselben besitzt unter besonderen Umständen ein Wirkungsvermögen, welches man nicht, wie die Bestimmung des Gleichgewichtes durch eine sichere mathematische Berechnung, sondern fast nur, indem man die Erfahrung zu Rathe zieht, kennen lernen kann. Um nun ein Beispiel der Lösung der oben aufgeworfenen Frage zu geben, wird es für den gegenwärtigen Zweck genügen,

uns den Hebel vorzustellen, als sei er durch ein Gewicht, alsdann durch die Kraft eines Menschen in Bewegung versetzt; denn es ist hier der Ort noch nicht, um von den übrigen bewegenden Kräften zu sprechen.

78) Gesetzt der Hebel LK Fig. 59 sei an dem einen Ende L mit Q = 20 ℔, und an dem anderen Ende mit P = 13 ℔ belastet und befinde sich im vollkommenen Gleichgewicht, dergestalt, daß unter 13 ℔ auch diejenige Quantität mit begriffen ist, welche zum Ueberwinden der Reibung während der Bewegung erheischt wird. Wenn man dann an die Stelle der 13 ℔ ein Gewicht von 15 ℔ bringt, so wird der Arm SK mit einem Uebergewichte von 2 Pfunden niederwärts streben. Da das Niedersinken des Endes K nicht in gerader Linie erfolgt, sondern in einem Kreisbogen kK, welcher aus dem Drehungspunkte S beschrieben ist, so nehme man an (und dieses ist durch eine besondere Einrichtung des Hebels immer möglich) daß das Niedersinken des Gewichtes von 15 ℔ in einer geraden Linie erfolge, und das Aufwärtssteigen der Last ebenfalls in einer geraden Linie. War das Uebergewicht von 2 ℔ nicht verbunden mit den beiden Gewichten, die das Gleichgewicht herstellten, so müssen die erwähnten 2 ℔ als frei fallend eine beschleunigte Bewegung erlangen und zwar in der ersten Secunde eine Schnelligkeit von 9,812 Ellen; der Fall ist jedoch anders, wenn die 2 ℔ mit dem Hebel und den Gewichten von 13 und 20 ℔ verbunden sind; denn die Bewegung wird alsdann eben so gut wie vorher eine beschleunigte sein; aber der Effect der Schwerkraft, den das Gewicht von 2 ℔, so zu sagen, im freien Fall besaß, muß nun unter die ganze Quantität des Stoffes, die bewegt wird, gleich vertheilt werden. Dieses ist dann eine

Ursache, warum die Beschleunigung der Bewegung geringer sein muß, als beim freien Fall. Die Beschleunigung wird jedoch auf dieselbe regelmäßige Weise zunehmen. Die Ungleichheit der Hebelarme bewirkt dennoch, daß man die genannte Vertheilung nicht geradezu unter der ganzen Masse, die bewegt wird, sondern unter einer Masse anzunehmen hat, welche in K hängt und denselben Widerstand entgegensetzt, als die Masse des Hebels und die Massen der Gewichte von 15 und 20 ℔, welche in K und L hängen. Hierdurch wird die Beschleunigung der Bewegung wiederum dargethan. Da die Bewegung beschleunigend ist, so muß die bewegende Kraft z. B. die Schwerkraft die ganze Zusammensetzung von Körpern, welche bewegt wird, jedesmal in einen anderen Zustand der Bewegung versetzen; jedesmal muß deßhalb die Trägheit überwunden werden (siehe Art. 57) und hierdurch erfährt die Beschleunigung aufs Neue eine Verminderung.

Gesetzt nun, man habe durch Berechnung bestimmt (und diese Berechnung läßt sich machen), daß der ganze Widerstand der Beschleunigung darauf hinaus laufe, daß das Uebergewicht von 2 ℔ mit sich führen müsse die Masse eines Gewichtes von 36 ℔, so muß die Schwerkraft der Masse von 2 ℔ vertheilt werden unter eine in Bewegung gesetzte Masse von $36 + 2 = 38$ ℔; deßhalb ist der Effect der Schwerkraft auf diese Masse $= \frac{2}{38} = \frac{1}{19}$ des Effectes der Schwere auf einen frei fallenden Körper von 2 ℔. Die Wirkung der Schwere auf einen freifallenden Körper von 100, von 30 oder von 2 ℔ ist das Durchlaufen eines Raumes von 4,906 Ellen in der ersten Secunde der Bewegung; folglich muß $\frac{1}{19}$ hiervon oder 0,258 Ellen der Raum sein, den das Gewicht, welches am Punkte K des Hebels hängt, in der ersten Secunde durch-

läuft; in der zweiten Secunde wird dieser Raum vierfach; in 3 Secunden neunfach u. s. w. sein (siehe Art. 36).

Was hier nur oberflächlich vorgetragen worden ist, läßt sich mit großer Genauigkeit berechnen; da aber die Berechnung nach der besonderen Form des Hebels verschieden ist, so läßt sie sich ohne höhere Kenntnisse der Mathematik, als hier vorausgesetzt werden, nicht verstehen. Zum Glück braucht man sie in den meisten praktischen Fällen nicht anzustellen, da es sich, wenn ein Hebel durch ein Gewicht in Bewegung gesetzt werden soll, leicht durch Probiren heraus bringen läßt, welches Uebergewicht nöthig ist, um eine bestimmte Schnelligkeit zu erzeugen; anderen Theils tritt der Fall auch häufiger ein, daß man es mit einer regelmäßigen und nicht mit einer beschleunigten Bewegung zu thun hat.

Es ist deßhalb hinlänglich, zu wissen: wenn der Hebel durch ein Gewicht in Bewegung gesetzt wird, muß er eine stets an Schnelligkeit zunehmende Bewegung erlangen, die um so viel geringer sein wird, als die beschleunigte Bewegung eines fallenden Körpers, je größer die ganze Masse ist, welche sich um den Unterstützungspunkt drehen muß.

79) Wenn ein Mann, welcher auf das äußerste Ende des Armes eines Hebels drückt, im Stande ist, mit einer Druckkraft von 10 ℔ ein Gewicht von 20 ℔, welches am äußersten Ende des anderen Armes hängt, im Gleichgewicht zu erhalten, so muß er, um die Last in Bewegung zu bringen, einen größeren Druck, als von 10 ℔ ausüben. Jede Druckkraft über 10 ℔, die von ihm angewendet wird, verursacht eine bestimmte Schnelligkeit; welche Schnelligkeit aber ein bestimmter stärkerer Druck zur

Folge habe, kann nur durch Erfahrung gelernt werden. Es läßt sich leicht begreifen, daß, um in jedem besonderen Fall genau wissen zu können, welche Schnelligkeit ein Mann einem bestimmten Gewichte mittheilen kann (wenn eine regelmäßige Bewegung vorausgesetzt wird) eben so viele Versuche angestellt werden müssen, als man besondere Fälle ausdenken kann (weil man nämlich aus dem Versuch in einem einzelnen Falle den Effect der Kraft in einem anderen Falle hier nicht genau beurtheilen kann). Dieses muß deßhalb eine unausführbare Sache sein und zwar um so mehr, als die Kräfte jedes Menschen verschieden sind, wie man denn auch ohne Berücksichtigung des folgenden Umstandes wenig allgemeine Anwendung von dergleichen Erfahrung zu machen im Stande ist.

Die Kraft, welche Menschen (wie auch Thiere) ausüben können, ist nicht von der Art, daß man sie dazu anwenden kann, um verschiedene Lasten mit verschiedenen Schnelligkeiten in Bewegung zu bringen; denn da sie der Ermüdung unterworfen sind, und eine leichtere Last mit einer größeren Schnelligkeit bewegen (meistentheils ehe die Ermüdung entsteht), als eine schwerere Last, die langsamer gehoben wird, so ist man, um über die Kraft zu entscheiden, von sehr engen Grenzen eingeschlossen; und dieses um so mehr, da wegen der besonderen Zusammensetzung des menschlichen Körpers die eine Arbeit länger ausgehalten werden kann, als die andere, je nachdem sich der Körper während der Bewegung in einer mehr oder weniger bequemen Stellung befindet. Und hieraus ergibt sich nun ganz klar, daß, um zu beurtheilen, welche Bewegung ein Mann irgend einer Last mittheilen könne, man un[ters]chen müsse: wie lange Zeit er diese Last [mit e]iner bestimmten Schnelligkeit heben

oder bewegen kann, und wie dieses bei jedem Werkzeuge, dessen er sich bedient, verschieden ausfällt, in dem Maße, in welchem er seinen Körper anders stellen und bewegen muß. Versuche in dieser Beziehung angestellt, können allein in den praktischen Fällen der Werkzeugskunst von Nutzen sein, und wiewohl die Resultate derselben für jede Person besonders verschieden sein müssen, so wird man doch das Mittel in allen vorkommenden Fällen mit Sicherheit anwenden können. Die Resultate sollen hernach besonders mitgetheilt werden, während sogleich ein Beispiel der Bewegung des Hebels durch einen Mann soll entwickelt werden, nachdem zuvor eine allgemeine Betrachtung der Umstände der Bewegung des Hebels vorausgeschickt worden ist.

80) Bei der Bewegung des Hebels kommt Folgendes in Betracht:

a) Vorausgesetzt, daß der Hebel mit einer gleichartigen Schnelligkeit bewegt werden muß (welche Art der Bewegung man in jedem Werkzeug, so viel wie möglich zu erlangen suchen muß), so wird die Kraft auf einmal die gleichartige Schnelligkeit nicht mittheilen können; denn vorerst muß die Trägheit überwunden werden, und dieses geschieht durch Kräfte, die regelmäßig oder anhaltend und nicht stoßweise wirken. Die Bewegung ist deßhalb erst langsam, nimmt aber nach und nach immer mehr zu, bis alle Widerstände überwunden sind, und das Werkzeug eine Schnelligkeit erlangt hat, in welcher die Bewegung regelmäßig anhält.

b) Während der regelmäßigen Bewegung muß die Kraft das äußerste Ende des Hebels, auf welchen sie wirkt, beständig begleiten und keine geringere Schnelligkeit annehmen, wo dann die Bewegung allmählig aufhören oder langsamer werden

wird (diese Verzögerung muß nämlich wegen der Reibung und des Widerstandes der Luft Statt finden); sie muß also mit dem Hebelarm unaufhörlich in Berührung bleiben und eine solche Kraft ausüben, daß die Bewegung fortdauert; sie muß folglich während der Bewegung die Last fortwährend tragen und die Reibung fortwährend überwinden. Deßhalb beweist die Kraft während der Bewegung ihr Vermögen auf zweierlei Weise:

1) Uebt sie auf den Hebel einen Druck aus, der die Last, die Reibung u. s. w. im Gleichgewicht erhält, und folglich derselbe ist, welcher allein zum Gleichgewicht erheischt wird; und

2) wendet sie den übrigen Theil dieses Vermögens an, um Schnelligkeit mitzutheilen.

c) Wenn der Hebel bestimmt ist, anhaltend bewegt zu werden, so erfolgt diese Bewegung abwechselnd aufwärts und niederwärts; ist also der Punkt K Fig. 59 bis nach k gelangt, so muß der Arm SK aufwärts bis nach m, von m wieder nach k 2c. bewegt werden; jedesmal muß deßhalb die Bewegung in den Punkten k und m gehemmt und nach einer entgegengesetzten Richtung erweckt werden. Diese beständigen Veränderungen der Richtung der Bewegung erzeugen einen Verlust an Kraft, weil die bewegende Kraft wegen der Trägheit der zu bewegenden Körper in den Punkten k und m mehr Effect anwenden muß, um die Bewegung zu hemmen und wieder zu erzeugen, als um dieselbe regelmäßig in derselben Richtung zu unterhalten (siehe Art. 56). Dieser Verlust an Kraft hängt ab von der in Bewegung gesetzten Masse und von der Schnelligkeit, doch nimmt derselbe beim Hebel wegen der umdrehenden Bewegung mehr mit

der Schnelligkeit, als mit der Masse zu; deßhalb kann man

d) diesen Verlust weniger daran erkennen, daß in der Nähe der Punkte k und m die Schnelligkeit der Bewegung sich vermindert, was geschieht, wenn die Bewegkraft nach und nach aufhört zu wirken, ehe der Punkt K nach k oder m gelangt ist; deßhalb ist im Allgemeinen eine schnelle Bewegung des Hebelarmes weniger vortheilhaft für die wirkende Kraft, als eine langsame Bewegung.

Man kann diesen Verlust auch dadurch vermindern, daß man bei k und m einen federnden Körper (ein biegbares Stück Holz oder Stahl) anbringt, auf welches der Arm SK beständig stößt und von demselben zurückgetrieben wird (siehe Art. 43).

Ist die Last von der Beschaffenheit, daß sie eine unaufhörliche Neigung niederzusinken besitzt, wie z. B. ein schweres Gewicht, welches von selbst niederwärts strebt, so ist dieser Verlust im Punkte $k = 0$, aber in m muß aufs Neue die Trägheit der Theile überwunden und also jedesmal mehr Kraft angewendet werden, als während der regelmäßigen Bewegung.

e) Damit die Bewegung regelmäßig sei, wird verlangt, daß die Kraft, welche der Last immer das Gleichgewicht halten muß, auch immer einen gleichförmigen Druck ausübe; das Verhältniß zwischen den Hebelarmen der Kraft und der Last muß dann immer dasselbe bleiben, und dieses ist nicht der Fall, es müßten denn Fig. 71 Kraft und Last immer parallele Richtungen behalten; denn dann verhalten sich die Hebelarme Sc und Sb eben so zu einander, wie die Hebelarme SK und SL, wie es während des Gleichgewichtes der Fall war; doch verändern Kraft und Last alsdann seitwärts beständig ihren Ort. Kann dieses nun wegen der Art der

Arbeit nicht geschehen, muß z. B. die Kraft P (gesetzt sie sei eine Zugkraft) immer in der Richtung KP bleiben, so muß, wenn der Hebel steigt oder fällt, die Richtung KP beständig einen anderen Winkel mit dem Arme SK machen. Hierdurch ändert sich dann auch jedesmal der Hebelarm; in k z. B. ist er Sa und kleiner als SK; die bewegende Kraft muß dann, um die regelmäßige Bewegung zu unterhalten, an den kürzeren Armen einen größeren Druck ausüben, ohne daß dadurch ein größerer Effect erlangt wird; sie wirkt deßhalb unregelmäßig und erfährt einen wesentlichen Verlust. Regelmäßig und mit Ausübung des geringsten Druckes wird sie wirken, sobald ihre Richtung immer zum längsten Hebelarm SK lothrecht ist und bleibt. Für besondere Fälle gibt es verschiedene Mittel, um den Hebel so einzurichten, daß er diese Wirkung erlangt. Von diesen Mitteln soll in der Folge gehandelt werden; jetzt genüge einstweilen die Bemerkung, daß diese Wirkung auf die Weise erlangt wird, daß man an den Enden der Arme des Hebels Fig. 72 zwei massive Kreisbogen A und B, aus S mit den Radien SK und SL beschrieben, anfügt; denn Kraft und Last können auf jedem Punkte dieser Zirkelbogen angebracht sein, und sie werden dann während der Bewegung immer dieselben Hebelarme behalten und immer senkrecht auf dieselben zu wirken, fortfahren, so daß die Richtungen nur Tangenten an dem genannten Kreisbogen bleiben.

f) Der Effect jeder Kraft, die auf ein Werkzeug wirkt, durch welches sie eine Last hebt oder an eine andere Stelle versetzt, erfährt man aus dem Gewichte dieser Last und aus dem Weg, welchen sie dieselbe in einer gewissen Zeit durchlaufen läßt. Dieser Effect bestimmt die Quantität der Wirkung (siehe Art. 42), und ist gleich dem Gewichte,

multiplicirt mit dem zurückgelegten Wege. Wenn nun die Kraft P, welche an dem Hebel LSK Fig. 71 in K wirkt, die Last Q einen Weg zurücklegen läßt, welcher gleich ist der Länge des Bogens Ll, so muß der Effect dieser Kraft sein:

$$Q \times Ll;$$

Da aber die Kraft P hierzu einen Raum = Kk durchlaufen muß, so übt sie dann eine Quantität der Wirkung aus = $P \times Kk$; nun verhalten sich die Bogen Ll und Kk wie die Hebelarme LS und KS; deßhalb sind $Q \times Ll$ und $P \times Kk$ die Momente von Kraft und Last, und da diese während der Bewegung einander eben sowohl gleich sein müssen, als während des Gleichgewichtes (siehe b in diesem Art.), so ist

$$Q \times Ll = P \times Kk,$$

d. i. die Quantitäten der Wirkung von Kraft und Last sind gleich; hieraus ergeben sich nachstehende wichtige Sätze:

1) Daß der Effect, den man mit einem Hebel (was auch von jedem anderen Werkzeuge gilt) erlangen kann, niemals größer sein wird, als der Effect, den die Kraft hervorbringt, wenn sie unmittelbar und ohne Zwischenkunst eines Hebels die Last hebt. Besonders gilt dieses, wenn der Hebel vorkommt in der Zusammensetzung einer Maschine, welche durch eine Naturkraft z. B. durch Wind, Wasser u. s. w. bewegt wird; denn auf die Kräfte der Menschen und Thiere leidet dieses keine so allgemeine Anwendung. Diese müssen, da sie nur auf eine bestimmte Weise ihr Vermögen ausüben können, der Ermüdung unterworfen sein und nicht in allen Stellungen ihrer Körper mit gleicher Leichtigkeit wirken können, ja sie werden oft nicht unmittelbar ausführen können, was sie mit irgend einem Werkzeug zu verrichten im Stande sind. Es bleibt jedoch immer

eine unläugbare Wahrheit, daß die Last, multiplicirt mit dem Raume, den sie durchläuft, niemals größer sein könne, als der Druck der Kraft, multiplicirt mit dem Raum, welcher von dem Punkte, auf welchen sie drückt, durchlaufen wird. Im Gegentheil muß der Effect, oder lieber das Produkt von Last und Raum immer kleiner sein, als das Produkt von Kraft und Raum, weil die Kraft Reibungen und Trägheiten überwinden muß u. s. w., und also ihr volles Vermögen nicht anwenden kann, um allein die Last zu bewegen. Derjenige Theil des Effectes der Kraft, welcher ganz rein zur Bewegung der Last aufgewendet wird, wird nützliche Kraftäußerung genannt, der übrige Theil geht zur Ueberwindung träger Widerstände verloren, und deßhalb muß ein Hebel oder eine Maschine um desto vollkommener sein, je näher die nützliche Aeußerung der Kraft der eigentlichen Quantität der Wirkung, die sie entwickelt, kommt, d. h. je geringer die Widerstände der Reibung sind u. s. w.

2) Wenn die Kraft P, die an einem Hebelarme KS, größer als SL, wirkt, kleiner ist als die Last Q, so muß die Kraft einen Raum Kk durchlaufen, um die Last Q durch einen Raum Ll zu bewegen; und dieser Raum ist um so viel kleiner, als Kk, wenn Ls kleiner ist, als Sk. In derselben Zeit wird also die kleinere Kraft einen größeren Weg zurücklegen müssen, als die Kraft: die kleinere Kraft muß um so viel mehr Schnelligkeit annehmen, als die Last erlangt, wenn die Last schwerer drückt, als die Kraft. Deßhalb wird man im Allgemeinen mit einem längeren Hebelarm KS nichts gewinnen, wenn Bewegung Statt finden muß; denn die Kraft kann zwar geringeren Druck ausüben, als die Last, muß dagegen aber auch um so viel mehr

Schnelligkeit besitzen, wozu ebenfalls Kraft erforderlich ist. Gleich wie man nun mit einem kleinen Gewicht eine viel größere Last im Gleichgewicht erhalten kann, so kann auch eine kleine Kraft einer schweren Last Bewegung mittheilen, was aber dann an Kraft gewonnen wird, verliert man an Schnelligkeit oder an Zeit. Dieser Satz, welcher für alle Werkzeuge gilt, ist vom größten Gewicht, und wenn man dieselben immer vor Augen hat, so kann man nie in der Beurtheilung der Kraftäußerung eines Werkzeuges sich irren.

Was so eben gesagt worden ist, daß in der Bewegung ein langer Hebelarm keinen größeren Vortheil gewährt, als ein kurzer, ist nur in sofern zu verstehen, als es sich auf die durch die Kraft erzeugte Quantität der Wirkung bezieht; denn sowohl die Umstände, als die Bedingungen, wovon die Bewegung des Hebels abhängig sein muß, und die Größe des Druckes, den die Kraft auszuüben vermag, machen häufig einen längeren Hebelarm nöthig, als einen kürzeren, und umgekehrt.

81) Diese Grundsätze der Bewegung des Hebels, welche auch auf die Bewegung vieler anderer Werkzeuge Anwendung leiden, sollen durch folgendes Beispiel erläutert werden: Wenn ein Hebel ASB Fig. 72 gebraucht wird, um mittelst einer Pumpe C, anhaltend das Wasser von einem tieferen Ort nach einem höheren zu schaffen, so wird die Frage aufgeworfen: wie groß das Vermögen sein müsse, welches ein Mann, der am anderen Ende K des Hebels zieht, zur Verrichtung dieser Arbeit auszuüben hat, wenn LS = 1 Elle, SK = 2,143 Ellen lang ist und der Widerstand der zu hebenden Wasser-

säule nebst dem Widerstande der Reibung sowohl von Seiten des Hebels, als von Seiten des Schöpfeimers der Pumpe ꝛc. gleichkommt dem Hebel eines Gewichtes von 30 niederländischen Pfunden; ferner noch die Bedingung gestellt, daß die Last eine Schnelligkeit haben müsse von 0,1866 Ellen.

Man ist nämlich gewohnt, bei der Bestimmung des Effectes eines Werkzeuges die Widerstände, welche überwunden werden müssen, in dieselbe Entfernung vom Unterstützungspunkte zu bringen, wie die Last; man kann sogar, was sich meistentheils in der Berechnung anbringen läßt, die Theile der Schwere des Hebels oder anderer Theile des Werkzeuges, welche die Kraft im Heben unterstützen, auch auf denselben Hebelarm bringen. Aus der Größe des Durchschnittes des Pumpenstiefels und der Größe des Ventiles läßt sich die Quantität Wasser in Kubikpalmen berechnen, die jedesmal gehoben werden müssen; hierdurch ist die Quantität dieser Last in niederländischen Pfunden bekannt. Die Reibung des Kolbens im Stiefel kann entweder durch Berechnung oder durch einen Versuch ungefähr ausgemittelt werden. Gesetzt, diese Reibung verursache einen Widerstand, welcher dem Druck von 4 niederländischen Pfunden gleichkommt; der Kolben mit seiner Kolbenstange LC soll 6 niederländische Pfunde wiegen, ferner der Hebel 30 niederländische Pfunde, und die Entfernung SZ vom Schwerpunkte bis zum Unterstützungspunkte S sei = 0,15, so ist das Moment der Schwere des Hebels = 0,15 × 30 = 4,5. Für eine Entfernung zwischen LS und dem Unterstützungspunkte, die 1 Elle beträgt, muß deßhalb ein Gewicht von 4,5 Pfund denselben Effect haben, als die Last von 30 Pfund für eine Entfer-

nung von 0,15 Ellen. Auf der Seite der Kraft trägt diese Schwere zur Erleichterung der Last bei; da nun auf der Seite der Last auf die Entfernung 1 Elle vom Unterstützungspunkt ein Widerstand der Reibung u. s. w. besteht von 4 + 6 = 10 niederländischen Pfunden, so bewirkt die Schwere des Hebels hierbei eine Erleichterung von 4,5. Es bleibt also noch immer ein Widerstand von 5,5 und auf diese Weise hat man nun die Schwere des Hebels auf den Hebelarm der Last gebracht. Da nun die ganze Last zu 30 Pfund angenommen ist, so kann an Wasser 24,5 Pfund gehoben werden, weil 24,5 + 5,5 = 30 niederländische Pfunde sind. Die Reibung der Axe des Hebels ist hier unberücksichtigt gelassen, weil sie gering ist, und in einer Berechnung wie dieser eben nicht die größte Genauigkeit nöthig ist. Will man jedoch sich derselben befleißigen, so geht man ohne algebraische Berechnung mit ausreichender Genauigkeit zu Werke, wenn man erst den Druck der bewegenden Kraft außerhalb der Reibung berechnet und daraus nach den in §. III. gegebenen Erläuterungen die Reibung bestimmt; hierauf bringt man diesen Widerstand auf den Hebelarm der Last und zieht das Ergebniß gleich den anderen Widerständen von der Last ab, worauf die Differenz die Größe der Last anzeigt, welche gehoben werden kann.

Um nun die vorgelegte Frage zu lösen, gehe man folgender Gestalt zu Werke:

a) Die Kraft soll während der Bewegung einen Druck auszuüben haben, welcher mit dem Drucke der Last das Gleichgewicht herstellt. Nun wirkt die ganze Last von 30 Pfund auf einen Hebelarm von 1 Elle und gibt dann ein Moment von 30; die Kraft x wirkt auf einen Arm von 2,143 Ellen und hat ein Moment von 2,143 x; für das Gleichge-

wicht zwischen den angeführten Drucken muß das Moment der Last demjenigen der Kraft gleich sein, also

$$2{,}143 \times x = 30,$$

und $x = \frac{30}{2{,}143} = 14$ ℔.

b) Da die Last am Hebelarm von 1 Elle in 1 Secunde einen Weg von 0,1866 Ellen zurücklegen muß, so muß auch das äußerste Ende L des Hebels einen Bogen von 0,1866 Ellen Länge beschreiben, dessen Radius 1 Elle beträgt; in derselben Zeit von 1 Secunde beschreibt deßhalb das andere Ende K, auf welches die Kraft wirkt, einen Bogen, dessen Radius 2,143 Ellen beträgt und eben so viel Grade, als der erste Bogen enthält; die Längen dieser Bogen verhalten sich also wie die Radien, und nennt man die Länge des fraglichen Bogens y, so verhält sich

$$1 : 2{,}143 = 0{,}1866 : y$$

also $y = 0{,}1866 \times 2{,}143 = 0{,}3998$

wofür man 0,4 setzen kann. Und hierdurch ist nun die Frage gelöst; denn die Kraft des Mannes muß dann von solcher Beschaffenheit sein, daß er einen Druck von 14 Pfund ausübt und jedesmal eine Schnelligkeit von 4 Palmen mittheilen kann. Bei diesem Vermögen wird er mit dem Hebel eine Last von 30 Pfund mit einer Schnelligkeit von 0,1866 bewegen können. Er übt also weit weniger Druck aus, als 30 Pfund, muß aber dagegen eine viel größere Schnelligkeit als 0,1866 am Ende K des Armes, auf welchen er druckt, mittheilen. Das Ausüben dieses Druckes von 14 niederländischen Pfunden mit einer Schnelligkeit von 4 Palmen ist nun gerade das Vermögen, welches ein Mann, der täglich 8 Stunden arbeitet, anhaltend an einem Pumpenhebel ausüben kann; sicherlich

würde er einen größeren Druck ausüben und eine größere Schnelligkeit geben können, nur würde er es dann nicht täglich 8 Stunden fortwährend auszuhalten vermögen. Will man ferner wissen, welche Schnelligkeit er anhaltend mittheilen kann, wenn er einen Druck von 21 Pfund statt von 14 Pfund ausübt, so muß man dieses durch tägliche Erfahrung bestimmen; denn obschon es zwar theoretisch wahr ist, daß zur Erlangung desselben Effectes eine Vermehrung des Druckes eine gleiche Verminderung der Schnelligkeit erheischt, und man also die Schnelligkeit von 0,4 in 0,266 verändern muß, so läßt sich dieses doch in der Anwendung für daß Kraftvermögen der Menschen keineswegs feststellen, zumal man im voraus nicht weiß, ob der Druck 21 mit 0,2666 Schnelligkeit mit eben so wenig Uebertreibung von Kraft 8 Stunden lang täglich ausgeübt werden kann, als der Druck von 14 ℔ mit 0,4 Schnelligkeit.

Man kann nun das gefundene Vermögen von 14 ℔ Druck, ausgeübt mit einer Schnelligkeit von 0,4 Ellen zum Maßstabe nehmen, um die Dimensionen eines Hebels zu bestimmen, auf welchen ein Mann anhaltend wirken soll, um eine bestimmte Last zu heben. Hierbei achte man auf folgende Punkte:

a) Wenn die Last unter 14 Pfund schwer ist, so kann der Mann derselben mittelst eines längeren Hebelarmes mehr Schnelligkeit, als 0,4 geben.

b) wenn die Last gerade 14 Pfund beträgt, so kann er keine größere Schnelligkeit als 0,4 erlangen;

c) wenn die Last über 14 Pfund beträgt, so kann die Schnelligkeit von 0,4 nicht erreicht werden. Das Produkt von 14 $\times$ 0,4 ist die Quantität der Wirkung der Kraft in 1 Secunde, und hierdurch läßt sich sogleich ausmitteln, ob ein Mann im Stande sei, anhaltend eine gewisse bestimmte

Last mit einer verlangten Schnelligkeit durch einen Hebel zu bewegen. Wird z. B. verlangt, eine Last von 18 niederländischen Pfunden mit 0,35 Schnelligkeit zu bewegen, so ist dieses für eine anhaltende Arbeit nicht möglich, da $18 \times 0{,}35 = 6{,}3$ ist, und also größer als $14 \times 0{,}4 = 5{,}6$; denn die größte Schnelligkeit, welche die 18 Pfund in diesem Falle erlangen können, ist $= \frac{14 \times 0{,}4}{18} = \frac{5{,}6}{18}$ $= 0{,}3111$ Ellen.

Man muß stets im Auge behalten, daß bei dieser Art von Arbeit vorausgesetzt ist, der Arbeiter wende blos Kraft an, den Hebel niederwärts oder die Last aufwärts zu bewegen, und das Steigen des äußersten Endes K, wie es bei einer Pumpe der Fall ist, erfolge von selbst durch das freie Niedersinken der Last, so daß keine Kraft angewendet zu werden braucht. Während des Steigens erfolgt keine nützliche Wirkung; folglich muß man, um den größt möglichen Effect zu erlangen, die Summe der Steigungen so sehr verringern, als es nur geschehen kann und deßhalb die Last oder die Kraft den größt möglichen Raum durchlaufen lassen. Dieser Raum muß für den Punkt, auf welchen der Arbeiter wirkt, nicht größer als 0,75 bis 0,8 Ellen sein; denn er braucht dann zu dieser Bewegung von 0,8 immer 2 Secunden Zeit, weil die Schnelligkeit in 1 Secunde = 0,4 beträgt.

Aufgabe. Eine Last von 50 Pfund muß anhaltend durch einen Hebel, an welchem ein Mann wirkt, gehoben werden; wie lang müssen nun die Hebelarme sein, wenn man der Last die größt mögliche Schnelligkeit mittheilen und zugleich bei jedem Hub sie den größten Weg zurücklegen las-

sen will, vorausgesetzt, daß man hierzu einen Hebel von 2 Ellen Länge anwenden will?

Man wird finden:

a) daß die Schnelligkeit sein müsse $= \frac{14 \times 0,4}{50}$ $= 0,112$;

b) daß der größte durchlaufene Raum in 2 Secunden $= 0,224$ beträgt, und daß, wenn man 2 Ellen in dem Verhältnisse von $0,224 : 0,8$ vertheilt, die Hebelarme der Last $= 0,437$ und diejenigen der Kraft $= 1,563$ sein müssen.

§. V.

Ueber den Gebrauch des Hebels.

82) Kein Werkzeug kommt in der Handthierung der meisten Handwerker und Arbeiter häufiger vor als der Hebel; unzählige Geräthschaften, Instrumente und Werkzeuge, obschon in ihrer Form gar nicht einem Hebel ähnlich, oder einer Vereinigung von auf einander wirkenden Hebeln, sind jedoch in der Wirkung dem Hebel gleich. So sind z. B. alle Waagen, Wegbrücken, gewöhnliche Scheren u. s. w. Hebel der ersten Art. Die meisten ein- und zweirädrigen Fuhrwerke sind Hebel der zweiten Art, eben so auch viele schneidende Werkzeuge, z. B. Hackmesser u. s. w. Zangen und manche Scheren haben die Form von Hebeln der dritten Art und Weise, wie man manche Hämmer auf Hammerwerken durch Werkzeuge hebt, läuft auf die Wirkung eines Hebels der dritten Art hinaus u. s. w.

Bei den meisten Werkzeugen oder Instrumenten dieser Art sind die Grundsätze des Gleichgewichtes des Hebels ausreichend, um ihre Wirkung zu

erforschen, und die vortheilhafteste Einrichtung derselben zu bestimmen; es würde deßhalb langweilig sein, hierzu besondere Beispiele zu liefern, da jeder, welcher sich der Werkzeugswissenschaft widmet, dieses selbst im Stande ist oder da es in dergleichen Fällen selten nöthig ist, Berechnungen oder Bestimmungen für diesen Zweck anzustellen, indem das Verlangte dann meistentheils durch den Gebrauch, durch die besonderen Zwecke und Umstände angedeutet wird. In anderen Fällen würde es nutzlos, ja thöricht sein, die Regeln der Werkzeugskunst anzuwenden auf die Darstellung solcher Effecte, die wir täglich durch die unwissendsten Menschen mit der größten Ueberlegung hervorbringen sehen. Dahin gehört z. B. das Heben schwerer Lasten auf Wagen u. s. w.; denn es ist allein der tägliche Umgang mit dergleichen Dingen, was hier die beste Auskunft gibt.

Muß man aber mit dem Hebel einen bestimmten Druck oder Bewegung hervorbringen, oder ist ein Hebel einer von den Theilen, aus denen irgend ein Werkzeug zusammengesetzt ist, dann macht es sich zur Beurtheilung und Regulirung des Effectes nöthig, die oben erläuterten Grundsätze zu berücksichtigen und anzuwenden; und dann bestimmen auch die vorliegenden Umstände jederzeit, wie der Hebel gebraucht werden, und durch welche Art des Hebels der Effect hervorgebracht werden muß.

Muß man eine gewisse Quantität von Stoffen A Fig. 73 stark drucken oder pressen, so kann man dazu einen Hebel der zweiten Art SK gebrauchen, welcher, nachdem er stark am Ende K niedergedrückt ist, unter einem festen Stützpunkt B festgestellt werden kann. In diesem Falle hat man blos Druck auszuüben und keine Bewegung; je länger deßhalb SK ist, desto besser wird es sein; denn man kann, um den Druck noch stärker zu machen oder

um mit einem kürzeren Arm SK denselben Druck zu bewirken, wenn die Oertlichkeit oder andere Umstände keinen sehr langen Arm SK zulassen, auf den Punkt K einen zweiten Hebel der zweiten Art sk wirken lassen u. s. w., dessen Effect, wenn es verlangt wird, leicht zu berechnen ist.

Muß eine Last bewegt werden durch einen Hebel, und besitzt man Kraft genug zur Beschickung, so wird man, wenn man der Kraft einen kürzeren Hebelarm gibt, als der Last, die Arbeit in der kürzesten Zeit verrichten, während ein langer Hebelarm von Nutzen sein kann, wenn man zwar Zeit genug, doch wenig Kraft besitzt. Die Umstände und die Art der vortheilhaftesten Wirkung bestimmen dann meistens die Art des Hebels; denn ist zwischen Last und Kraft nicht Platz für einen Stützpunkt (ohne Einrichtungen, welche Zeit und Mittel nicht zulassen) aber wohl an der Seite von Kraft und Last, dann bediene man sich eines Hebels der zweiten oder dritten Art.

Die Druckpumpe einer Feuerspritze muß, um Wirkung zu thun, niederwärts gedrückt werden; würde man einen Hebel der ersten Art anwenden, so müßten die Arbeiter ihre Kraft aufwärts ausüben, um den Arm der Last niederwärts zu drücken. Diese Ausübung der Kraft ist sehr mühsam und bei weitem nicht so wirksam, als ein Druck der Arbeiter niederwärts; denn im ersten Falle müssen sie Kraft anwenden, um ihren Körper aufrecht zu erhalten und im Gleichgewichte zu bleiben, während im letzten Falle ein Theil vom Gewichte des Körpers ihnen beim Drucken behilflich sein kann u. s. w. Will man deßhalb hier einen Hebel der ersten Art gebrauchen, so muß man denselben durch einen zweiten Hebel der ersten Art bewegen, so daß die Druckkraft von A nach B Fig. 74 niederwärts wirkt.

Da aber diese Zusammensetzung weitschweifig und nicht dauerhaft ist, so wendet man zweckmässiger einen Hebel der zweiten Art an.

Muss man durch eine Bewegung KP Fig. 75 niederwärts eine andere Bewegung LQ in einer horizontalen Richtung hervorbringen, wie es z. B. bei einem gewöhnlichen Schellenzuge der Fall ist oder auch beim Heben der Hämmer eines Glockenspieles, so schreibt dieser Umstand von selbst einen gebogenen Hebel LSK vor, wenn man nämlich einen Hebel dazu gebrauchen will.

Im Verfolge dieses Werkes wird es sich noch deutlicher ergeben, wie und wann der Hebel, sowohl für Druck, als für Bewegung vortheilhaft gebraucht werden kann. Dieses Wenige genüge einstweilen, um begreiflich zu machen, dass die Umstände der Oertlichkeit, des Zweckes, der Kraft, der Zeit und der Schnelligkeit meistentheils die Wahl der Art und der Anwendung der Hebel bestimmen; allgemeine Vorschriften lassen sich für diesen Zweck nicht geben, und die beste Weise sich in diesem Punkte Aufklärung zu verschaffen, bietet immer die Praxis dar, so wie die Besichtigung verschiedener und gut eingerichteter Werkzeuge, in denen der Hebel einen der wirkenden Theile ausmacht.

§. VI.

Anwendung der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte, so wie der Grundsätze des Gleichgewichtes im Hebel, zur Erläuterung und Auflösung einiger Fragen aus der Construction der Werkzeuge entnommen u. s. w.

83) Welchen Druck übt ein Balken AB Fig. 76, welcher in L mit einer Last von Q Pfunden beschwert ist, auf jede der Mauern aus, die ihn tragen?

Wenn der Balken überall gleich schwer ist, so liegt sein Schwerpunkt in der Mitte Z, zwischen den beiden Mauern. Liegt nun auch der Schwerpunkt der Last gerade über Z, so begreift man leicht, daß jede der Mauern die Hälfte des Gewichtes von Balken und Last tragen müsse. Da aber die Last nicht in der Mitte des Balkens liegt, so übt sie einen größeren Druck auf diejenige Mauer aus, von welcher sie am wenigsten entfernt ist. Die besonderen Drucke hängen also ab vom Abstande der Last von der einen und der anderen Mauer. Wenn man in dem Punkte a, der in der Mitte des Balkendurchschnittes und in der senkrechten Linie liegt, die aus dem Schwerpunkte der Last gezogen ist, ein Gewicht Q hängt, eben so schwer als die Last, so wirkt dieses Gewicht im Punkte a auf den Balken mit demselben Effect, als die Last L, obschon letztere auf verschiedene Punkte drückt.

Wenn man den Unterstützungspunkt B sich wegdenkt, und an dessen Stelle eine Kraft P, welche den Balken eben so trägt, wie die Mauer B, dann wird der das Gleichgewicht erhaltende Effect dieser Kraft offenbar eben so groß sein, als der Druck, welchen die Mauer B erfährt; alsdann hat man einen Hebel der zweiten Art, der seinen Unterstützungspunkt in A besitzt, und man muß deßhalb, nun mit Q das Gleichgewicht zu erhalten, in B eine Kraft anwenden

$$= \frac{Q \times aA}{AB}.$$

Dieses ist also der Druck, welchen die Last Q auf die Mauer B ausübt. Der übrige Theil des Gewichtes Q ist der Druck auf die Mauer A, und dieser Druck wird bekannt, wenn man $Q \times \frac{aA}{AB}$

von Q abzieht; man findet auch, wenn man sich den Unterstützungspunkt A wegdenkt und das Gleichgewicht durch eine aufwärts wirkende Kraft R herstellt, daß der Druck auf A sein müsse

$$= Q \times \frac{aB}{AB}.$$

Wenn der Balken von einer gleichförmigen Dicke ist, und auf jedem Unterstützungspunkte mit gleich viel Oberfläche ruht, so trägt jede Mauer die Hälfte vom Gewichte des Balkens; nennt man dieses Gewicht G und addirt jedem der aufgefundenen Drucke ½G hinzu, so wird

der Druck auf A $= \frac{1}{2}G + Q \times \frac{aB}{AB}$;

der Druck auf B $= \frac{1}{2}G + Q \times \frac{aB}{AB}$.

Besäß der Balken keine gleichförmige Dicke und Schwere, so müßte sein Gewicht einen ungleichen Druck ausüben; der Schwerpunkt desselben konnte nicht in der Mitte der Entfernung beider Mauern liegen, und man hat aus den ungleichen Entfernungen die Quantität des Druckes auf jede Mauer gerade so zu bestimmen, wie bei der Last Q geschehen ist.

Beide Mauern müssen den ganzen Druck G + Q aushalten; deßhalb muß die Summe der Drucke auf A und B = G + Q sein, welches auch auf folgende Art gefunden wird; denn

$$\frac{1}{2}G + Q \times \frac{aB}{AB} + \frac{1}{2}G + Q \times \frac{aA}{AB} = \frac{1}{2}G$$

$$+ \frac{1}{2}G + Q \times \frac{aB}{AB} \times Q \times \frac{aA}{AB} = G + Q$$

$\left(\frac{aB}{AB} + \frac{aA}{AB}\right)$; da nun $\frac{aB}{AB}$ und $\frac{aA}{AB}$ zwei Brüche

sind, die denselben Nenner haben, addirt man dieselben durch Summiren der Zähler u. s. w.; aber $Aa + aB$ ist $= AB$, deßhalb ist

$$\frac{aB}{AB} + \frac{aA}{AB} = \frac{AB}{AB} = 1,$$

und der vorhergehende Ausdruck wird dann $= G + Q \times 1 = G + Q$.

Man findet auf dieselbe Weise, welch ein Druck in jedem anderen Punkte des Balkens ausgeübt wird. Nach denselben Grundsätzen läßt sich auch der Bruch bestimmen, den zwei Unterstützungspunkte A und B erfahren, auf welchen ein Balken in einer schrägen Stellung Fig. 77 ruht; für die Entfernung dieser Stützpunkte von einander hat man indessen hier nicht die schräge Linie AB anzunehmen, sondern man kann die horizontale Entfernung AE dafür nehmen; denn denkt man sich den Punkt B weg und an dessen Stelle eine senkrecht aufwärts wirkende Kraft P, so wird A der Unterstützungspunkt eines Hebels der zweiten Art, und der Hebelarm der Kraft P wird AE aus A senkrecht auf die Richtung PBE gezogen; so wird auch AD der Hebelarm der Last, und wenn der Balken nun eine gleichförmige Dicke besitzt, so müssen die Drucke werden:

auf $A = \frac{1}{2}G + Q \times \frac{aB}{AB}$; auf $B = \frac{1}{2}G + Q \times \frac{aA}{AB}$; weil DE und AE, aB und AB sich auf gleiche Weise zu einander verhalten und weil $AD : AE = aA : AB$.

83*) Wie groß wird der Seitendruck eines Körpers AB Fig. 78 gegen eine senkrechte Wand BD sein, wenn sich dieser Körper, welcher in a sich mit Q Pfunden belastet ist, zugleich auf den Boden stützt?

Angenommen a sei der Schwerpunkt des Balkens oder das Körpers, und von der Last und Q das Gewicht des Körpers und der Last, so muß in Gemäßheit des letzten Theiles des vorhergehenden Artikels der vertikale Druck, welchen die ganze Schwere Q verursacht

in $A = Q \times \frac{aB}{AB}$ und in $B = Q \times \frac{aA}{AB}$ sein;

es sei nun die Linie BE eben so viel Theile lang, als der vertikale Druck in B Pfunde beträgt; betrachtet man alsdann BE als die Druckkraft, so kann man dieselbe in zwei andere Kräfte BC und BF zerlegen, von denen die erste senkrecht gegen die Wand BD wirkt, und die Größe des verlangten Druckes darstellt; denn die zweite Kraft BF, welche in der Richtung des Balkens drückt, übt allein auf A Druck aus. Setzt man AF in derselben Richtung an A und zerlegt AF = BF in zwei Kräfte AG und AH längs der Basis HD und senkrecht gegen dieselbe, so drückt die Kraft AH aus, mit welchem Effect die Last ein Ausgleiten des Balkens längs dem Boden auszuführen strebt; die Kraft AG nebst der Kraft $Q \times \frac{aB}{AB}$ drücken zusammengenommen den Effect aus, mit welchem der Körper in A senkrecht gegen den Boden gedrückt wird.

Die Größe dieser Kräfte lassen sich leicht berechnen; denn das rechtwinklige Dreieck BEC ist ähnlich dem rechtwinkligen Dreieck ADB, deßhalb

$$BD : AD = BE : BC,$$

und $BC = \frac{AD \times BE}{BD}$;

aber BE ist $= Q \times \frac{aA}{AB}$ deßhalb wird

$$BC = Q \times \frac{AD}{BD} \times \frac{Aa}{AB};$$

die Kräfte BF, AG und AH werden auf dieselbe Weise berechnet; man kann diesen Zweck auch erreichen, indem man wie in Art. 83 den Fall auf die Wirkung eines Hebels zurückführt.

Aus diesem Werthe der Kraft BC (wie auch aus der Natur der Sache) ergibt sich, daß bei einem weniger steilen Stand der Punkt B mehr gedrückt werden müsse, daß aber alsdann die Kraft AH auch eben so viel größer und der Körper deßhalb mehr dem Ausgleiten ausgesetzt wird, welches geschehen wird, wenn AH im Stande ist, die durch den ganzen Druck in A gegen den Boden verursachte Reibung, welche = Q ist, zu überwinden.

Den Druck, welchen zwei Körper AB und BC Fig. 79 wie zwei Leitern gegen einander verursachen, bestimmt man auf dieselbe Weise. Wenn die Winkel BAD und BCD gleich sind, oder wenn ABC ein gleichschenkliges Dreieck ist, muß natürlich der Druck Ba, welcher AB gegen BC verursacht, vollkommen gleich sein dem Drucke Bb, welchen BC gegen AB erzeugt. Jeder dieser Drucke ist über dieses gleich dem Drucke, welcher bei demselben Stande der Körper gegen eine vertikale Mauer oder Wand BD ausgeübt wird; denn nimmt man den Körper BC weg und setzt an dessen Stelle eine Wand BD, so erfährt diese den ganzen horizontalen Druck Ba, welcher gegen BC ausgeübt wurde.

Dasselbe ist auch der Fall mit dem Drucke, den die drei Schenkel eines Dreifußes Fig. 80 im Punkte B gegen einander ausüben; wenn die Punkte AC und D in den Winkelpunkten eines gleichseitigen Dreieckes stehen, so sind die drei erwähnten Drucke unter einander gleich, und jeder derselben

wird gefunden, wenn man annimmt, daß ein Schenkel AB in derselben Stellung gegen eine lothrechte Wand BE drückt, und wenn man alsdann bei dieser Annahme den horizontalen Druck gegen den Punkt B bestimmt.

84) Ein horizontaler Balken oder Stab ABZ Fig. 81 ruht bei A auf einer lothrechten Säule oder Stütze AC; am anderen Ende ist der Balken frei (wie es bei manchen Werkzeugen der Fall ist), oder ist von einer ähnlichen Säule unterstützt (wie es bei Gebäuden der Fall ist). Dieser Balken muß, wenn er im Punkte Z mit einer Last Q beschwert wird, unterstützt werden, und es kommt nun darauf an, den Druck zu bestimmen, den die Stütze BC in der Richtung ihrer Länge zu leiden hat, und den horizontalen Seitendruck, welcher gegen den Punkt C ausgeübt wird?

Der Druck Q, welchen die Last im Punkte Z ausübt, beträgt im Punkte B $= \frac{Q \times AZ}{AB}$ (siehe Art. 82). Es sei die vertikale Linie Ba in ihrer Länge die dem Drucke proportional, und man zerlege nun Ba in zwei andere Drucke Bc und Bb, von denen Bc in der Richtung der Länge der Stütze und Bb in der Richtung des Balkens wirkt, so stellt der erste Druck Bc den verlangten Druck in der Richtung der Stütze dar; der andere Bb wirkt auf die Stütze eben so, als auf einen Hebel, den er um den Punkt C zu drehen strebt, so daß, wenn diese Umdrehung nicht möglich ist, Bb dem Seitendrucke proportional sein muß, welcher auf die Stütze im Punkte C ausgeübt wird. Die rechtwinkligen Dreiecke ABC und BCA, die sich ähnlich sind, geben

$$AC : BC = BA : Bc = \frac{CB \times Ba}{AC},$$

$$AC : AB = Ba : ac = Bb = \frac{AB \times Ba}{AC}.$$

Natürlich ist jede Stellung der Stütze nicht gleich vortheilhaft, wenn sie eine bestimmte Länge besitzt, wird sie um so besser stützen, je näher der Punkt B unter oder neben dem Schwerpunkte Z der Last gebracht ist; alsdann wird der Druck in der Richtung der Stütze größer; anderen Theils ist die Stütze bei einer mehr vertikalen Stellung besser im Stande, einen großen Druck auszuhalten, als bei einer schieferen Stellung. Alsdann wirkt auch die Schwere der Stütze weniger nachtheilig und der Seitendruck Bb wird am kleinsten. Es wird also diejenige Stellung der Stütze die vortheilhafteste sein, in welcher der Druck Bc so groß und der Druck Bb so klein als möglich sind. Eine mathematische Berechnung, die man für diesen Zweck macht, lehrt, daß die vortheilhafteste Unterstützung Statt findet, wenn das rechtwinklige Dreieck ABC ein sogenanntes Fünfstück wird d. h. wenn BC 5 Theile lang ist, muß AB 3 Theile und AC 4 Theile lang sein; nimmt man also AC = $\frac{4}{5}$ und AB = $\frac{3}{5}$ von BC, so müssen B und C die Punkte sein, wo die Stütze mit ABZ und AC vereinigt werden muß.

Brückenjoche, lothrecht stehende Säulen, wie z. B. Brückensäulen, die gegen den Grund gestützt werden müssen u. s. w. sind deßhalb unter dem Fünfstück am vortheilhaftesten zu stützen, es sei denn, daß Umstäude verschiedene Arten der Belastung ꝛc. eine andere Art von Stützung vorschreiben. Alle diese Fälle können hier nicht abgehandelt werden,

weil sie weniger zu unserem gegenwärtigen Gegenstande gehören.

Braucht man den Seitendruck nicht zu beachten, so wird eine Unterstützung unter einem Winkel ACB von 45 Grad die vortheilhafteste sein.

Wenn ein horizontaler Balken AB Fig. 82 verbunden ist mit einem schräg liegenden Balken AC, wie es beim Dachstuhle der Fall zu sein pflegt; oder wenn der belastete Balken AB Fig. 83, welcher mit der vertikalen Säule AC verbunden ist, eine Richtung schräg aufwärts besitzt, gleich der Flucht eines beweglichen Krahnes, dann bestimmt man ganz wie oben den Druck, welchen eine Stütze BC in ihrer Richtung aushält und welcher Seitendruck gegen AC ausgeübt wird. Die vortheilhafteste Unterstützung muß hier jedoch wegen des stumpfen Winkels, den AB und AC mit einander bilden, anders Statt finden, als in dem Falle, wo der Winkel BAC ein rechter ist; denn aus einer mathematischen Berechnung ergibt sich: daß die vortheilhafteste Unterstützung dann Statt finden wird, wenn, nachdem man AE senkrecht auf die Stütze BC gezogen hat, die Länge CE gleich ist der Länge AB. Da man also, um dieses zu erreichen, die Stellung der Stütze kennen muß, so kann AB durch eine einfache Construction nicht geradezu bestimmt werden, sondern muß durch Versuche gefunden werden *).

Auf einem Stück Papier construire man dann den Winkel CAB, ziehe zwischen den Schenkeln desselben einige Linien BC, alsdann aus A den Perpendikel AE, und untersuche alsdann, für welche

*) Eine dergleichen Construction kann nur geschehen durch die Schneidung eines Kreises und einer krummen Linie, welche unter dem Namen der Parabel bekannt ist.

von diesen Linien CE am nächsten = AB wird, was man leicht entdecken kann. Hat man die Linien gefunden, so muß man bei der Ausführung AB um so viel länger, als auf der Zeichnung angegeben ist, nehmen, um wie viel die Stütze BC länger ist, als die gefundene Linie in der Zeichnung, was nicht schwierig ist, wenn man auf eine Waage wirkt.

Muß der schräge Balken AF Fig. 83 noch durch eine dritte Stütze DF unterstützt werden, so ist die Stellung von DF wiederum auf die Weise zu bestimmen, daß man die senkrechte Linie BG zieht und darauf sieht, daß DG = BF werde.

Wenn die Stütze sehr kurz ist, oder wenn man auf den Druck, welcher seitwärts gegen AC ausgeübt wird, nicht zu achten braucht, erhält man die vortheilhafteste Unterstützung dadurch, daß man AB = AC macht, oder daß das Dreieck ABC gleichschenklig werde; die Construction für diesen Fall ist alsdann sehr leicht.

Zweites Kapitel.

Ueber das Seilwerkzeug.

85) **Das Seilwerkzeug besteht aus einer Vereinigung von Seilen oder Stricken, an welchen einige Kräfte in verschiedenen Richtungen und auf verschiedene Punkte wirken, mit einander das Gleichgewicht herstellen.**

Bei der Betrachtung dieses Werkzeuges hat man es hauptsächlich damit zu thun, die Bedingungen des Gleichgewichtes der Kräfte aufzusuchen und

Hieraus läßt sich nun sehr leicht ausmitteln, wie groß zwei dieser Kräfte, AC und AB z. B., müssen, um Gleichgewicht zu erzeugen, wenn kraft AD nebst den Winkeln, welche die Stricke inander bilden müssen, gegeben sind; denn ver- rt man AD und macht man AE = AD, man EB und EC parallel den Linien AC und , so müssen AB und AC die proportionalen ßen der Kräfte ausdrücken, mit welchen die Seile gen oder gespannt werden müssen.

Wirken 4 oder mehr Kräfte in verschiedenen tungen auf den Punkt A, so kann man, indem je zwei und zwei dieser Kräfte zusammensetzt, Bedingungen des Gleichgewichtes leicht ent- en.

86) Es sollen A und B Fig. 85 zwei feste nkte sein, an welchen das Seil ACB befestigt , an einem Punkt C dieses Seiles ist das Ge- cht P befestigt, und man verlangt nun die Span- ng zu erfahren, welche dieses Gewicht auf die unkte A und B äußert? Für diesen Zweck ist es ar, da g des Gewichtes P in der senk- echt zerlegt werden müsse in die en anderen Seile AC und BC, zwar keine eigentlichen Kräfte wir- orhergehenden Falle, die man aber auf se durch zwei Kräfte, wie durch zwei gspunkte festgehalten sich denken kann. an die Linie CD proportional der Schwere annung des Gewichtes P; man verlängere d BC niederwärts und construire auf CD agonale und auf die oben genannten verlän- Richtungen, als Richtungen der Seiten des logramm CFDE, so werden die Seiten CE F proportional sein den Spannungen, welche ewicht P in der Richtung der Seile AC und

BC hervorbringt. CE und CF drücken also die Kräfte aus, durch welche die Aufhängungspunkte in den Richtungen AC und BC gezogen werden; trägt man diese Kräfte auf die Punkte A und B über, indem man Ae = CE und Bf = CF macht, so kann man durch Zerlegung dieser Kräfte bestimmen, wie sehr die Aufhängungspunkte in horizontaler und vertikaler Richtung gezogen werden; denn construirt man auf Ae und Bf als Diagonalen die rechten Winkel ab und cd, so müssen Ab und Bd den horizontalen, dagegen Aa und Bc den vertikalen Zug auf die Punkte A und B ausdrücken. Die Stärke der Befestigung der Aufhängungspunkte muß also der Größe dieser Kräfte proportional sein.

Es geht auch daraus hervor, daß es für die Bestimmung der Spannungen an den Aufhängungspunkten ganz einerlei ist, ob die Punkte in verschiedener oder in einerlei Höhe liegen.

Die Spannungen in den Richtungen der Seile AC und BC werden in dem Verhältnisse größer, in welchem der Winkel ACB größer wird, was in Art. 7, wo von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte gehandelt wurde, bereits bemerkt worden ist. Der Winkel ACB kann jedoch niemals = 180 Grad werden, d. h. so lange ein Gewicht P, wie klein dasselbe auch sein möge, an dem Seile hängt, kann ACB niemals vollkommen geradlinig gespannt sein, denn es muß in diesem Falle immer eine Diagonale CD vorhanden sein, welche der aus CE und CF zusammengesetzten Kraft proportional ist, und dieses kann nicht Statt finden, ohne daß AC und BC einen Winkel mit einander bilden, wie wenig derselbe auch von 180° verschieden sein möge. Deßhalb wird ein Seil AzB Fig. 86, wie kurz es auch sein möge, durch die größt möglichen Kräfte, welche an demselben ziehen, nie vollkommen bis zur

horizontalen Richtung ausgespannt werden können; denn die Schwere G dieses Seiles, die wir uns auf einen Augenblick mit dem Schwerpunkte Z vereinigt denken wollen, ist hier eine dritte Kraft, welche das Seil in den Richtungen Bz und Az stark zieht, und auf diese Weise immer eine Beugung in der Mitte verursacht. Wenn das Seil eine Länge von 8 und mehr Ellen besitzt, oder auch kürzer ist, jedoch eine große Schwere besitzt, so ist diese Beugung sichtbar. Es besteht diese Beugung streng genommen auch bei dem kürzesten und schwächsten Seil, welches man ausspannt, so daß es unmöglich ist ein Seil durch zwei Kräfte, wie groß dieselben auch sein mögen, in horizontaler Richtung vollkommen auszuspannen.

87) Wenn man das Gewicht P Fig. 85 näher bei A als bei B befestigt, so wird natürlich die Spannung am Punkte A größer als am Punkte B, was aus dem Parallelogramm g i l k, wenn man es mit CD, EF vergleicht, sich ergibt, denn gi ist größer als CE; so daß, wenn man dem Seil eine solche Stellung gibt, daß Ag vertikal wird, der ganze Druck des Gewichtes P auf den Punkt A ausgeübt werden muß, während B im Ganzen gar keine Spannung erfährt. Man bedenke jedoch, daß dieser Fall nur dann eintritt, wenn die Stricke keine Schwere oder geringe Schwere haben, denn ist diese Schwere im Vergleiche zu P nicht sehr gering, dann wird der Strick BC durch die Schwere auch gespannt werden, und es wird niemals möglich sein, das Gewicht P gerade unter den Punkt A zu hängen.

Die Spannungen, durch welche die Punkte A und B in den Richtungen der Seile AC und BC gezogen werden, sind dann auf zweierlei Weise veränderlich, je nachdem nämlich

weil sie weniger zu unserem gegenwärtigen Gegenstande gehören.

Braucht man den Seitendruck nicht zu beachten, so wird eine Unterstützung unter einem Winkel ACB von 45 Grad die vortheilhafteste sein.

Wenn ein horizontaler Balken AB Fig. 82 verbunden ist mit einem schräg liegenden Balken AC, wie es beim Dachstuhle der Fall zu sein pflegt; oder wenn der belastete Balken AB Fig. 83, welcher mit der vertikalen Säule AC verbunden ist, eine Richtung schräg aufwärts besitzt, gleich der Flucht eines beweglichen Krahnes, dann bestimmt man ganz wie oben den Druck, welchen eine Stütze BC in ihrer Richtung aushält und welcher Seitendruck gegen AC ausgeübt wird. Die vortheilhafteste Unterstützung muß hier jedoch wegen des stumpfen Winkels, den AB und AC mit einander bilden, anders Statt finden, als in dem Falle, wo der Winkel BAC ein rechter ist; denn aus einer mathematischen Berechnung ergibt sich: daß die vortheilhafteste Unterstützung dann Statt finden wird, wenn, nachdem man AE senkrecht auf die Stütze BC gezogen hat, die Länge CE gleich ist der Länge AB. Da man also, um dieses zu erreichen, die Stellung der Stütze kennen muß, so kann AB durch eine einfache Construction nicht geradezu bestimmt werden, sondern muß durch Versuche gefunden werden *).

Auf einem Stück Papier construire man dann den Winkel CAB, ziehe zwischen den Schenkeln desselben einige Linien BC, alsdann aus A den Perpendikel AE, und untersuche alsdann, für welche

*) Eine dergleichen Construction kann nur geschehen durch die Schneidung eines Kreises und einer krummen Linie, welche unter dem Namen der Parabel bekannt ist.

$$AC : BC = BA : Bc = \frac{CB \times Ba}{AC},$$

$$AC : AB = Ba : ac = Bb = \frac{AB \times Ba}{AC}.$$

Natürlich ist jede Stellung der Stütze nicht gleich vortheilhaft, wenn sie eine bestimmte Länge besitzt, wird sie um so besser stützen, je näher der Punkt B unter oder neben dem Schwerpunkte Z der Last gebracht ist; alsdann wird der Druck in der Richtung der Stütze größer; anderen Theils ist die Stütze bei einer mehr vertikalen Stellung besser im Stande, einen großen Druck auszuhalten, als bei einer schieferen Stellung. Alsdann wirkt auch die Schwere der Stütze weniger nachtheilig und der Seitendruck Bb wird am kleinsten. Es wird also diejenige Stellung der Stütze die vortheilhafteste sein, in welcher der Druck Bc so groß und der Druck Bb so klein als möglich sind. Eine mathematische Berechnung, die man für diesen Zweck macht, lehrt, daß die vortheilhafteste Unterstützung Statt findet, wenn das rechtwinklige Dreieck ABC ein sogenanntes Fünfstück wird d. h. wenn BC 5 Theile lang ist, muß AB 3 Theile und AC 4 Theile lang sein; nimmt man also AC = $\frac{4}{5}$ und AB = $\frac{3}{5}$ von BC, so müssen B und C die Punkte sein, wo die Stütze mit ABZ und AC vereinigt werden muß.

Brückenjoche, lothrecht stehende Säulen, wie z. B. Brückensäulen, die gegen den Grund gestützt werden müssen u. s. w. sind deßhalb unter dem Fünfstück am vortheilhaftesten zu stützen, es sei denn, daß Umstäude verschiedene Arten der Belastung ꝛc. eine andere Art von Stützung vorschreiben. Alle diese Fälle können hier nicht abgehandelt werden,

die Spannungen zu bestimmen, welche auf festen Stütz- oder Hängepunkten verursacht werden. Einige der vornehmsten Fälle, welche man sich bei der Betrachtung dieses Werkzeuges vorstellen kann, sollen mit ein Paar Anwendungen hier vorgetragen werden. Vom Ganzen wird nur ein allgemeiner Begriff gegeben und dabei in jedem Falle angenommen, daß die Richtungen der wirkenden Kräfte in derselben Ebene liegen.

Wenn 3 Seile oder Stricke AB, AC und AD Fig. 84, welche im Punkte A an einander geknüpft sind, in denselben Richtungen durch 3 Kräfte gezogen oder gespannt werden, ist es sehr leicht zu bestimmen, wie sich diese Kräfte verhalten müssen, um mit einander das Gleichgewicht herzustellen; denn in diesem Falle müssen die Kräfte AB und AC, welche den Punkt A aufwärts zu ziehen streben, zusammen eben so viel wirken, als die Kraft AD, welche den Punkt A niederwärts zu ziehen sucht. Ist dieses nun der Fall, so wird der Punkt A weder aufwärts in der Richtung AE, noch niederwärts in der Richtung AD bewegt werden, sondern im Gleichgewichte bleiben. Hieraus folgt, daß die aus AB und AC zusammengesetzte Kraft gleich sein müsse und gerade entgegengesetzt (gegenüber liegend) der dritten Kraft AD. Man ziehe deßhalb BE parallel mit AC und CE parallel mit AB, so wird die Diagonale AE, die aus AB und AC zusammengesetzte Kraft ausdrücken, und AE wird = AD und gerade AD gegenüber mit AD in derselben Linie DAE liegen müssen. Es ist in diesem Falle ganz gleich, in welchem der Winkel CAB, BAD oder CAD das Parallelogramm construirt wird; denn jede der 3 Kräfte, an und für sich betrachtet, z. B. AB muß der aus den beiden andern zusammengesetzten Kraft AF gleich und gegenüber liegend sein.

Hieraus läßt sich nun sehr leicht ausmitteln, wie groß zwei dieser Kräfte, AC und AB z. B., sein müssen, um Gleichgewicht zu erzeugen, wenn die Kraft AD nebst den Winkeln, welche die Stricke mit einander bilden müssen, gegeben sind; denn verlängert man AD und macht man AE = AD, zieht man EB und EC parallel den Linien AC und AB, so müssen AB und AC die proportionalen Größen der Kräfte ausdrücken, mit welchen die Seile gezogen oder gespannt werden müssen.

Wirken 4 oder mehr Kräfte in verschiedenen Richtungen auf den Punkt A, so kann man, indem man je zwei und zwei dieser Kräfte zusammensetzt, die Bedingungen des Gleichgewichtes leicht entdecken.

86) Es sollen A und B Fig. 85 zwei feste Punkte sein, an welchen das Seil ACB befestigt ist; an einem Punkt C dieses Seiles ist das Gewicht P befestigt, und man verlangt nun die Spannung zu erfahren, welche dieses Gewicht auf die Punkte A und B äußert? Für diesen Zweck ist es klar, daß die Wirkung des Gewichtes P in der senkrechten Richtung CP zerlegt werden müsse in die Richtungen der beiden anderen Seile AC und BC, an welchen nun zwar keine eigentlichen Kräfte wirken, wie im vorhergehenden Falle, die man aber auf dieselbe Weise durch zwei Kräfte, wie durch zwei Aufhängungspunkte festgehalten sich denken kann. Es sei nun die Linie CD proportional der Schwere oder Spannung des Gewichtes P; man verlängere AC und BC niederwärts und construire auf CD als Diagonale und auf die oben genannten verlängerten Richtungen, als Richtungen der Seiten des Parallelogramm CFDE, so werden die Seiten CE und CF proportional sein den Spannungen, welche das Gewicht P in der Richtung der Seile AC und

BC hervorbringt. CE und CF drücken also die Kräfte aus, durch welche die Aufhängungspunkte in den Richtungen AC und BC gezogen werden; trägt man diese Kräfte auf die Punkte A und B über, indem man $Ae = CE$ und $Bf = CF$ macht, so kann man durch Zerlegung dieser Kräfte bestimmen, wie sehr die Aufhängungspunkte in horizontaler und vertikaler Richtung gezogen werden; denn construirt man auf Ae und Bf als Diagonalen die rechten Winkel ab und cd, so müssen Ab und Bd den horizontalen, dagegen Aa und Bc den vertikalen Zug auf die Punkte A und B ausdrücken. Die Stärke der Befestigung der Aufhängungspunkte muß also der Größe dieser Kräfte proportional sein.

Es geht auch daraus hervor, daß es für die Bestimmung der Spannungen an den Aufhängungspunkten ganz einerlei ist, ob die Punkte in verschiedener oder in einerlei Höhe liegen.

Die Spannungen in den Richtungen der Seile AC und BC werden in dem Verhältnisse größer, in welchem der Winkel ACB größer wird, was in Art. 7, wo von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte gehandelt wurde, bereits bemerkt worden ist. Der Winkel ACB kann jedoch niemals = 180 Grad werden, d. h. so lange ein Gewicht P, wie klein dasselbe auch sein möge, an dem Seile hängt, kann ACB niemals vollkommen geradlinig gespannt sein, denn es muß in diesem Falle immer eine Diagonale CD vorhanden sein, welche der aus CE und CF zusammengesetzten Kraft proportional ist, und dieses kann nicht Statt finden, ohne daß AC und BC einen Winkel mit einander bilden, wie wenig derselbe auch von 180° verschieden sein möge. Deßhalb wird ein Seil AzB Fig. 86, wie kurz es auch sein möge, durch die größt möglichen Kräfte, welche an demselben ziehen, nie vollkommen bis zur

horizontalen Richtung ausgespannt werden können; denn die Schwere G dieses Seiles, die wir uns auf einen Augenblick mit dem Schwerpunkte Z vereinigt denken wollen, ist hier eine dritte Kraft, welche das Seil in den Richtungen Bz und Az stark zieht, und auf diese Weise immer eine Beugung in der Mitte verursacht. Wenn das Seil eine Länge von 8 und mehr Ellen besitzt, oder auch kürzer ist, jedoch eine große Schwere besitzt, so ist diese Beugung sichtbar. Es besteht diese Beugung streng genommen auch bei dem kürzesten und schwächsten Seil, welches man ausspannt, so daß es unmöglich ist ein Seil durch zwei Kräfte, wie groß dieselben auch sein mögen, in horizontaler Richtung vollkommen auszuspannen.

87) Wenn man das Gewicht P Fig. 85 näher bei A als bei B befestigt, so wird natürlich die Spannung am Punkte A größer als am Punkte B, was aus dem Parallelogramm gilk, wenn man es mit CD, EF vergleicht, sich ergibt, denn gi ist größer als CE; so daß, wenn man dem Seil eine solche Stellung gibt, daß Ag vertikal wird, der ganze Druck des Gewichtes P auf den Punkt A ausgeübt werden muß, während B im Ganzen gar keine Spannung erfährt. Man bedenke jedoch, daß dieser Fall nur dann eintritt, wenn die Stricke keine Schwere oder geringe Schwere haben, denn ist diese Schwere im Vergleiche zu P nicht sehr gering, dann wird der Strick BC durch die Schwere auch gespannt werden, und es wird niemals möglich sein, das Gewicht P gerade unter den Punkt A zu hängen.

Die Spannungen, durch welche die Punkte A und B in den Richtungen der Seile AC und BC gezogen werden, sind dann auf zweierlei Weise veränderlich, je nachdem nämlich

1) P höher oder tiefer hängt, und also das ganze Seil ACB kürzer oder länger ist;

2) je nachdem P an demselben Seile mehr nach der rechten oder nach der linken Seite hin befestigt wird.

In Bezug auf die Größe dieser Spannungen, die dann auf verschiedene Art Statt finden können, kann man sich Fragen ausdenken und vorlegen, deren Beantwortung für die praktische Anwendung von Nutzen ist, und die hauptsächlich auf Folgendes hinauslaufen:

a) *Auf welche Weise müssen die Richtungen AC, BC und CP für den Zweck zu einander bestimmt werden, damit die Spannungen in den Punkten A und B Fig. 87 gleich werden.*

Wenn die Spannungen CD und CE, welche das Gewicht P verursacht, einander gleich sind, so wird das Parallelogramm CF eine Raute; folglich wird der Winkel BCF gleich $\angle$ ACF; deßhalb liegt das Kennzeichen, daß die Spannungen auf den Punkten A und B gleich sind, darin: *daß der Winkel ACB der Seile AC und BC durch die verlängerte Richtung von CP halbirt werden müsse*; wenn dann die Stelle der Punkte A und B gegeben ist, und eben so auch die Länge des Seiles ACB, so findet man den Punkt C, in dem das Gewicht P befestigt werden muß, unter [illegible] auf folgende Weise: Man ziehe durch A [illegible] vertikale Linien AH und BG, beschreibe [illegible] mit der Länge des Seiles als Radius [illegible], von welchen die genannten Linien [illegible] geschnitten werden. Hat man alsdann [illegible]G und BG gezogen, so schneiden sie [illegible] Punkte C, und dieser wird alsdann [illegible] Punkt sein.

Denn, da FC eine vertikale Linie ist, welche mit AH und BG parallel läuft, so ist ∟BGC = FCD, und ∟AHC = FCE; ferner ∟FCE = CBG und ∟DCF = CAH. Deßhalb wird

1) ∟DCF = FCE sein, wodurch die Bedingung der gleichen Spannungen erfüllt ist, und

2) werden die Dreiecke AHC und BCG gleichschenklig sein, und also CG = EC, oder CH = AC sein, so daß BC + AC = AC + GC oder = BC + CH die ganze Länge des Seiles ausmacht.

Wenn das Gewicht P nicht am Seile ACB befestigt wird, sondern an einem Ringe, oder an einer Rolle hängt, welche ohne Behinderung über das Seil laufen kann, dann wird der Stand des Gewichtes, bei welchem es auf diese Weise von selbst ins Gleichgewicht kommt, von solcher Beschaffenheit sein, daß die Spannungen in den Richtungen der Seile AC und BC Fig. 88 gleich werden. Wirklich muß der Ring oder die Rolle so lange gleiten, bis die erwähnten Spannungen gleich sind, denn war AC stärker gespannt als BC, so muß der Ring oder die Rolle dadurch, so zu sagen, emporgehoben und nach B fortgeschoben werden, so daß eine dergleichen Wirkung weder auf der einen, noch auf der andern Seite Statt finden kann; oder wenn das Gewicht P sich ungehindert ins Gleichgewicht stellen kann, so ist kein Grund vorhanden, warum alsdann das Seil AC mehr gespannt werden sollte, als BC; deßhalb müssen beide gleich stark gespannt sein. Der Schwerpunkt von P steht dann auch so tief als möglich und es findet ein beständiges Gleichgewicht statt.

Eine Laterne P Fig. 89, welche mit einer Rolle verbunden ist und deßhalb sich frei auf dem Seile ACB bewegen kann, hängt deßhalb an demselben

im einem Zustande beständigen Gleichgewichtes und erzeugt an den Aufhängungspunkten A und B gleiche Spannungen.

Hängt die Laterne in Beziehung auf die Aufhängungspunkte A und B sehr hoch, d. h. machen AC und BC mit einander einen sehr stumpfen Winkel, so können die Spannungen sehr groß werden; aber dieses ist dann die Laterne in Folge der Spannungen und des hohen Standes einem beständigen Hüpfen oder Tanzen unterworfen, woraus eine nachtheilige Wirkung auf die Aufhängungspunkte entspringt, und außerdem erfordert es auch der Zweck, daß die Laterne ruhig hänge. Hängt die Laterne sehr niedrig in Bezug auf die Aufhängungspunkte, so muß die geringste Kraft des Windes u. s. w. ein starkes Schwanken in horizontaler Richtung erzeugen. Deßhalb muß man einen mittleren Stand wählen, so z. B. daß die Spannungen von A und B gleich sind dem Gewichte der Laterne; alsdann wird das Dreieck CDF Fig. 87 gleichseitig, $\angle DCF = 60^\circ$ und $\angle ACB$ Fig. 89 $= 120^\circ$. Die Schwankungen, welche dann in der vertikalen Richtung auf und nieder noch Statt finden sollten, lassen sich sehr leicht und genügend durch ein Querseil ab verhindern.

b) **Ist ein Gewicht P Fig. 90 gegeben, so fragt sichs nun, welche Stellung die Seile AC und BC haben sollen, damit sie beide bestimmt und gleich stark gespannt werden?**

Die Länge des ganzen Seiles ACB muß hier unbestimmt sein; die gegebene Spannung, welche AC und BC bekommen soll, muß ferner größer sein, als die Hälfte des Gewichtes P; denn wäre die Spannung $= \frac{1}{2}$ P, so müßten AC und BC, wie sich im folgenden Kapitel ergeben wird, ein-

ander parallel laufen, und dieses wird hier nicht vorausgesetzt. Es sei nun die vertikale Linie ab in ihrer Länge proportional dem Gewichte P; man beschreibe auf ab ein gleichschenkliges Dreieck abc, dessen Schenkel ac = bc ist, und diese Schenkel sind in ihrer Länge proportional der Spannung, welche auf die Punkte A und B ausgeübt werden soll. Wird das Dreieck abd dem Dreieck abc gleich gemacht, so wird adbc ein gleichseitiges Parallelogramm sein, welches gleich und ähnlich sein muß dem Parallelogramm, welches aus der Zerlegung von P in den erwähnten Richtungen AC und BC der Seile entsteht; deßhalb müssen AC und BC einen Winkel mit einander bilden, welcher gleich ist dem Winkel cad; man ziehe deßhalb AC mit ad und BC mit ac parallel, so ist ACB die Stellung der Seile, durch welche der Forderung Genüge gethan wird, und AC + BC ist die Länge des Seiles.

c) Ist die Länge des Seiles unbestimmt, so fragt sichs, wie das Gewicht P Fig. 91 dergestalt an ersteres befestigt werden müsse, daß der Punkt A oder B (z. B. der Punkt B) eine bestimmte Spannung erfahre?

Es sei ab eine vertikale Linie, proportional dem Gewichte P; ac eine Linie, proportional der Größe der gegebenen Spannung, die in der Richtung von B nach C ausgeübt werden muß; weil man nun auf ba als diagonale unaussprechlich viele Parallelogramme beschreiben kann, die eine Seite = ac haben, so kann die Auflösung auf unendlich viele Arten erfolgen; das Seil BC kann dann allerhand Richtungen niederwärts haben, wird aber irgend eine Richtung angenommen, so ist alles Uebrige bestimmt. Denn man setze diese Richtung, so wie

sie die Figur angibt = ac, so muß BC parallel mit ac laufen, und was bc anlangt, so muß AC mit bc oder mit ad parallel laufen, und der Punkt C, wo AC und BC einander schneiden, wird auf diese Weise der Anforderung entsprechen.

Das Unbestimmte dieses Falles hört auf, sobald man dem Seil eine bestimmte Länge gibt, doch alsdann wird die Construction sehr zusammengesetzt, weil nun der Punkt C durch den Schnitt von zwei krummen Linien gefunden werden muß.

Man kann diese Fälle noch weiter ausbreiten, doch es wird nicht zweckmäßig sein, uns jetzt weitläuftig auf dieselben einzulassen.

88) Wenn zwei oder mehr Gewichte P, Q, R u. s. w. Fig. 92 an das Seil ACDEB befestigt sind, so bestimmt man die Spannung, welche in der Richtung jedes Theiles AC, CD u. s. w. ausgeübt wird, auf dieselbe Weise, wie solches Art. 86 Fig. 85 vorgeschrieben ist: man construirt nämlich auf die verlängerten Richtungen AC, CD u. s. w. Parallelogramme, welche die Linien aC, bD, cE u. s. w. zu Diagonalen haben und nimmt die erwähnten Linien um so viele Theile lang, als die spannenden Gewichte P, Q, R u. s. w. Pfunde wiegen; dann müssen die Seiten dC, eC, fD u. s. w. dieser Parallelogramme den Spannungen in den Richtungen CD, AC, DE u. s. w. proportional sein. Die Spannungen Ce und Eh an den Aufhängungspunkten werden deßhalb allein gefunden durch die Zerlegung der Spannkräfte P und R, welche an den Aufhängungspunkten wirken, ohne daß man hierzu, wenn alles im Gleichgewicht ist, die Größe der Kräfte oder Gewichte Q u. s. w., die zwischen P und R liegen, in Berücksichtigung zu nehmen braucht. Man fasse dieses jedoch nicht so auf, als ob die zwischen beiden hängenden Gewichte Q u. s. w.

nichts zur Größe der Spannungen bei A und B beitragen; denn es findet gerade der umgekehrte Fall Statt, indem jedes der Gewichte dazu beiträgt, um die Figur ACDEB zu bestimmen, und die Zerlegung der Kräfte aC und cE mit von den Richtungen AC, CD, DE, BE abhängt, d. h. von der Gestalt der erwähnten Figur. Ist jedoch die Figur durch das Gleichgewicht bestimmt worden, so hat man mit den mittelsten Gewichten Q u. s. w. ferner nichts zu thun.

Bei dem Gleichgewichte des vieleckigen Seilwerkzeuges ACDEB Fig. 92 muß man vornehmlich zwei Gegenstände als Folgen dieses Gleichgewichtes ins Auge fassen:

a) Es wird jeder Theil des Seiles, welcher zwischen zwei Gewichten liegt, d. h. jede Seite CD u. s. w. des offenen Vielecks durch jedes der Gewichte P oder Q gleich stark gespannt.

Um wie viel P den Theil CD, also in der Richtung von D nach C zerrt oder spannt, eben so viel Spannung von C nach D muß das andere Gewicht Q verursachen; dC muß dann = Dg und Df = EJ sein u. s. w. Dieses muß allerdings so sein, denn wäre die von D nach C durch P verursachte Spannung größer oder kleiner als die Spannung, welche Q in einer entgegengesetzten Richtung von C nach D zuwegebringt, so müßte entweder der Punkt D nach C oder der Punkt C nach D gezogen werden; es würde also kein Gleichgewicht vorhanden sein.

b) Verlängert man die äußersten Theile AC und BE, so muß die Vertikallinie ZG, welche durch den Durchschnittspunkt G gezogen ist, durch den Schwerpunkt der spannenden Gewichte laufen.

Aus den Grundsätzen des Gleichgewichtes und aus den Eigenschaften des Schwerpunktes hat sich ergeben, daß ein Gewicht, welches gleich ist den Gewichten $P + Q + R$ u. s. w. und im Schwerpunkte der Gewichte P, Q und R hängt, denselben Effect habe, als die Gewichte jedes in den besonderen Punkten C, D, E u. s. w. aufgehangen. Dieses Gewicht $P + Q + R$ muß deßhalb in den Richtungen AC und BE dieselben Spannungen erzeugen, als die Gewichte P, Q, R, welche in C, D, E u. s. w. hängen. Nun kann ein Gewicht, welches in der senkrechten Linie ZG irgendwo hängt, die durch den Schwerpunkt von P, Q, R u. s. w. läuft, keine Spannungen in den Punken A und B in den Richtungen AC und BE verursachen, es müßte denn in der senkrechten Linie ZG ein Punkt G vorhanden sein, von welchem aus nach A und B zwei Seile AG und BG gespannt werden können, welche mit den Richtungen AC und BE zusammenfallen; deßhalb müssen BE und AC, wenn sie verlängert werden, in einem Punkte der senkrechten Linie GZ zusammenkommen. Wenn also bekannt sind 1) die Stellungen der äußersten Seiten AC und BE des Seiles und 2) die Summe der spannenden Gewichte, so lassen sich die Spannungen an den Aufhängungspunkten A und B bestimmen, ohne daß hierzu einige der Gewichte P, Q u. s. w., oder ihre Anzahl, oder die Länge der Seiten AC, CD u. s. w. oder die Stellung des Schwerpunktes zu kennen braucht. Denn man verlängere AC und BE bis sie in G zusammenkommen; man denke sich, daß im Punkte G ein Gewicht hänge, welches gleich ist der Summe aller spannenden Gewichte zusammengenommen; und man bestimme auf die Art. 86 Fig. 85 vorgeschriebene Weise die Spannungen, welche dieses Gewicht in

den Richtungen AG und BG auf die Punkte A und B hervorbringt. Diese Spannungen werden nun die verlangten sein.

89) Die bestimmte Figur, die ein mit Gewichten beschwertes Seil annimmt, hängt natürlich von zwei Dingen ab: 1) Von der Größe der spannenden Gewichte; 2) von den Entfernungen, in welchen sie von einander stehen. Werden nun alle Gewichte gleich groß und sind sie in gleichen Entfernungen von einander angebracht, so wird die Figur des Werkzeugs dadurch eine gewisse Regelmäßigkeit und Uebereinstimmung der Theile bekommen; das durch die sämmtlichen Theile des Seiles gebildete Vieleck wird dann regelmäßig; werden über dieses die Entfernungen der gleichen Gewichte immer kleiner und kleiner, bis sie so nahe an einander grenzen, als nur möglich ist, so verwandelt sich das Vieleck in eine krumme Linie, welche die Kettenlinie genannt wird. Wirklich bekommt eine Kette, welche überall aus gleich schweren Gelenken besteht und an zwei festen Punkten A und B Fig. 93 aufgehangen ist, eine regelmäßig krummlinige Gestalt ACB, mehr oder weniger hohl, je nachdem die Kette länger oder kürzer ist. Die mechanischen Eigenschaften dieser krummen Linie sind folgende:

a) Wenn die Aufhängungspunkte der Kette *) in gleicher Höhe oder im gleichen Niveau AB liegen, dann muß die Linie DCE, welche lothrecht durch die Mitte von AB gezogen worden ist, die krumme Linie in zwei gleiche und ähnliche Hälften AC und BC theilen, und wenn diese gleich schwer sind, so muß auch der Schwerpunkt der aufgehangenen Kette in der Vertikallinie CD liegen.

---

*) Ein sehr biegsames Seil nimmt natürlich eine ähnliche Form an.

b) Die Spannungen an den Punkten A und B müssen sich gleich sein und da die Kette mehrentheils ist, als ein vieleckiges Seilwerk von einer großen Anzahl gleicher Seiten (z. B. so lang als jedes Gelenk Länge besitzt), welche alle durch gleich schwere Gewichte (gleich dem Gewichte an jedem Gelenke) gespannt werden, so lassen sich diese Spannungen finden nach der in Art. 88 so eben mitgetheilten Regel, nämlich man ziehe aus A und B die Linien AF und BF in Uebereinstimmung mit den äußersten Seiten des Vielecks bei A und B; diese Linien sind sonach wegen der Kleinheit der Seiten Tangenten der krummen Linie in den Punkten A und B. Dieselben Linien AF und BF schneiden einander im Punkte F der vertikalen Linie DCEF. Man hänge in diesen Punkt ein Gewicht G, und dieses ist die Summe aller spannenden Gewichte, d. h. gleich dem Gewichte der Kette und bestimme nach Art. 88 Fig. 86 die Spannungen aF und bF, welche dieses Gewicht in den Richtungen AF und BF an den Punkten A, B äußert; diese Spannungen werden, wenn AC = BC, oder wenn AB horizontal ist, sich gleich sein.

c) Hieraus läßt sich nun folgern, ... [illegible]

[illegible]

durch die Figur der krummen Linie nicht. Diese bleibt dieselbe, wohin man auch den zweiten Aufhängungspunkt H versetzen möge, entweder auf die rechte Seite oder an den tiefsten Punkt C, oder an die linke Seite an den Punkt h, weßhalb denn auch die Regel die Bestimmung der Spannungen an den Aufhängungspunkten A und H anlangend, für einen Theil der Kette, wie für die ganze Kette, dieselbe bleibt, unter der Bedingung, daß man, um z. B. die Spannung, welche im Punkte C ausgeübt wird, zu bestimmen, in dem Punkte c, wo die Tangenten Cc und Ac einander schneiden, ein Gewicht g hänge, welches gleich ist der Schwere des Theiles Ac, nicht aber derjenigen der ganzen Kette.

e) Die Punkte A und B werden natürlich stärker gespannt, als irgend ein anderer tiefer liegender Punkt der Kette; die Wahrscheinlichkeit einer Zerreißung wird deßhalb am kleinsten sein, wenn die Aufhängungspunkte A und B hinlänglich gesichert sind.

Die Kette besitzt gleich dem offenen Vieleck Fig. 92, die Eigenschaft, daß jeder Punkt oder jedes Gelenk durch die nächst anliegenden Gelenke gleich stark gespannt wird, denn sonst könnte kein Gleichgewicht bestehen. Wenn nun die Kettenglieder unbeweglich mit einander verbunden wären, ohne daß sie schwanken oder sich drehen könnten, und man kehrte die krumme Linie dann um, daß das Unterste oben hin kommt, so würde sie in dieser aufrechten Stellung dieselbe Eigenschaft haben, als zur Zeit, wo sie hing. Ein Gewölbe von der Gestalt einer Kettenlinie muß deßhalb in allen seinen Punkten auf gleiche Weise aufwärts und niederwärts drücken, d. h. in der Richtung seiner krummen Form. Alle Theile befinden sich also ohne weitere Verbindung in einem natürlichen Gleichgewicht und diese

Form schickt sich folglich für Gewölbe am meisten; aber um die Füße eines Gewölbes d. h. die untersten Enden seiner krummen Gestalt zweckmäßig mit den lothrechten stehenden Mauern zu verbinden, muß man diese Form an diesen Stellen verändern, wodurch also (obgleich es genau genommen nur wenig beträgt) das Gleichgewicht unterbrochen wird. Diese Gründe und weil krumme Linien einem Gewölbe eine zierlichere Gestalt geben, scheinen die erwähnte Anwendung der Kettenlinie nicht annehmlich gemacht zu haben.

90) Das Gleichgewicht, die Hauptdimensionen und die Form der Krümmung der Hangebrücken werden nach den Eigenschaften der Kettenlinie und des Seilwerkzeuges bestimmt. Eine Hängebrücke ist im Allgemeinen eine Brücke FG Fig. 94, die aus der Vereinigung querliegender Balken und Planken besteht, über welchen ein Fußboden liegt, und welche an beiden Seiten mittelst vertikaler Stangen a b rc. an zwei Ketten AEB oder an zwei Systemen von Ketten hängt, welche entweder aus eisernen Kettengliedern bestehen, oder größerer Stärke halber aus dickem Eisendraht zusammengeflochten sind, und über zwei oder mehrere hohe Säulen AF, BG laufen, oder durch Mauerwerk und eiserne Bänder fest bei C und D mit dem Grunde selbst verbunden sind.

Diese Bestimmung nebst der Ansicht der Figur werden einen hinlänglichen Begriff von der Einrichtung einer Hängebrücke geben; denn die ausführliche Beschreibung und Betrachtung derselben gehört eher der Baukunst, als der Werkzeugskunst an; allein derjenige Theil der Betrachtung der Hängebrücken, der seine Begründung aus der Werkzeugskunst entlehnt, wird hier kürzlich und der Hauptsache nach vorgetragen. Auf diesem Theile beruhen dann auch Grundsätze, nach denen die Zusammensetzung die-

ser Brücken (die an manchen Orten mehr als 100 Fuß Länge haben) erfolgen muß.

Hienge die Kette A E B ganz frei, so würde sie die Krümmung einer Kettenlinie haben, aber nun würde die Kette in gleichen Abständen a c = c e ꝛc. mit gleich schweren Stangen belastet (denn obgleich die Stangen an den Enden der Brücke und in der Nähe der Säulen länger und also schwerer sind, als diejenigen in der Mitte bei E, so ist diese Differenz, verglichen mit der ganzen Schwere der Kette und der eigentlichen Brücke doch so gering, daß man sie ganz außer Acht lassen kann), und jede dieser Stangen trägt wiederum einen gleichen Theil vom Gewichte der Brücke. Hierdurch ändert sich nun die erwähnte Krümmung und kommt der Gestalt einer anderen geometrischen krummen Linie sehr nahe, die aus der Schneidung eines Kegels mittelst einer ebenen Fläche entsteht, welche der gegenüber liegenden emporstehenden Säule des Kegels parallel läuft.

Der wichtigste Punkt, welcher hier in Erwägung kommt, ist die Bestimmung der Dicke der Aufhängungskette, und dieses hängt wiederum ab von der Spannung, welche an den Punkten A und B ausgeübt wird, und wonach die starke Befestigung der Säulen und der Enden der Kette C und D sich regeln muß. Um die gedachte Spannung zu bestimmen, muß man im Punkte I, wo die Tangenten A I und B I zusammenstoßen, sich eine Last denken, welche gleich ist der Summe folgender Gewichte: 1) der Kette, 2) der vertikalen Stangen, 3) der eigentlichen Brücke, die der ganzen Länge nach mit Fußgängern oder Fuhrwerk, je nach ihrer Bestimmung bedeckt ist. Das Gewicht der eigentlichen Brücke kann aus ihrer bekannten Länge, Breite und Dicke (die sehr leicht nach der Last, welche sie tragen soll, einzurichten ist) im voraus gefunden wer-

sen; eben so auch die Anzahl und die Dicke der vertikalen Stangen; blos das Gewicht der Kette ist unbekannt, weil man dazu auch ihre Dicke kennen muß, die hier gerade gefunden werden soll.

Eine mathematische Betrachtung der Sache lehrt und die Erfahrung hat den Beweis dafür geliefert, daß die Beugung der Kette, nämlich die Länge der Linie HE in der Mitte ziemlich proportional ist der Länge AB. Wenn nämlich eine Kette AEB über zwei Punkte A und B so viel wie möglich gerade ausgespannt wird, so wird deren Beugung in der Mitte immer ein verhältnißmäßiger Theil der Länge sein; hat man also z. B. durch Versuche gefunden, daß eine Kette von einer gewissen Dicke und 1 Elle Länge eine Beugung HE gibt von 8 niederländischen Zollen, so wird eine Kette von gleicher Dicke auf eine Länge AB von 100 Ellen eine Beugung HE von 8 × 100 = 800 Zoll = 8 niederländischen Ellen erhalten. Diese Beugung ist meistentheils im Vergleiche zur Länge sehr gering, so daß man die Länge der Kette für eine Berechnung dieser Art der Entfernung AB gleichsetzen kann. Die Die Dicke anlangend, muß man mit einer Voraussetzung beginnen, und dieses ist, wenn man die ganze Last kennt, ferner die Kraft oder Stärke der Kette, wenn sie in der Richtung ihrer Länge gezogen wird, nicht schwierig. Bei einer ersten Berechnung z. B. lasse man das Gewicht der Kette unberücksichtigt, bestimme aus der aproximativen Größe von HE die krummlinige Gestalt der Kette; alsdann kennt man die Stellungen der Tangenten AI und BI, und mittelst Art. 86 Fig. 85 auch die Größe der Spannungen MI und LI; aus diesen Spannungen schließe man nun nach angestellten Versuchen auf die Stärke der Ketten (wovon in der folgenden Abtheilung gehandelt wird), auf die Dicke der Kette

und durch diese Dicke und die bekannte Länge AEB ist nun auch ihr Gewicht schnell bekannt. Dieses Gewicht, welches in der ersten Berechnung unberücksichtigt gelassen wurde, bringe man nun in Rechnung und bestimme aufs Neue die Spannungen mI und II, wodurch man wiederum die Dicke der Kette proportional vermehren kann; hierdurch wird ihr Gewicht größer, und indem man dasselbe Verfahren dann wiederholt, findet man dadurch sehr bald eine Dicke für die Kette, welche bei einer folgenden und letzten Bestimmung der Spannungen so wenig sich vermehrt, daß man sie für die wahre Dicke annehmen kann.

Drittes Kapitel.

Ueber die Rollen.

---

§. I.

Einrichtung der Rollen; Bedingungen des Gleichgewichtes zwischen Kraft und Last bei dem Gebrauche derselben.

91) Eine Rolle ist eine hölzerne oder metallene Scheibe Fig. 95, welche an ihrem Umfang mit einem Laufe versehen ist und sich um eine Axe oder Spindel AB, welche durch ihren Mittelpunkt läuft, drehen kann. Der Unterstützungspunkt dieser Axe befindet sich in einem eisernen Bügel A Fig. 96, oder in einer eisernen oder hölzernen Dose AB Fig. 97 (diese Figur stellt eine hölzerne Dose dar, welche den allgemeineren Namen Block besitzt, und durch ein eisernes Beschläge, oder durch Strickwerk verstärkt, auch mit Haken und Oehren versehen ist), welche dann zugleich, wie es auf Schiffen der Fall

ist, auch dazu dient, die Rolle so viel wie möglich vor Feuchtigkeit u. s. w. zu beschützen. Meistens ist die Axe mit ihren Unterstützungspunkten fest verbunden, und die Rolle dreht sich also frei um die Axe. Es kann aber auch die Axe fest mit der Rolle verbunden sein und sich auf den Unterstützungspunkten, wie z. B. in Pfannen- oder Zapfenlagern drehen; die letztere Einrichtung wendet man bei metallenen Rollen an, deren eisernen Axen man alsdann in metallenen Pfannen- oder Zapfenlägern, welche mit dem Block verbunden sind, laufen läßt; bei hölzernen Rollen dreht sich meistens die Scheibe um ihre Axe.

Die Rolle dient allein dazu, um für ein Seil oder Strick, mit welchem man eine Last versetzen will, einen Unterstützungs- oder Richtpunkt zu bekommen. Man kann dadurch Kraft gewinnen, und dieses hängt allein von dem Zustande ab, in welchem sich die Rolle befindet, nämlich ob sie mit der Last den Ort verändert oder nicht. So unterscheidet man feste und bewegliche Rollen.

92) Wenn eine Last Q von einem tieferen Ort nach einem beträchtlich höheren gebracht werden muß oder wenn das Umgekehrte Statt findet, so bedient man sich dazu ganz einfach einer festen Rolle S Fig. 98, über welche das Seil von der Last Q nach der Kraft P hin geführt wird. Die Rolle ist in diesem Falle nur eine Leitrolle, die dazu dient, um die Richtung der Kraft P zu bestimmen, und einzig in dieser Hinsicht das Ziehen oder Heben zu erleichtern; denn wenn es z. B. ein Mann ist, der mit seiner Kraft hier wirkt, so wird er weit leichter die Last Q auf die Weise emporheben, daß er das Seil QP bei P niederwärts zieht, als wenn er diese ... in der Richtung ab ohne Zwischenkunft eines ...uges unmittelbar emporhebt. Im ersten Fall

ist ihm dazu das Gewicht seines Körpers zum Theile behilflich; im anderen Falle muß er sein Gewicht zum Theil selbst erhalten.

Hieraus sieht man nun, daß feste Scheiben keine Verminderung in der anzuwendenden Kraft verursachen, sondern nur eine bequemere Anwendung derselben, hauptsächlich wenn die Kraft eines Menschen oder Thieres dabei thätig ist. Die Rollen dienen dann hauptsächlich, um die Richtung der Bewegung der Kraft und auch der Last zu verändern, geben aber nie Gelegenheit, z. B. ein Gewicht von 10 Pfund bei Q durch ein kleineres Gewicht als 10 Pfund bei P emporzuheben. Im Gegentheile sind sie in dieser Hinsicht eher nachtheilig, als vortheilhaft; denn um die Last Q zu bewegen, hat P noch über dieses die Widerstände der Reibung und der Steifheit des Seiles zu überwinden, welche Widerstände hier, wie sich gleich ergeben wird, beträchtlich sein können.

Wenn die Schwere des Seiles ansehnlich ist, so kann sie die Kraft erleichtern oder erschweren, je nachdem das Seil auf der Seite der Kraft länger oder kürzer ist, als auf der Seite der Last, d. i. je nachdem die Kraft tiefer oder höher angebracht ist, als die Last. Sind und bleiben die beiden Theile des Seiles gleich lang, und befindet sich P in gleichem Niveau mit Q, so halten sie einander im Gleichgewicht und verursachen also in Bezug auf die Kraft weder Widerstand, noch Erleichterung.

Bringt man dieselbe Schwere des Seiles mit in Anschlag, so ist es nicht gleichgültig, welche Richtung derjenige Theil des Seiles besitzt, an welchem gezogen wird. Die vertikale Richtung des Seiles muß natürlich, sowohl zur Hestellung des Gleichgewichtes, als zur Bewegung der Last die vortheilhafteste sein, da in Betreff des Gleichgewichtes die Span-

nungen in den Richtungen dieses Seiles alsdann am geringsten sind und bei der Bewegung die Schwankungen des Seiles in dieser Stellung weniger zum Nachtheil der Zugkraft Statt finden.

Läuft ein Seil über zwei oder mehrere feste Rollen A, B Fig. 99, so kann allein die Richtung von Kraft oder Last hierdurch eine zweckmäßigere Stellung erlangen, jedoch eine Verminderung des zur Herstellung des Gleichgewichtes nöthigen Gewichtes wird auf keinerlei Weise mit festen Rollen erlangt, während sie in der Bewegung um so mehr Widerstand gewähren, je größer ihre Anzahl ist. Gewinn an das Gleichgewicht herstellender Kraft entsteht nur durch Anwendung beweglicher Rollen, wovon nun die vornehmsten Fälle in Betrachtung gezogen werden sollen.

93) Wenn ein bei C Fig. 100 befestigtes und über eine bewegliche Rolle A geschlagenes Seil durch eine Kraft P (sie wirke unmittelbar an dem Theile GB des Seiles oder an dem Theile BP, nachdem es durch eine Leitrolle B in eine zweckmäßigere Richtung gebracht worden ist) gehalten oder gezogen wird, so kann dieser Punkt C zum Stützpunkte dienen, um ein Gewicht oder eine Last Q, welche mit der beweglichen Scheibe in Verbindung steht, zu erhalten oder zu bewegen.

Bei der Betrachtung des Seilwerkzeuges im vorhergehenden Kapitel ist dargethan worden: daß die Spannungen, welche von der Last an den Punkten C und B erzeugt werden, sich gleich sein müssen, da sich die Scheibe A ungehindert dem Seil entlang bewegen kann; daß die Richtung DE der Schwere der Last mitten durch den Winkel BEC laufen müssen; und daß die Spannungen an C und B grö-

ßer werden, wenn der Winkel BEC stumpfer wird.

Drückt man durch DE die proportionale Größe der Last aus, so müssen die Seiten EG und EF der Raute GDFE die Spannungen an C und B darstellen; nun ist es klar, daß die Spannung am festen Punkte C durch den Punkt C selbst getragen wird, daß aber die Spannung an C oder P (welches kein fester Unterstützungspunkt ist, weil die Rolle E niederwärts gehen oder steigen kann) durch die Kraft P unterhalten werden muß. Ist die Spannung GE = EF gleich derjenigen, welche durch ein Gewicht von 7 Pfund hervorgebracht wird, so muß die Kraft P auch mit einem Druck von 7 Pfund zurückwirken können, so daß die Größe der Spannung GE anzeigen soll das Proportionalgewicht, welches nöthig ist, um in der Richtung GB oder BP die Last im Gleichgewicht zu erhalten, welche ihrer Größe und ihrer Richtung nach durch die Linie DE dargestellt wird.

Sobald deßhalb GE kleiner ist, als DE, muß man an Kraft gewinnen. Ist nun ∟ BEC = 120°, so wird GED ein gleichseitiges Dreieck und die Kraft GE gleich der Last DE. Bei einem größeren Winkel als 120° wird GE größer, als DE, so daß die Kraft kleiner sein muß, als die Last, sobald der Winkel BEC zwischen den Seilen kleiner ist, als 120°. Je kleiner dieser Winkel wird, desto kleiner werden die Spannungen GE und EF; wenn deßhalb BE und CE keinen Winkel mit einander bilden, sondern einander parallel laufen, so werden die Spannungen und die Größe der Kraft P am kleinsten sein.

Wie groß die Kraft P bei jedem schrägen Stande der Seile sein müsse, kann gefunden werden, indem man nach einem Maßstabe das Parallelogramm GEFD auf DE als Diagonale unter BEC als einem der Winkel construirt und hernach die Linie GE mißt; denn wenn ein Theil des Maßstabes, z. B. 1 Pfund ausdrückt, so muß die Kraft so viele Pfunde Druck ausüben als GE Theile des Maßstabes enthält.

Man kann auch die Kraft berechnen; denn da sie von der Größe des Winkels BEC abhängt, so ist sie auch abhängig von der Größe des Bogens ab der Rolle, über welche das Seil läuft und also auch von der Länge der Chorde ab desselben Bogens. Man ziehe aus dem Mittelpunkte der Rolle c die Radien ac und bc, so ist das Dreieck abc gleichschenkelig; außerdem stehen ac und bc lothrecht auf den Richtungen GE und FE der Seile CE und BE, welche den Umfang der Scheibe in den Punkten a und b berühren; deßhalb ist das Dreieck abc dem gleichschenkligen Dreiecke GED ähnlich; denn $\angle cad$ ist $= 90° - \angle dae$; $aEd = 90° - \angle daE$; deßhalb ist der Winkel $cad = \angle cba = aED = \angle EDG$, woraus ferner folgt, daß $\angle acb = \angle DGE$ sei; deßhalb

$$GE : DE = ac : ab,$$

d. h. die Kraft verhält sich zur Last, wie der Radius der Rolle zur Chorde ab des Bogens, welchen das Seil um die Peripherie der Rolle beschreibt. Je größer also die Chorde ab ist, desto geringer kann die anzuwendende Kraft GE sein, um mit der Last Q = DE das Gleichgewicht herzustellen; und kennt man dann das Gewicht der Last Q nebst dem Radius der Rolle und die Länge der Chorde ab, so kann man durch

Auflösung der obigen Proportion die Größe des Druckes bestimmen, den die Kraft anzuwenden hat.

Um die Kraft P noch mehr zu vermindern, kann man mehr als eine bewegliche Scheibe anwenden, wie in Fig. 101 dargestellt ist. Es ist alsdann nicht schwierig, das Verhalten zwischen Kraft und Last zu bestimmen; da jedoch dieser Gegenstand für die Anwendung von keinem großen Belang ist, so brauchen wir auch nicht länger bei demselben zu verweilen.

94) In dem Falle, daß die Richtungen der Seile parallel laufen, wie Fig. 102 wird die Kraft, die erforderlich ist, um die Last im Gleichgewicht zu erhalten, am kleinsten sein, und zwar genau gleich der Hälfte des Gewichtes der Last. Man kann sich hiervon auf verschiedene Weise überzeugen; das Einfachste jedoch ist, in Betrachtung zu ziehen: daß die Kraft P und das Hinderniß, oder der Aufhängungspunkt C zwei parallele Kräfte sind, welche eine Last Q emporhalten, die in der Mitte eines Hebels GF hängt, und daß folglich jede dieser Kräfte natürlich das halbe Gewicht der Last zu tragen hat; die eine Hälfte wird dann vom Punkte C getragen, während die Kraft P die andere Hälfte der Last zu tragen hat. Ein Gewicht von 20 Pfund in P wird also eine Last von 40 Pfund, die in Q hängt, im Gleichgewicht erhalten (wenn man nämlich die Widerstände der Reibung u. s. w. aus der Berechnung wegläßt).

Gesetzt, die Last Q Fig. 103 an der Rolle A hängend, werde nicht im Gleichgewicht gehalten durch eine Kraft P, welche unmittelbar auf den Theil FB des Seiles wirkt, sondern es geschehe dieses mittelst einer zweiten beweglichen Rolle B, um welche ein Seil C′BD, das bei C′ befestigt ist, so geschlagen

worden, daß dessen Richtungen BC' und GD parallel sind, so wird dadurch wiederum an Kraft die Hälfte gewonnen; denn Q betrage 40 Pfund, so ist, um das Gleichgewicht herzustellen, bei F ein Gewicht von 20 Pfund erforderlich, und befindet sich die Rolle B in denselben Umständen wie A, so wird ein Druck von 10 Pfund in der Richtung GD, oder in der Richtung DP das Gewicht von 20 Pfund tragen, welches in der Richtung FB erforderlich war. Zehn Pfund in P müssen also 40 Pfund in Q das Gleichgewicht halten. Indem man zwei bewegliche Rollen anwendet, braucht die Kraft nur den vierten Theil der Last zu tragen, und es läßt sich aus den oben angegebenen Gründen einsehen, daß bei 3 und 4 beweglichen Scheiben die Größe der Kraft auf den achten und auf den sechzehnten Theil des Gewichtes der Last reducirt wird. Mit einer Vorrichtung von der Gestalt wie in Fig. 103 angegeben ist, kann man deßhalb blos durch Vermehrung der beweglichen Scheiben eine große Last mittelst eines kleinen Gewichtes im Gleichgewicht erhalten, aber für den wirklichen Gebrauch würde diese Vorrichtung äußerst unbequem sein, indem man die Last nur bis zu einer geringen Höhe würde emporheben können; denn, besonders wenn viele bewegliche Rollen angewendet werden, würde die letzte Rolle B bereits einen merklichen Abstand von der ersten Rolle A haben, und sobald das Seil DP so weit herabgezogen worden ist, daß die Rolle B bis nach D gelangt ist, wird jedes fernere Heben der Last unmöglich, und da nun, wie sich aus §. III ergeben wird, der ganze Weg, den die Last durchläuft, um so viel kleiner ist, als auch das Gewicht P zur Herstellung des Gleichgewichtes kleiner ist, so muß die Länge von BD sehr groß sein, um die Last zu einer ansehnlichen Höhe emporzuheben.

95) Diese Unbequemlichkeit vermeidet man, wenn man alle beweglichen Rollen in einen Block B Fig. 104 auf dieselbe Axe bringt und das Seil, welches um alle diese Rollen herumläuft, über andere Rollen leitet, welche ebenfalls an einer Axe in einem anderen festhängenden Blocke A vereinigt sind. Das eine Ende des Seiles wird alsdann entweder an den unbeweglichen Block A oder an den beweglichen Block befestigt, während die Kraft am anderen Ende wirkt.

Streng genommen sind dann die Richtungen der Seile nicht mehr parallel, doch weichen sie, es müßte denn der Block B sehr nahe an den Block A gekommen sein, so wenig von der parallelen Stellung ab, daß man sie ohne Gefahr als parallel betrachten kann, und dann läßt sich sehr leicht bestimmen, welches Gewicht am anderen Ende des Seiles hängen muß, um eine Last im Gleichgewicht zu erhalten, welche mit beweglichen Block B verbunden ist. Denn da die beweglichen Scheiben, welche in demselben Block vereinigt sind, zu gleicher Zeit um einen gleichen Betrag steigen oder fallen; da die Theile des Seiles sämmtlich die ganze Last tragen oder halten müssen, so muß jeder derselben einen gleichen Antheil der Last tragen. Sind nun 5 Seile hierbei angewendet, so müß jedes $\frac{1}{5}$ vom Gewichte der Last tragen; die Kraft, die am letzten Theile des Seiles wirkt, muß also mit dem fünften Theile der druckenden oder ziehenden Last diese Last im Gleichgewicht erhalten. Hieraus folgt, daß das zur Herstellung des Gleichgewichtes erforderliche Gewicht gefunden wird, wenn man das Gewicht der Last mit der Zahl der tragenden Seile dividirt.

Es enthalte der unbewegliche Block Fig. 105 drei Rollen und irgend ein Punkt unten an diesem

Block sei zugleich der Aufhängungspunkt des einen Endes des Seiles. Damit nun das Seil der Reihe nach um eine Rolle im festen Block und im beweglichen Block laufe, ist es nöthig, daß sich auch drei Rollen im beweglichen Blocke befinden; es sind also 6 Seile, welche tragen (denn der letzte Theil Nr. 6 wird über die letzte feste Rolle geleitet, so daß, wie wohl auf diese Weise ein siebenter Theil besteht, derselbe jedoch nur für eine Verlängerung von Nr. 6 gehalten werden muß, da die Kraft, welche unmittelbar an dem Theile Nr. 6 wirkt, keinen anderen Effect äußern kann, als durch ihre Wirkung am Theile Nr. 7); beträgt nun die Last 60 Pfund, so muß die Spannung jedes Seiles $\frac{60}{6} = 10$ Pfund sein und um mit dieser Spannung das Gleichgewicht herzustellen, muß die Kraft P 10 Pfund Druck ausüben.

Wenn jedoch das Ende des Seiles an dem bewegbaren Blocke Fig. 106 befestigt ist, so sind nur zwei Rollen im beweglichen Blocke nöthig, wenn man die Zahl der Rollen im unbeweglichen Block auf drei gesetzt hat; das Gewicht Q wird dann nur von 5 Seilen getragen und es sind $\frac{60}{5} = 12$ Pfund nöthig, um am Seile Nr. 5 das Gleichgewicht mit der Last von 60 Pfund herzustellen.

In diesen Beispielen war die Kraft $P = \frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ der Last Q, und hat man nun aufmerksam auf die Art und Weise Achtung gegeben, wie diese Gleichung aus der oben angegebenen Regel hervorgeht, so wird es nicht schwierig sein, den Grund der folgenden Tabelle zu finden.

Tabelle, welche die Zahl der Rollen in den unbeweglichen und beweglichen Blöcken, und den Aufhängungspunkt des Seiles angibt, wenn die Kraft $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w.

dieselbe Axe bringen, und zugleich je zwei an zwei oder je drei an drei u. s. w. unter einander, siehe Fig. 11 Nr. 1 und 2. Diese Art von Blöcken braucht man allein für den Fall, wenn man zum Heben sehr schwerer Lasten viele Rollen für nöthig hält. Um den Parallelismus der Seile desto besser zu erhalten, kann man alsdann die Axe der zweiten Garnitur von Blöcken rechtwinkelig unter diejenige der ersten bringen, siehe Fig. 111 Nr. 3.

Die Erfahrung lehrt, daß man bei dem Gebrauche von Blöcken mit vielen Rollen keine leichten Lasten regelmäßig bewegen kann, denn während der Bewegung muß jeder Theil des Seiles regelmäßig um gleich viel kürzer werden; wenn nun ein Seil, welches schon seiner Beschaffenheit nach nicht sehr biegsam ist, nur durch einen kleinen Theil der Last gespannt wird, so drückt es nicht genugsam auf die Rollen, um zugleich mit den anderen Seilen kürzer zu werden; manche derselben werden unthätig bleiben können und sich gegen die Beugung sträuben, weil sie zu locker ohne genugsame Spannung um die Rollen hängen.

§. II.

Ueber die Widerstände der Reibung und die Steifheit der Seile und Ketten.

97) Obschon der Widerstand der Steifheit der Seile von so vielen besonderen Umständen abhängt, welche in der Art und Weise zur Verfertigung des Seiles, in der Genauigkeit der Wirkung der Rollen u. s. w. beruhen, daß die Erfahrung uns nie ein genaues Maß zur Bestimmung desselben an die Hand geben wird, so erfordert es doch die Vollständigkeit dieses Lehrbuches, daß wir den mittleren Werth dieses Widerstandes angeben, und dadurch zum wenig-

Vortheil, daß die Rollen weniger um ihre Axen wackeln und weniger Reibung verursachen; auch ist dann die Verfertigung leichter. Dieses ist jedoch nicht nöthig, sobald die Rollen fest an den Axen sitzen und auch manchmal weniger zweckmäßig, wenn die Seile sehr dick sind, weil sie alsdann zu nahe an einander liegen.

Man kann ferner die Rollen in demselben Block vereinigen, indem man sie nicht neben einander, sondern unter einander stellt (Fig. 108 und 109). Damit jedoch die Seile so viel wie möglich parallel laufen und einander in der Bewegung nicht hindern, kann man die Durchmesser der untersten Rollen nicht so groß nehmen, als diejenigen der obersten; hierdurch vermehrt man, wie sich gleich ergeben wird, ein Widerstand der Steifheit. Wenn der bewegliche Block sich nahe bei dem unbeweglichen befindet, bleiben die Seile im Flaschenzuge Fig. 108 und 109 dennoch besser parallel, als in den Flaschenzügen Fig. 104 und weiterhin.

Fig. 110 stellt eine Modification von Fig. 108 und 109 dar. Die größeren und kleineren Scheiben sind aus einem einzigen Stück gedreht und hier auf derselben Axe mit einander verbunden. Der einzige Vortheil, den dieses gewährt, besteht darin, daß der parallele Lauf der Seile besser unterhalten wird, wenn die Blöcke nahe an einander kommen, als bei Anwendung der Rollenblöcke Fig. 104 bis 107, und daß diese Blöcke weniger Raum einnehmen, als diejenigen von Fig. 108 und 109. In den meisten Fällen sollen jedoch die Blöcke mit gleich großen Rollen Fig. 104 bis 107 vor anderen den Vorzug verdienen.

Endlich kann man diese Einrichtungen mit einander combiniren und in denselben Block Rollen auf

dieselbe Axe bringen, und zugleich je zwei an zwei oder je drei an drei u. s. w. unter einander, siehe Fig. 11 Nr. 1 und 2. Diese Art von Blöcken braucht man allein für den Fall, wenn man zum Heben sehr schwerer Lasten viele Rollen für nöthig hält. Um den Parallelismus der Seile desto besser zu erhalten, kann man alsdann die Axe der zweiten Garnitur von Blöcken rechtwinkelig unter diejenige der ersten bringen, siehe Fig. 111 Nr. 3.

Die Erfahrung lehrt, daß man bei dem Gebrauche von Blöcken mit vielen Rollen keine leichten Lasten regelmäßig bewegen kann, denn während der Bewegung muß jeder Theil des Seiles regelmäßig um gleich viel kürzer werden; wenn nun ein Seil, welches schon seiner Beschaffenheit nach nicht sehr biegsam ist, nur durch einen kleinen Theil der Last gespannt wird, so drückt es nicht genugsam auf die Rollen, um zugleich mit den anderen Seilen kürzer zu werden; manche derselben werden unthätig bleiben können und sich gegen die Beugung sträuben, weil sie zu locker ohne genugsame Spannung um die Rollen hängen.

§. II.

Ueber die Widerstände der Reibung und die Steifheit der Seile und Ketten.

97) Obschon der Widerstand der Steifheit der Seile von so vielen besonderen Umständen abhängt, welche in der Art und Weise zur Verfertigung des Seiles, in der Genauigkeit der Wirkung der Rollen u. s. w. beruhen, daß die Erfahrung uns nie ein genaues Maß zur Bestimmung desselben an die Hand geben wird, so erfordert es doch die Vollständigkeit dieses Lehrbuches, daß wir den mittleren Werth dieses Widerstandes angeben, und dadurch zum wenig-

Gewicht von z. B. 5000 niederländischen ℔ gespannt wird, am anderen Ende nur eine Gegenspannung von Q = 0,00023 × 5000 = 1,15 ℔ erforderlich ist, um der Spannung von 5000 ℔ das Gleichgewicht zu halten: so stark ist nämlich die Klemmung des Seiles. Die Erfahrung lehrt dieses auch beim Gebrauche der Winden und Schiffswinden, wo nämlich ein Mann, welcher das eine Ende eines Seiles beständig nachläßt und dabei ein wenig gespannt hält, das Niedergleiten einer Last von 3000 niederländischen Pfunden und mehr verhindert, obschon das Seil nur drei- oder viermal um die Rolle geschlagen ist.

Ketten mit kurzen Gelenken verursachen auch, wenn sie um eine Rolle gespannt sind, eine beträchtliche Klemmung, die jedoch geringer sein wird, als es bei Seilen der Fall ist. Im Allgemeinen läßt sich über die Quantität der Klemmung der Ketten nichts Bestimmtes angeben.

98) Bei der Bewegung eines gespannten Strikkes über eine Rolle kommt die Klemmung, wovon so eben gehandelt worden ist, nicht in Betrachtung, weil das Seil um die Rolle herum keine Friction erfährt, sondern durch die Umdrehung derselben abgewunden wird. Wird also die Rolle umgedreht, so wird der eine Theil des Seiles abgewunden, und der andere zugleich aufgewunden; derjenige Theil, welcher abgewunden wird, leistet keinen Widerstand, wohl aber derjenige, welcher aufgewunden wird; denn die Fäden, aus welchen dasselbe zusammengesetzt ist, sind fest in einander gedreht und erschweren die Umbeugung des Seiles mehr oder weniger. Diese Unbiegsamkeit wird Steifigkeit genannt und erzeugt also einen Widerstand, welcher bei der [illegible] eines Seiles um eine Rolle oder Scheibe [illegible]. Es ist hier nicht nöthig, die eigent-

liche Beschaffenheit dieser Steifigkeit, und die Art und Weise, wie sie theils durch Berechnung, theils durch Erfahrung bestimmt wird, zu erklären. Die folgenden Anmerkungen, Angaben und mittleren Resultate von Versuchen, sind für den Gebrauch ausreichend.

Die Steifigkeit eines Seiles nimmt zu, wenn dasselbe um eine Rolle von kleineren Durchmesser läuft, während sie umgekehrt über eine Rolle von größerem Durchmesser abnimmt. Dieses findet gerade in einem umgekehrten Verhältnisse Statt, so daß ein Seil auf einer Rolle von 2 niederländischen Palmen Durchmesser nur die Hälfte des Widerstandes der Steifigkeit darbietet, der zu überwinden ist, wenn es über eine Rolle von 1 Palme Durchmesser geschlagen ist, vorausgesetzt, daß man in beiden Fällen dasselbe Seil anwende und das spannende Gewicht nicht verändere.

Ein dickeres Seil ist weniger biegsam als ein dünneres; jedoch nimmt die Steifigkeit nicht gerade mit der Vergrößerung des Durchmessers zu, sondern vielmehr mit der Vergrößerung des Durchschnittes des Seiles; ein doppelter Durchmesser gibt dem Durchschnitt einen vierfachen Inhalt und demzufolge wird die Steifigkeit viermal größer sein und im geraden Verhältnisse des Quadrates der Dicke stehen. Dieses hat sich jedoch nur bei dikken und neuen Seilen als wahr bestätigt, indem das Verhältniß für dünne und durch den Gebrauch weich gewordene Seile ein geringeres ist.

Ein Seil, welches schwereres Gewicht trägt und stärker gespannt ist, ist schwieriger zu beugen, als wenn das spannende Gewicht kleiner ist; die Steifigkeit steht ziemlich genau im Verhältniß zum spannenden Gewicht, so daß 100 ℔ noch

Die vierte und fünfte Columne dieser Tabelle geben die Werthe der Steifheit für Seile von einer Dicke, wie in der ersten Columne, oder einen Umfang, wie in der zweiten Columne angegeben worden ist. Sobald man also das Gewicht Q der Last kennt, und den Durchmesser der Rolle, ist man im Stande, die Steifheit zu berechnen. Geht man die Zahlen der vierten und fünften Columne durch, so ergibt sich, daß die Steifheit abhängig ist von zwei Zahlen, der einen nämlich, mit welcher Q multiplicirt werden muß, und einer stabilen Zahl, welche, Q sei groß oder klein, zu diesem Produkte addirt werden muß (diese Zahl drückt den Theil aus, von welchem oben gesprochen worden ist); nach diesem Addiren muß man in die Summe mit dem Durchschnitt der Rolle, ausgedrückt in niederländischen Ellen dividiren.

Das Gewicht von 1 Elle Seil in der Stärke eines niederländischen Zolles ist = 0,096 ℔; um also das Gewicht für 1 Elle Seil von kleinerem oder größerem Durchmesser als 1 Zoll zu finden, muß man setzen:

Durchschnitt 1 Zoll : Durchschnitt d Zoll = 0,096 : x; aber die Durchschnitte sind Kreise, und die Inhalte von Kreisen verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer Durchmesser; nennt man deßhalb den Durchmesser eines Seiles d, so hat man

$$1^2 : d^2 = 0{,}096 : x;$$

und x = dem Gewicht 1 Elle Seil $= 0{,}096 \times d^2$.

Sind die Seile über zwei oder drei niederländische Zoll dick, so sind sie verhältnißmäßig leichter, als dünnere Seile, weil dicke Seile nicht so fest zusammen gedreht werden können, als dünne Seile; alsdann setze man

$$x = 0{,}06 \times d^2.$$

Durch diese zwei Formeln sind die Zahlen der dritten Columne berechnet, jedoch müssen auch diese Zahlen nur als mittlere Durchschnitte des Gewichtes betrachtet werden.

Seile, die man theert, um sie gegen den Einfluß der Feuchtigkeit u. s. w. zu schützen, leisten wegen ihrer Steifheit einen größeren Widerstand, als ungetheerte Seile. Die Steifheit der letzteren steht immer einigermaßen im Verhältnisse zur Dicke, doch hat man ausgemittelt, daß man bei getheerten Seilen besser thut, die Steifheit der Zahl der Stränge, aus denen sie zusammengesetzt sind, proportional zu setzen. Es folgen hier einige dergleichen Angaben:

Zahl der Stränge des getheerten Seiles.	Durchmesser.	Werthe der Steifheit.
6	0,0096	$(0{,}2121 + 0{,}0026 \times Q) : D$
15	0,0168	$(0{,}1059 + 0{,}0061 \times Q) : D$
30	0,0236	$(0{,}3496 + 0{,}0125 \times Q) : D$

Besteht also ein getheertes Seil z. B. aus 19 Strängen, so kann man sagen (weil 19 der 15 am nächsten kommt) wie sich 15 zu 19 verhält, so verhält sich die Steifheit des Seiles von 15 Strängen zu derjenigen des Seiles von 19 Strängen u. s. w.

Bei Versuchen, welche über die Steifheit der Seile angestellt worden sind, hat man folgende Eigenthümlichkeiten beobachtet:

Getheerte Seile verlieren durch den Gebrauch sehr wenig an Steifheit, und werden sie einer großen Kälte ausgesetzt, so nehmen sie an Steifheit zu.

Ungetheerte Seile nehmen an Steifheit sehr beträchtlich zu, sobald sie ganz naß sind.

Ungetheerte Seile, die schon gebraucht sind, und also geringere Steifheit besitzen als zur Zeit, wo sie neu waren, nehmen wieder an Steifheit zu, wenn sie einige Zeit außer Gebrauch geblieben sind.

Die Steifheit, welche man während der Bewegung eines gespannten Seiles über eine Rolle zu überwinden hat, ist dann größer, wenn man die Last aus der Ruhe in Bewegung bringt; von diesem Mehrbetrage braucht man jedoch in der Praxis nichts in Ansatz zu bringen, besonders weil die Bewegung der Seile vom Tauwerk eines Schiffes selten sehr schnell ist. Es kann indessen die Steifheit während der Bewegung in Folge der Schwankungen der Last sehr zunehmen, wodurch die Seile abwechselnd an die Rollen angedrückt und von denselben entfernt werden; aber diese Zunahme des Widerstandes ist keiner Bestimmung fähig.

99) Beim Gebrauche großer eiserner Rollen wendet man auch mit großem Nutzen statt der Seile eiserne Ketten an. Diese Ketten leisten ebenfalls durch Steifheit Widerstand, und diese Steifheit beruht bei ihnen in der Schwierigkeit, mit welcher sich die Kettengelenke in Gemäßheit der Rundung der Rolle um einander drehen. Es liegt also eine Art von Reibung der Enden der Kettenglieder über einander vor, die überwunden werden muß. Von dieser Reibung, vom spannenden Gewicht und von dem Radius der Scheibe hängt diese Art der Steifheit ganz allein ab; sie wird größer für ein größeres Gewicht und kleiner bei einer größeren Rolle, so daß sie sich verhält wie das spannende Gewicht und umgekehrt wie der Radius der Rolle. Die Quantität der Reibung, welche durch das Drehen der Kettenglieder um einander erzeugt wird, muß für jede Kette von einer besonderen Gestalt besonders durch die Erfahrung bestimmt werden. Die Rei-

bung besteht sowohl auf derjenigen Seite, wo die Kette aufgewunden wird, als auch auf der anderen Seite der Rolle, wo das Abwinden Statt findet, so daß das Doppelte des Widerstandes der Steifheit überwunden werden muß. Setzt man nun das Verhältniß der Reibung zum Druck F, so wird der Widerstand der Steifheit ziemlich nahe gleich sein

$$\frac{2FQ}{R};$$

es ist nämlich das spannende Gewicht mit Q der Radius der Rolle in Ellen mit R bezeichnet. Wenn man nun eine Kette von einer gewissen Form über eine Rolle von 0,1 Ellen Radius hängt, dieselbe mit 40 ℔ belastet und findet, daß außer dem Ueberwinden der Reibung der Rolle um ihre Axe ein Gewicht von 42,5 nöthig ist auf der anderen Seite, um die Last in Bewegung zu bringen, dann sind, um die Reibung der Steifheit der Kette zu überwinden, 2,5 ℔ erforderlich, deßhalb muß

$$2{,}5 = \frac{2FQ}{0{,}1}$$

sein, d. i. $2{,}5 = \frac{2 \times F \times 40}{0{,}1} = 800 \times F$, und

$F = \frac{2{,}5}{800} = 0{,}003$, so daß für diese Kette die Steifheit ausgedrückt werden muß durch

$$\frac{2 \times 0{,}003 \times Q}{R} = \frac{0{,}005 \times Q}{R};$$

durch welche Formel man die Steifheit für jedes andere Gewicht und für jede andere Rolle berechnen kann.

Die Steifheit der Ketten ist im Allgemeinen viel geringer, als diejenige der Seile; sie hängt besonders von der Form der Kettengelenke ab, und

von dem Zustande, in welchem sie sich befinden; nämlich ob sie neu oder bereits glatt gerieben sind; Scharnierketten, Ketten mit viereckigen Gelenken und mit gedrehten Gelenken Fig. 112 sind für den hier angedeuteten Zweck am tauglichsten und leisten weniger Widerstand durch ihre Steifheit, als andere Arten.

§. III.

Bestimmung der Größe der Kraft, welche erforderlich ist, um die Last und die Widerstände der Reibung und Steifheit im Gleichgewichte zu erhalten.

100) Zur Erläuterung des Vorhergehenden dient folgendes Beispiel:

Mit einem Flaschenzuge von 4 Rollen im unbeweglichen und 4 Rollen im beweglichen Block, muß eine Last von 500 niederländischen Pfunden, wozu auch die Schwere des beweglichen Blockes u. s. w. zu rechnen ist, gehoben werden. Die Rollen haben einen Durchmesser von 0,15, das Seil ist zwei Zoll dick, die Axe der Rollen hat 0,02 Durchmesser; es fragt sich nun, wie groß die Kraft sein müsse, um die Last und die Statt findenden Widerstände damit im Gleichgewicht zu erhalten?

Damit die Art der Berechnung so vollständig wie möglich begriffen werde, sind in Fig. 113 zwei Blöcke mit 4 Rollen dargestellt, die neben einander stehen, jedoch nicht einerlei Axe haben; denn obschon dieses in den Flaschenzügen Fig. 104 u. s. w. der Fall nicht ist, so ist doch die Wirkung des Flaschenzuges Fig. 113 derjenigen der gewöhnlichen Flaschenzüge vollkommen ähnlich. Die Figur eines Flaschenzuges würde in einem zu großen Maßstabe

dargestellt werden müssen, um alle Theile des Seiles gehörig unterscheiden zu können.

Die Steifheit eines Seiles, welches zwei Zoll Durchmesser hat, und wie wir annehmen wollen, schon gebraucht ist (siehe die Tabelle in Art. 98) ist

$$= \frac{0{,}1112 + 0{,}0094 \times Q}{D}.$$

Es tragen hier 8 Seile, deßhalb beträgt die Spannung jedes Seiles $\frac{500}{8} = 62{,}5$ ℔.

Das Seil Nr. 1 besitzt deßhalb eine Spannung von 62,5; dieses gibt auf eine Rolle von 0,15 eine Spannung von

$$\frac{0{,}1112 + 0{,}0094 \times 62{,}5}{0{,}15} = \frac{0{,}6987}{0{,}15} = 4{,}66 \text{ ℔}.$$

Um also die Steifheit zu überwinden, muß am Seile Nr. 2 eine Kraft von 62,5 + 4,66 = 67,16 wirken. Aber die Reibung der Rolle auf ihrer Axe ist noch zu überwinden: es betrage die Quantität dieser Reibung x ℔, so wird die Axe gedrückt durch die Spannungen 62,5 und 67,16 der Seile 1 und 2, und von dem Gewicht x, was zusammen einen Druck von 62,5 + 67,16 + x = 129,66 + x ℔ gibt. Angenommen, die Rolle sei von Pockholz und drehe sich um eine Axe aus sogenanntem Pferdefleischholz, so muß man den Werth der drehenden Reibung dieser Holzarten kennen; dieser ist nun durch Versuche nicht bekannt; man nehme deßhalb aus Tabelle Nr. III Art. 61 die Reibung einer Axe aus Steineiche in einer Pfanne von Pockholz. Diese Reibung ist = 0,04 des Druckes; deßhalb besteht eine Reibung der Rolle auf der Axe von 123,66 × 0,04 + x × 0,04 = 5,186 + 0,04 × x. Die Quantität des Widerstandes dieser Reibung, multiplicirt mit dem Hebelarm, d. i. mit dem Ra-

dius der Axe = 0,01 gibt für das Moment der Reibung

$$0{,}0518 + 0{,}0004 \times x;$$

da nun die Kraft x, um die Reibung zu überwinden, an einem Hebelarm von 0,075 wirkt, so muß sie ein Moment haben von 0,075 × x, welches denjenigen der Reibung gleich sein muß, weßhalb auch

$$0{,}075 \times x = 0{,}0518 + 0{,}0004 \times x \text{ ist;}$$

zieht man davon ab $0{,}0004 \times x = 0{,}0004 \times x$, so

$$\text{bleibt } 0{,}0746 \times x = 0{,}0518,$$

$$\text{deßhalb } x = \frac{0{,}0518}{0{,}0746} = 0{,}7;$$

da diese Reibung ohne denjenigen Theil, welcher durch den Druck des Gewichtes x entsteht, in Anschlag zu bringen, ziemlich approximativ ausgemittelt wird, so kann man, da es bei dieser Art von Berechnung doch nicht auf ein niederländisches Loth ankommt, den erwähnten Theil ohne Gefahr aus der Berechnung weglassen *); addirt man dieses Gewicht nun zu dem vorhergehenden, so wird das Gewicht, mit welchem das Seil Nr. 2 zu spannen ist, um der Spannung des Seiles Nr. 1, der Steif-

*) Es wird hier vorausgesetzt, daß sich die Rolle um die Axe dreht, und man muß also den Radius der Oeffnung in der Rolle und nicht den Radius der Axe zum Hebelarme der Reibung nehmen; jedoch kann man den ersten Radius alsdann nicht sehr scharf bestimmen; auch muß man zum Hebelarme der Kraft den Radius der Rolle + der halben Dicke des Seiles nehmen; es muß auch noch außer dem Gewicht, welches auf die Axen des unbeweglichen Blockes drückt, die Schwere der Rollen genommen werden. Diese Kleinigkeiten kann man jedoch ohne Gefahr vernachlässigen, indem sie erstens einander ziemlich aufheben, und zweitens, was die Berechnungen hinsichtlich der Steifheit u. s. w. anlangt, dieselben doch nur immer Schätzungen bleiben.

heit und Reibung das Gleichgewicht zu halten, = 67,76 ℔.

Um das Seil Nr. 2 über die Rolle e zu ziehen, muß am Seil Nr. 3 eine Kraft wirken, welche im Stande ist, die Reibung und Steifheit von Nr. 2 zu überwinden, welches nun durch eine Kraft gespannt wird = 67,76 ℔; folglich muß die Steifheit sein

$$\frac{0{,}1112 + 0{,}0094 \times 67{,}76}{0{,}15} = 5 \text{ ℔};$$ es muß folglich an dem Theile Nr. 3 eine Spannung sein von 67,76 + 5 = 72,76 ℔; die Axe der Rolle e wird also gedrückt durch ein Gewicht von 72,76 + 67,76 = 140,52 ℔. Dieses mit dem Radius 0,01 der Oeffnung der Rolle multiplicirt, und dann durch den Radius der Rolle selbst (= 0,075) dividirt, erhält man für die Reibung

$$x = \frac{5{,}6208 \times 0{,}01}{0{,}075} = 0{,}75;$$ deßhalb wird das Vermögen, welches erforderlich ist, um an dem Theile Nr. 3 der Last und den Widerständen das Gleichgewicht zu halten = 73,51 ℔. Alles Uebrige der Berechnung wird nun auf dieselbe Weise bestimmt, und man wird bei diesem Verfahren finden, daß die Kraft, welche an dem Theile Nr. 4 wirken muß, um das Seil Nr. 3 bei seiner Spannung von 73,51 ℔ auf der Rolle b im Gleichgewicht zu erhalten, wenn man zugleich auch die Steifheit und die Reibung in Rechnung bringt, gleich sein müsse einem Gewicht von . . . . 79,65 ℔.

Diese Kraft wird für den Theil Nr. 5	=	86,26 —
Für den Theil Nr. 6 6	=	93,26 —
Für den Theil Nr. 7 7	=	100,84 —
Für den Theil Nr. 8 8	=	108,84 —
Für den Theil Nr. 9 9	=	117,6 —

Die Kraft, welche deßhalb an einem Flaschenzuge von 4 Rollen eine Last von 500 ℔ sammt den Widerständen der Steifheit und Reibung im Gleichgewicht erhalten kann, muß einen Druck ausüben von 117,5 ℔. Ohne Steifheit und Reibung würden $\frac{500}{8}$ = 62,5 ℔ hierzu ausreichend sein; folglich kostet das Ueberwinden der passiven Widerstände allein 55 ℔, und sehr leicht kann dieses in der Praxis, wo immer Umstände eintreten, die nicht in Berechnung gebracht werden können, bis an 62,5 ℔ betragen, und also dem zu hebenden Theile der Last gleich sein, so daß man statt des achten Theiles den vierten Theil der ganzen Last während der Bewegung im Gleichgewichte halten muß. Hieraus geht also hervor, daß der Widerstand der Steifheit sehr beträchtlich ist, und in einer Berechnung durchaus nicht unberücksichtigt gelassen werden darf; daß ferner dieser Widerstand mit der Zahl der Rollen stark zunimmt; denn wenn die Last von 500 ℔ über eine einzige Rolle gehoben werden soll, so beträgt der Widerstand der Reibung und Steifheit nur 38 bis 40 ℔, während er bei Anwendung von 8 Rollen 55 ℔ beträgt; auch sind diese Widerstände bei Anwendung mehrerer Rollen verhältnißmäßig größer, nämlich wenn der Widerstand der Steifheit ꝛc. für eine einzige Rolle z. B. 5,36 ℔ beträgt, so wird er für 8 Rollen, die in demselben Flaschenzuge thätig sind, größer als 5,36 × 8 oder 42,88 sein, wie aus dem gegebenen Beispiel hervorgeht. Obschon man nun bei Anwendung mehrerer Rollen ein kleineres Gewicht braucht, um die Last im Gleichgewichte zu erhalten, so wachsen dagegen die Widerstände, welche überwunden werden müssen, und von denen man keinen Nutzen zieht, ebenfalls stark mit der Vermehrung der Rollen,

weßhalb es sich ereignen kann, daß die Hinzufügung einer Rolle sehr wenige oder gar keine Verminderung der Kraft zum Resultate gibt, besonders wenn die Last nicht bedeutend schwer ist.

Wenn es sich zutrüge, daß die Richtungen der Seile nicht parallel liefen, wie es Fig. 100 der Fall ist, so müßte man die Steifigkeiten aus der berechneten oder gemessenen Quantität der Spannungen GE oder EF entnehmen, während die Spannung DE, die aus den Spannungen GE und EF zusammengesetzt ist, benutzt werden müßte, um daraus die Quantität der Reibung zu bestimmen. Dieser Fall kommt jedoch so wenig vor, daß eine Entwickelung desselben ganz nutzlos sein würde.

Die Reibung der Rollen auf ihren Axen, oder die Reibung der Rollen in den Zapfenlagern der Büchsen ist, obschon sie nicht unberücksichtigt gelassen werden darf, jedoch wenig im Vergleiche zur Steifheit der Seile. Um dieselbe noch mehr zu vermindern, kann man die Zapfen auf Frictionsrollen laufen lassen, sobald man nämlich der Axe keine geringere Dicke geben kann. Aber um die Steifheit zu vermindern, gibt es kein anderes Mittel, als die Rollen zu vergrößern, welches manchmal auch nicht gut möglich ist.

§. IV.

Ueber die Bewegung von Lasten durch Rollen oder Flaschenzüge.

101) Da viele der Sätze, welche bei der Bewegung des Hebels aufgestellt wurden, allgemein sind, so würde es überflüssig sein, über die Bewegung von Lasten mittelst Rollen eben so ausführlich zu handeln, als in Bezug auf die Bewegung des Hebels geschehen ist. Wer deßhalb dasjenige, was

in Art. 77 u. ff. gesagt worden ist, nochmals durchlesen will, wird sich von folgenden Wahrheiten leicht überzeugen:

a) Um eine Last mittelst Rollen zu bewegen, bedarf es einer größeren Kraft, als mittelst desselben Werkzeuges einer Last nebst den Widerständen der Steifheit u. s. w. das Gleichgewicht zu halten. Der eine Theil der bewegenden Kraft wird angewendet, um die Last nebst den erwähnten Widerständen stets im Gleichgewichte zu erhalten, und der andere Theil, um die Schnelligkeit der Bewegung zu unterhalten.

b) Die meiste Kraft ist erforderlich, um die Last in Bewegung zu bringen, weil alsdann die Trägheit aller anwesenden Theile, die bewegt werden sollen, der Bewegung Widerstand entgegensetzt; befindet sich jedoch die Last in Bewegung, und schreitet sie gleichförmig fort, so besitzt auch der Punkt, auf welchen die Kraft wirkt, eine gleichförmige Bewegung, und die Trägheit leistet alsdann keinen Widerstand. Wird jedoch eine Last mittelst Rollen von einem Arbeiter gehoben, so daß er jedesmal einen anderen Theil des Seiles fassen muß, wie solches auf Schiffen der Fall ist, so muß er auch eben so wie bei dem Hebel jedesmal die Trägheit überwinden; er äußert dann auch seine Wirksamkeit nur während der Hälfte der Zeit, in welcher er beschäftigt ist. Auf Schiffen ist dieses nicht gut anders möglich, aber wenn auf dem Lande schwere Lasten beträchtlich hoch gehoben werden sollen, so bedient man sich dazu, theils, um keine Zeit zu verlieren, theils um mit der kleinsten Anstrengung das Meiste auszurichten, selten der Rollen oder der Flaschenzüge allein, sondern verbindet sie meistentheils mit Winden oder Schiffswinden, wie sich aus dem folgenden Kapitel ergeben wird, um eine anhaltende und regelmäßige Bewegung zu erlangen.

c) Die Kraft eines Mannes, welcher täglich Lasten mittelst Rollen zu heben hat, ist nicht viel größer oder kleiner, als wenn er seine Kraft auf einen Hebel ausübt: er ist deßhalb im Stande 14 ℔ Druck mit 0,4 Ellen Schnelligkeit auszuüben; hierdurch ist man im Stande, die Anzahl Arbeiter zu bestimmen, welche nöthig ist, um eine gewisse Last zu heben, sobald man die Zahl der Rollen u. s. w. festgesetzt hat. Um also zu erfahren, wie viel Arbeiter man nöthig hat, um 500 ℔ mit einem Block von 4 Rollen zu heben, angenommen, daß das Seil, an welchem sie ziehen 0,4 Ellen Schnelligkeit haben soll, muß man erst bestimmen, wie viel Druck nöthig ist, um die Last und die Widerstände im Gleichgewicht zu erhalten. Dieser Druck soll nachdem im §. III. gegebenen Beispiel 117 ℔ betragen; man nehme 120 ℔ an, und diese dividirt durch 14 gibt beinahe 9. Neun Arbeiter werden also den gefundenen Druck 120 ℔ im Gleichgewicht erhalten und das Seil, an welchem sie ziehen, mit 0,4 Ellen Schnelligkeit bewegen können.

d) Diese Schnelligkeiten von 0,4 ist keineswegs diejenige der Last; denn, wenn man die verschiedenen Fälle, wo mit 1, 2, 3, 4 u. s. w. beweglichen Blocken gewirkt wird, aufmerksam durchgeht, so wird man leicht begreifen, daß der allgemeine, in der Mechanik gültige Grundsatz „was man an Kraft gewinnt, verliert man an Zeit oder an Schnelligkeit," auch auf die Bewegung der Lasten mittelst Rollen anwendbar sei. Ein Block mit 4 beweglichen Rollen wird ohne die Reibung und Steifheit in Rechnung zu bringen, den Effect der Kraft, was die Unterhaltung des Gleichgewichtes anlangt, auf den achten Theil der Last bringen; aber in der Bewegung wird die Last auch achtmal langsamer als das Seil oder die Kette

bewegt werden, an welcher die Kraft wirkt. Wird dieses Seil um 8 Ellen verkürzt, so wird die Last nur um 1 Elle steigen; und hat das erwähnte Seil 0,4 Schnelligkeit in der Secunde, so wird die Last in 1 Secunde nur den achten Theil von 0,4 d. i. 0,05 Ellen oder 5 Zoll steigen. Hieraus kann man alsdann berechnen, wie viel Zeit erfordert wird, um die Last bis zu einer bestimmten Höhe zu heben. Es ist nun auch nicht schwierig, einzusehen, daß es sowohl für das Gleichgewicht, als für die Bewegung allgemein wahr ist, daß die Kraft multiplicirt mit dem durchlaufenen Weg gleich ist der Last, multiplicirt mit dem Weg, welchen letztere in dieser Zeit zurückgelegt hat, wobei man für die Last alle Widerstände, die hier Statt finden, in Rechnung gestellt hat. In dem angeführten Falle z. B. muß die Kraft einen Druck von 55 ℔, blos um die Widerstände der Steifheit u. s. w. zu überwinden, ausüben, und hiermit würde dieselbe bei Anwendung eines Blockes von 4 Rollen eine Last von 8 × 55 = 440 ℔ im Gleichgewicht erhalten können; die Widerstände thun hier also dasselbe, wie eine Last von 440 ℔. Addirt man diese 440 ℔ zur wirklichen Last von 500 ℔, so wird die Herstellung des Gleichgewichtes bei 500 nebst Berücksichtigung der Steifheit u. s. w. eben so viel sein als die Erhaltung des Gleichgewichts bei einer Last von 940 ℔, wobei keine Reibung, Steifheit u. s. w. Statt findet. Diese multiplicirt mit dem Wege, welcher z. B. in 1 Secunde zurückgelegt wird, d. i. mit 0,05 gibt zum Produkt 47, was auch erlangt wird, wenn man die 117,5 ℔ Druck, welchen die Kraft ausüben muß, mit dem in 1 Secunde durchlaufenen Weg von 0,4 multiplicirt.

Diese Wahrheit, welche beim Hebel schon angeführt worden ist, kann man bei allen Werkzeugen bestätigt finden; sie ist in der Praxis von der größten Wichtigkeit, sowohl wegen des Grundsatzes (daß Gewinn an Kraft eben so viel Verlust an Zeit mit sich bringt), welcher aus derselben hervorgeht, als auch, weil man durch dieselbe die Kraftäußerung jedes Werkzeuges erforschen und untersuchen kann, wie groß eins dieser 4 Dinge: **Kraft, zurückgelegten Weg der Kraft, Last und zurückgelegter Weg der Last** sein müsse, wenn drei derselben durch Wahrnehmung, Messung und Wägung bekannt geworden sind. Dadurch kann man dann finden, was durch keine Berechnung im voraus zu bestimmen ist, oder es kann auf diese Weise durch Rechnung ergänzt werden, was schwierig zu beobachten ist.

e) Wenn die Seile eines Flaschenzuges parallel genommen sind, und während der Bewegung so viel wie möglich parallel bleiben, wird die Kraft während der ganzen Bewegung denselben Widerstand zu überwinden haben; dieses ist keineswegs der Fall bei schrägen Richtungen der Seile Fig. 100, und wo letztere während des Hebens der Last stets schräger werden, auch, wie oben zur Genüge dargethan worden, fortwährend mehr Spannung erlangen. Deßhalb ist dieser schräge Zug niemals vortheilhaft, es sei denn, daß die Umstände denselben anzuwenden gebieten. Wenn z. B. eine Last L Fig. 114 in der vertikalen Richtung LE gehoben werden muß, und es nicht möglich oder zu schwierig ist, über derselben einen festen Unterstützungspunkt anzubringen, an welchen die unbeweglichen Blocke aufgehangen werden könnten, so hat man häufig Gelegenheit, seitwärts oder um die Last herum zwei oder mehrere feste Punkte A, B u. s. w. zu

wählen oder anzubringen, um Blöcke daran aufzuhängen, welche durch andere Blöcke a, b u. s. w. mit der Last verbunden werden können. Wird dann in den Richtungen BC, AC oder lieber in den schrägen Richtungen Bd, Ac mittelst der Hand oder durch Winden mit gleichen Kräften gezogen, so muß die Last vertikal emporsteigen, doch dieses wird immer mühsamer werden, je höher die Last bereits gestiegen ist.

Muß die Last in der schrägen Richtung LF gehoben werden, so kann dieses mit derselben Vorrichtung geschehen, wenn man nur Bd mit einer verhältnißmäßig größeren Kraft als Ac zieht.

§. V.

Ueber den Gebrauch der Rollen.

102) Der Gebrauch der Rolle, sowohl an sich selbst, als in Verbindung mit der Winde, ist sehr mannichfaltig. Die Anwendungen dieses Werkzeuges auf Schiffen und bei dem Fortschaffen von Lasten, bei der Zusammensetzung großer Maschinenwerke u. s. w. sind allzugut bekannt, als daß wir derselben noch besonders zu gedenken brauchten. Manchmal verbindet man die Rollen mit dem Hebel, woraus eine sehr einfache Art von Krahnen entsteht, die jedoch nur zum Heben mittelmäßiger Lasten tauglich sind. Doch allermeistens findet man die Rollen verbunden mit der Winde oder der Schiffswinde, worüber im folgenden Kapitel gehandelt werden soll. Der Zweck dieser Zusammensetzung besteht dann noch immer darin, schwere Lasten zu heben. Sind diese Verbindungen bestimmt, nicht für eine kurze Zeit, sondern anhaltend benutzt zu [illegible]den, es sei an demselben oder an verschiedenen [illegible] daraus zwei sehr bekannte Arten

Diese Wahrheit, welche beim Hebel schon angeführt worden ist, kann man bei allen Werkzeugen bestätigt finden; sie ist in der Praxis von der größten Wichtigkeit, sowohl wegen des Grundsatzes (daß Gewinn an Kraft eben so viel Verlust an Zeit mit sich bringt), welcher aus derselben hervorgeht, als auch, weil man durch dieselbe die Kraftäußerung jedes Werkzeuges erforschen und untersuchen kann, wie groß eins dieser 4 Dinge: Kraft, zurückgelegten Weg der Kraft, Last und zurückgelegter Weg der Last sein müsse, wenn drei derselben durch Wahrnehmung, Messung und Wägung bekannt geworden sind. Dadurch kann man dann finden, was durch keine Berechnung im voraus zu bestimmen ist, oder es kann auf diese Weise durch Rechnung ergänzt werden, was schwierig zu beobachten ist.

e) Wenn die Seile eines Flaschenzuges parallel genommen sind, und während der Bewegung so viel wie möglich parallel bleiben, wird die Kraft während der ganzen Bewegung denselben Widerstand zu überwinden haben; dieses ist keinesweges der Fall bei schrägen Richtungen der Seile Fig. 100, und wo letztere während des Hebens der Last stets schräger werden, auch, wie oben zur Genüge dargethan worden, fortwährend mehr Spannung erlangen. Deßhalb ist dieser schräge Zug niemals vortheilhaft, es sei denn, daß die Umstände denselben anzuwenden gebieten. Wenn z. B. eine Last L Fig. 114 in der vertikalen Richtung LE gehoben werden muß, und es nicht möglich oder zu schwierig ist, über derselben einen festen Unterstützungspunkt anzubringen, an welchen die unbeweglichen Blocke aufgehangen werden könnten, so hat man häufig Gelegenheit, seitwärts oder um die Last herum zwei oder mehrere feste Punkte A, B u. s. w. zu

auf sonst eine Weise in Umdrehung gesetzt wird, und eine Last emporwindet, die mit dem Seil LD, welches um dieselbe geschlagen ist, in Verbindung steht. Die Wirkung vieler Theile von Werkzeugen ist derjenigen einer Winde ganz ähnlich; die Winde kommt dann gleichwohl nicht in Gestalt der eigentlichen Winde vor; dennoch ist diese Form am zweckmäßigsten, um einzusehen, auf welche Weise das Gleichgewicht zwischen Kraft und Last bei der Winde besteht. Dieses wird nun auf eine sehr einfache Weise erreicht; denn, wenn die Kraft rechtwinklig auf das äußerste Ende C einer Griffstange wirkt, so wird sie die Winde um so bequemer in Umdrehung versetzen, je länger die Griffstange BC ist. BC ist also der eigentliche Hebelarm der Kraft und das Moment desselben = BC multiplicirt mit der Kraft; die Länge dieser Griffstange muß jedoch von der Mitte ausgemessen werden, oder auch, wie man zu sagen pflegt, aus dem Herzen der Welle oder des Haspelbaumes AB; denn um diese Mitte, die mathematische Axe der Welle, findet die Umdrehung Statt. Die Last muß offenbar auch ein größeres oder kleineres Vermögen zu sinken besitzen, je nachdem die Welle einen größeren oder kleineren Radius hat, weßhalb der Radius der Welle als Hebelarm der Last betrachtet werden kann. Das Moment der Last wird also gefunden, wenn man die Last mit dem Radius der Welle multiplicirt. Damit nun Gleichgewicht Statt finde, müssen die Bestrebungen, welche die Kraft und Last ausüben, um die Winde umzudrehen, völlig gleich sein; ihre Momente müssen also gleich viel betragen und es muß deßhalb die Kraft, multiplicirt mit der Länge der Griffstange, gleich sein der Last, multiplicirt mit dem Radius der Welle. Das Gleichgewicht in der Winde besteht also auf dieselbe Weise,

wie beim Hebel, wie sich auch aus der Gleichheit der Momente von Kraft und Last diese Proportion ergibt:

Kraft : Last = Radius der Winde : Länge der Griffstange.

Hieraus ergibt sich deßhalb: daß die Kraft, nämlich der Druck, den sie ausübt, eine größere Last im Gleichgewicht halten kann, je nachdem der Radius der Winde im Verhältnisse zur Länge der Griffstange kleiner ist, oder (was allgemeiner ist) je nachdem die Entfernung der Richtung der Last vom Mittelpunkte der Welle an kleiner ist, als die Entfernung der Richtung der Kraft von demselben Mittelpunkte. Man kann deßhalb auch setzen: die Kraft verhält sich zur Last, wie sich verhält die Entfernung der Last vom Mittelpunkte der Axe zur Entfernung der Kraft von demselben Mittelpunkte.

Wirkt die Last an einem um die Winde geschlagenen Seile, so muß man den Radius der Welle und den Radius des Seiles zum Hebelarme der Last nehmen, und zur Last auch die Schwere des Seiles rechnen.

Dieses Gesetz des Gleichgewichtes findet jederzeit Statt, wie übrigens die Winde auch eingerichtet sein möge, oder in welcher Beschaffenheit sie auch vorkomme, mögen nun die Punkte, auf welche Kraft und Last wirken, nahe oder fern von einander liegen, mag die Welle horizontal liegen, oder aufrecht stehen, oder sich in einer geneigten Stellung befinden.

§. II.

Ueber den Druck der Zapfen auf die Pfannen; über die Reibung u. s. w.

104) Der Widerstand, den die an einer Winde wirkende Kraft, außer demjenigen der Last, zu überwinden hat, besteht hauptsächlich in der Reibung der Zapfen an den Wänden der Zapfenlager, in denen sie sich drehen oder laufen. Wird die Last mittelst eines Seiles aufgewunden, so kommt hier die Steifheit des Seiles noch außerdem in Anschlag. Die Reibung nimmt man ab aus dem Druck, welchen die Pfannen aushalten müssen. Durch eine besondere Stellung der Punkte, auf welche Kraft und Last wirken, kann der Druck und dadurch auch die Reibung sehr vermindert werden (wie sich aus §. IV. und in der Folge ergeben wird), wie aber auch diese Stellung eingerichtet werden möge, so wird doch immer der Druck im Allgemeinen auf diese Weise bestimmt.

Vorausgesetzt, daß die Richtungen der Kraft und der Last EQ und DP Fig. 116, wenn auch nicht parallel und vertikal, niederwärts strebend, doch lothrecht zur Richtung der Winde stehen *), so haben die Pfannen der Zapfen A und B drei besondere Drucke zu leiden: 1) werden sie durch die Schwere der Winde u. s. w. gedrückt, 2) durch das Gewicht der Last, 3) durch die Spannung der Kraft.

Nachdem man durch Messen, Wägen oder auf irgend eine andere Weise die Schwere der Winde sammt ihren Zapfen, Griffstangen oder Rädern rc. bestimmt hat, soll dieses Gewicht G Pfunde betragen; man bestimme alsdann die Stelle des Schwer-

*) D. h. in Ebenen liegen, welche senkrecht durch die mathematische Axe der Winde laufen.

punktes der Winde und was dazu gehört; es sei dieser Punkt in Z. Wenn nun der Punkt Z gerade in der Mitte zwischen A und B liegt, so muß jede Pfanne natürlich die Hälfte des Gewichtes G tragen; liegt jedoch Z z. B. näher bei B als bei A, so muß die Pfanne B mehr gedrückt werden, als die Pfanne A, und um die richtige Quantität dieser Drucke zu bestimmen, zerlege man den Druck des Gewichtes G in zwei andere Drucke, die sich umgekehrt verhalten, wie die Entfernungen AZ und BZ. Nach Anleitung von Beispiel 1 im Art. 81 wird dann der Druck auf B sein $= \frac{G \times AZ}{AB}$ und der Druck auf A $= \frac{G \times BZ}{AB}$.

Diese Drucke wirken senkrecht niederwärts; man drücke dieselben demnach aus durch die vertikalen Linien Aa und Bb, welche ihnen an Länge proportional sind.

Die Richtung DP der Kraft ist nicht vertikal, aber dennoch ist der Druck, den sie verursacht im Punkte D ganz derselbe, wie im Punkte C, wo die Griffstange der Wellenaxe sich befindet, sobald man nicht annimmt, die Kraft wirke in der Richtung Cp parallel laufend mit der Richtung DP. Wenn man alsdann den Druck P in zwei parallele Drucke Bf und Ae zerlegt, welche denselben Winkel aAe oder bBf mit der vertikalen Linie bilden, wie die Richtung Cp, so müssen die Größen dieser Drucke auf gleiche Weise wie oben gefunden werden, nämlich der Druck Bf auf B ist $= \frac{P \times AC}{AB}$, und der Druck Ae auf A ist $= \frac{P \times BC}{AB}$.

Wenn die Richtung der Last Q ausgedrückt werden muß durch EQ, so muß der Druck, welchen die Last auf die Mitte der Dicke der Axe verursacht, derselbe sein, als den er im Punkte E am Umfange der Winde ausübt, wie es auch mit dem Drucke der Kraft der Fall ist. Die Drucke, welche auf die Zapfenlager ausgeübt werden, müssen dieselbe Richtung haben, in welcher auch die Winde gedrückt wird; sie müssen also ausgeübt werden in der Richtung der Linien Ac und Bd, parallel laufend mit EQ und mit EQ in derselben Ebene liegend; der Druck Bd auf die Pfanne in B wird sein $= \frac{Q \times AE}{AB}$ und der Druck auf die Pfanne in A wird sein $= \frac{Q \times BE}{AB}$.

Hat man nun diese drei Drucke durch Linien dargestellt und auf dieselbe Weise mittelst eines Maßstabes genau construirt, so kann man, wenn man die Regeln von der Zusammensetzung der Kräfte anwendet, die zusammengesetzte Drucke Ah und Bk finden, die auf jeden der Unterstützungspunkte A und B ausgeübt werden. Die zusammengesetzten Drucke Ah und Bk stellen die Größe des Druckes dar, den die Schwere der Winde, die Kraft und die Last zusammen ausüben, und zugleich sind Ah und Bk die Richtungen, in welchen diese Drucke erfolgen. Sie müssen sich sowohl an Größe als Richtung gleich sein, wenn der Schwerpunkt der Axe in die Mitte von AB fällt, Kraft und Last in einer Ebene liegen und ebenfalls durch die Mitte von AB fallen. Es ist manchmal von Wichtigkeit, daß man hierauf achte, besonders, daß die Drucke auf beide Pfannen in derselben Richtung erfolgen; denn ist dieses nicht der Fall, so wird die Axe mehr oder

den Fall angewendet, daß man Zeit zu seiner Verfügung hat und den Zweck mit der geringstmöglichen Kraft erreichen, zugleich auch die Einrichtung so einfach wie möglich machen will; denn wenn man auf dieses letzte nicht zu sehr zu sehen braucht, so erlangt man durch die Anwendung von Räderwerk, welches mittelst einer Kurbel (Krummzapfen) umgedreht wird, eine regelmäßigere Wirkung und demnach auch einigen Gewinn an Zeit.

110) In sehr vielen Fällen wird die Winde auch umgedreht durch eine Kurbel A Fig. 123, die entweder an einer oder an beiden Seiten der Welle angebracht ist, Fig. 125, und zwar an den verlängerten Zapfen und ganz außerhalb der Unterstützungspunkte derselben. Die Wirkung der Kraft auf eine Kurbel verdient einige nähere Betrachtung.

Zuerst ist die Wirkung durch die anhaltende Umdrehung der Kurbel viel regelmäßiger, als beim Gebrauche von Griffstangen, wo jedesmal eine größere oder geringere Quantität der Trägheit der Theile überwunden werden muß; jedoch bei dem Gebrauche von Griffstangen wirkt die Kraft an einem längeren und in der Länge unveränderlichen Hebelarm (besonders wenn die Griffstangen kurz auf einander folgen); der Hebelarm der Kurbel (der höchstens gerechnet werden kann von dem Knie A bis zum Zapfen B) ist natürlich sehr beschränkt, da er, wenn man ihn länger als 3 bis 3½ Palmen nehmen wollte, einen zu großen Umkreis beschreiben würde, welchen man mit den Händen, mit denen man zugleich auch Druck ausübt, nicht gut verschlagen kann. Ueber dieses ist der Hebelarm der Kraft veränderlich; denn es soll ABCDEF Fig. 125 den Umfang darstellen, welchen der Arm der Kurbel beschreibt, so ist MA die Länge der Kurbel vom Knie A bis zum Zapfen M der Winde gerechnet.

Wenn die Winde benutzt wird, um eine Last aus einer Höhe herabzulassen, statt dieselbe emporzuwinden, so leistet die Steifheit keinen Widerstand und bleibt aus der Berechnung weg.

105) Wenn der Stand der Winde vertikal oder schräg ist Fig. 117 und 118, so wird der Druck der Zapfen in den Zapfenlagern der Winde auf eine andere Weise ausgeübt, als wenn die Winde horizontal liegt. Es leuchtet ein, daß alsdann die Winde mit ihrer ganzen oder partiellen Schwere auf den Boden der untersten Pfanne A drückt; um nun die daraus entstehende Reibung zu vermindern, so gibt man dem untersten Zapfen dann keine cylindrische, sondern eine kegelförmige Gestalt. Wäre es nun möglich, einen ganzen Kegel hierzu anzuwenden, so daß sich die Axe auf der Spitze dieses Kegels drehen müßte, so würde die Reibung sehr gering oder beinahe Null sein. Da aber diese Bedingung in der Praxis meistentheils unausführbar ist, so wird der Zapfen A ein abgestutzter umgekehrter Kegel, und während der Umdrehung reibt deßhalb die kreisförmige Grundfläche des Zapfens auf dem Boden der Pfanne; wenigstens kann man die Sache so betrachten; denn obschon man der genannten Basis eine eiförmige Gestalt gibt (siehe A' Fig. 117), so daß sich dieselbe eher auf einem Punkt, als auf einer Fläche dreht, so muß doch die auf diese Weise entstehende Reibung noch beträchtlich sein, wenn durch Abnutzung der eiförmige Zapfen endlich zur Fläche wird.

Der Druck auf den Zapfen A Fig. 117 wird auf zweierlei Weise ausgeübt: zuerst drückt die Axe mit ihrer ganzen Schwere auf den Boden der Pfanne, und sodann üben Kraft und Last gegen die Punkte B und A horizontale Drucke Aa und Bb aus. Diese horizontalen Drucke werden auf dieselbe Weise

wirkt, kann man ihren Effect nach Belieben vermehren. Die Anwendung von Kurbeln oder Krummzapfen gewährt alsdann, was die Regelmäßigkeit der Bewegung, die anhaltende Thätigkeit und auch den kleineren Raum anlangt, den die arbeitenden Theile alsdann einnehmen, Vortheile vor der Anwendung von Griffstangen. Die Einrichtung der Winden, welche durch Räderwerk in Bewegung gesetzt werden, wollen wir im folgenden Theile betrachten.

111) Die Kräfte der Menschen und Thiere werden nie ohne Unterbrechung ausgeübt. Selten wird z. B. jemand, der eine Winde in Umdrehung setzt, jeden Augenblick der ganzen Zeit der Wirkung, denselben Druck und dieselbe Schnelligkeit mittheilen, und daraus folgt deßhalb, daß in den Augenblicken geringerer Anstrengung das Moment der Last größer werden müsse, als dasjenige der Kraft; die erstere wird also die Oberhand über letztere erlangen können, und sie wird zurücklaufen können. Diesem muß aber vorgebeugt werden, um Unglücksfälle, Fracturen oder Beschädigungen u. s. w. zu vermeiden. Im Allgemeinen kann man die Vorsorge treffen, daß die Kraft größer sei, als zum Heben der Last nöthig ist, damit nicht letztere bei einiger Abnahme des Druckes der Kraft über dieselbe das Uebergewicht erlange; doch dieses ist noch nicht genug, sondern man muß auch dergleichen mechanische Einrichtungen an der Winde anbringen, daß die Kraft ganz aufhört zu wirken, und die Last in der Höhe, in welcher sie sich befindet, hängen bleibt, ohne im Stande zu sein, die Winde nach einer entgegengesetzten Richtung drehen zu können. Für diesen Zweck gibt es nun mehr als ein Mittel. Hier genüge es indessen zu bemerken, daß man sich für diesen Zweck zwei runder eiserner Scheiben bedient,

und das andere, was die Ausübung der Kraft auf dieselben anlangt, soll näher entwickelt werden. Der Arbeiter im Tretrade kann nicht die ganze Schwere seines Körpers zur Bewegung des Rades anwenden; denn diese Schwere wirkt in der vertikalen Linie C A B Fig. 129 und hat also die senkrechte Linie D C zum Hebelarm, die nur den vierten Theil vom größtmöglichen Hebelarm D E beträgt, indem die Erfahrung gelehrt hat, daß, wenn der Arbeiter auf die Höhe A gekommen ist, so daß D C ein Viertel von E D beträgt, das Rad alsdann mit einer Schnelligkeit sich umdreht, die ihn hindert, höher emporzugelangen. Der Arbeiter am Steigrade Fig. 132 wirkt dagegen senkrecht auf das Ende des Radius A B, d. i. mit seinem vollen Gewicht und an dem längsten möglichen Hebelarm; aber im Tretrade kann der Arbeiter mit größerer Schnelligkeit vorwärts sich bewegen, als der Arbeiter am Steigrade emporzuklettern im Stande ist. Die Erfahrung hat gelehrt, daß für eine Tagesarbeit die Schnelligkeit des Tretrades am Umfange 0,5 Ellen beträgt, und diejenige des Steigrades 0,15 Ellen. Nimmt man nun die der Radien beider Räder als sich gleich und die der Winden als zehnten Theil der Räder an, so muß der Mann (da ein Mann im Durchschnitte 70 niederländische Pfund wiegt) im Tretrade an der Winde ein Gewicht von $\frac{70 \times \frac{1}{4} \text{ Radius}}{\frac{1}{10} \text{ Radius}} = 175$ ℔ im Gleichgewicht halten können, derjenige im Steigrade aber ein Gewicht von $\frac{70 \times 1 \text{ Radius}}{\frac{1}{10} \text{ Radius}} = 700$ ℔.

Die Schnelligkeit des Tretrades am Umfange desselben ist = 0,5, also am Umfange der Winde = 0,05; die Last 175 ℔ mit ihrer Schnelligkeit 0,05 multiplicirt, gibt auf 1 Secunde eine Quan-

der Wand des Hinterstevens angenagelt ist, dient als Sperrkegel.

Die Größe der Zähne und die Dicke der Sperrkegel kann man bei einiger Erfahrung sehr leicht ins richtige Verhältniß zur Last setzen, welche gehalten werden muß, ohne daß man deßhalb Berechnungen anzustellen braucht, wozu jedoch in der folgenden Abtheilung die nöthige Anleitung gegeben werden soll.

112) Winden können auch durch das Gewicht von Menschen bewegt werden, und zwar auf zweierlei Weise: 1) indem sie im Kranze eines großen, mit der Winde verbundenen Rades aufwärts zu laufen sich bemühen; 2) indem sie am äußersten Umfang eines großen Rades Fig. 130 bis 132 emporzusteigen sich bemühen. Die erste Art der Räder nennt man Treträder, Treppenräder, und die zweite Steigräder oder Sprossenräder. Man wendet dieselben an, um die Winden großer Krahne, schwerer Wasserschütze, Zugfähren ꝛc. in Umdrehung zu setzen und Maschinen Bewegung mitzutheilen, die für diesen oder jenen Zweck dienen. Hierzu kann man besonders die Steigräder (sportraderen) sehr gut gebrauchen, während die Treträder hierzu nicht zu empfehlen sind, theils wegen ihrer beträchtlichen Größe (indem sie wenigstens einen Durchmesser von 4 Ellen im Lichten haben müssen, damit ein Arbeiter ungehindert unter der Axe D Fig. 129 durchgehen könne), theils, weil sie geringeren Effect haben als die Treträder, theils auch, weil sie, wenn die Last unvermuthet zurückläuft oder eine erst gehobene Last wieder niedergeht, schreckliches Unglück verursachen können.

Es ist hier nicht möglich, die Räder ausführlich zu beschreiben oder uns über die besondere Art Zusammensetzung zu verbreiten. Nur das eine

und das andere, was die Ausübung der Kraft auf dieselben anlangt, soll näher entwickelt werden. Der Arbeiter im Tretrade kann nicht die ganze Schwere seines Körpers zur Bewegung des Rades anwenden; denn diese Schwere wirkt in der vertikalen Linie CAB Fig. 129 und hat also die senkrechte Linie DC zum Hebelarm, die nur den vierten Theil vom größtmöglichen Hebelarm DE beträgt, indem die Erfahrung gelehrt hat, daß, wenn der Arbeiter auf die Höhe A gekommen ist, so daß DC ein Viertel von ED beträgt, das Rad alsdann mit einer Schnelligkeit sich umdreht, die ihn hindert, höher emporzugelangen. Der Arbeiter am Steigrade Fig. 132 wirkt dagegen senkrecht auf das Ende des Radius AB, d. i. mit seinem vollen Gewicht und an dem längsten möglichen Hebelarm; aber im Tretrade kann der Arbeiter mit größerer Schnelligkeit vorwärts sich bewegen, als der Arbeiter am Steigrade emporzuklettern im Stande ist. Die Erfahrung hat gelehrt, daß für eine Tagesarbeit die Schnelligkeit des Tretrades am Umfange 0,5 Ellen beträgt, und diejenige des Steigrades 0,15 Ellen. Nimmt man nun die der Radien beider Räder als sich gleich und die der Winden als zehnten Theil der Räder an, so muß der Mann (da ein Mann im Durchschnitte 70 niederländische Pfund wiegt), im Tretrade an der Winde ein Gewicht von $\frac{70 \times \frac{1}{4} \text{ Radius}}{\frac{1}{10} \text{ Radius}} = 175$ ℔ im Gleichgewicht halten können, derjenige im Steigrade aber ein Gewicht von $\frac{70 \times 1 \text{ Radius}}{\frac{1}{10} \text{ Radius}} = 700$ ℔. Die Schnelligkeit des Tretrades am Umfange desselben ist $= 0{,}5$, also am Umfange der Winde $= 0{,}05$; die Last 175 ℔ mit ihrer Schnelligkeit 0,05 multiplicirt, gibt auf 1 Secunde eine Quan-

hat man wenig Kraft zu verwenden, aber braucht man dabei auf die Zeit keine Rücksicht zu nehmen, so kann man einen langen Hebelarm anwenden, während derselbe kurz sein muß, wenn man mit der nöthigen Kraft alles in der kürzesten Zeit verrichten will, oder wenn es die Arbeit mit sich bringt, daß die Schnelligkeit der Last diejenige der Kraft übertreffe.

Nach diesen Betrachtungen ist man nun auch im Stande, die Wirkung der Winde für eine bestimmte Zeit zu berechnen und eben so die Schnelligkeit der Last, wenn man diejenige der Kraft ꝛc. kennt; denn diese Bestimmungen erlangt man durch Auflösung eines der Glieder der nachstehenden Proportion: Es verhält sich die Kraft zur Last, wie sich verhält der durchlaufene Raum der Last zum durchlaufenen Raume der Kraft; kennt man hiervon drei Glieder, so ist das vierte leicht zu finden.

§. IV.

Ueber die Anwendung und den Gebrauch der Winde.

108) Die Winde wird unter verschiedenen Gestalten zu verschiedenen Zwecken gebraucht. An sich selbst kann die Winde auch auf mehr als eine Weise zum Heben von Lasten angewendet werden; verbunden mit Rollen entstehen Werkzeuge, welche für diesen Zweck ganz besonders brauchbar sind. Um mittelst der Kräfte von Menschen und Thieren besondere Werkzeuge in Bewegung zu setzen, läßt man sie ihre Kraft an Winden anwenden, deren Bewegung dem erwähnten Werkzeuge mitgetheilt wird. Die Wirkung von Zahnrädern und von allen denjenigen Theilen, die zur Zusammensetzung eines Werkzeuges gehören und eine kreisförmige Bewe-

gung empfangen oder mittheilen, sind der Wirkung der Winde vollkommen gleich. Im zweiten Theile dieses Werkes sollen die Formen, unter denen die Winde in Maschinen vorkommt, näher angedeutet werden; was hier also folgt, hat hauptsächlich Bezug auf die Anwendung der Winde zur Bewegung und zum Heben schwerer Lasten durch Menschenkräfte, für welchen Zweck wir die Winde erst an und für sich, dann in derjenigen Gestaltung, wo sie mit Rollen verbunden ist, betrachten wollen.

Die Wirkung der Winde an und für sich verdient besonders berücksichtigt zu werden, je nachdem sie horizontal ist und den eigentlichen Namen der Winde (Rad an der Welle) führt oder wenn sie einen vertikalen Stand hat und Schiffswinde (Kabestan) genannt wird. In beiden Fällen hat man Rücksicht zu nehmen 1) auf die Art und Weise, wie die Winde bewegt wird, 2) auf das, was sich bei der Bewegung der Last ereignet, indem die Form der Winde davon abhängig ist. Von den besonderen Einrichtungen und Dimensionen der Winde soll nach der Hand gesprochen werden.

109) Die Theile der Winde, auf welche die Kraft ihr Vermögen ausübt und bis auf die Last fortpflanzt, sind hinsichtlich der Form verschieden, je nachdem die menschliche Kraft auf diese oder jene Weise angewendet werden soll, und je nachdem die Muskelkraft, oder das Gewicht des menschlichen Körpers allein die Bewegung bewirken soll.

Um die Winde zu bewegen durch den Druck und die Bewegung der Hände und durch den oberen Theil des Körpers, bedarf man, um die Kraft auszuüben, Griffstangen (Arme) oder Krummzapfen.

Der Gebrauch solcher Griffstangen oder Speichen, *welche* fest mit der Winde verbunden sind, oder

emporgehoben werden muß, so wird die Richtung AB des Seiles in Bezug auf die Winde immer schräger und erfordert ebenfalls eine Vermehrung der Kraft. Dasselbe findet Statt, wenn die Last sich nur in einer bestimmten Richtung bewegen kann, alsdann verändert das Seil auch beständig seine Richtung.

Endlich wird die Last immer leichter, je höher man sie gehoben hat, weil dann das Seil kürzer wird und nicht so schwer ist, als zuvor, wodurch zwar Verminderung der Kraft zuwegegebracht wird, doch zugleich auch Unregelmäßigkeit in der Bewegung, wenn die Kraft mit demselben Vermögen ohne Unterlaß thätig bleibt.

In denjenigen Fällen, in welchen man die Winde nur für einige Minuten braucht oder wo eine Last zu geringer Höhe gehoben werden muß, braucht man der Winde keine besondere Einrichtung zu geben, um diese Unregelmäßigkeiten zu verhüten; darauf hat man indessen ein besonderes Augenmerk zu verwenden, sobald die Arbeit anhaltend ist, und auch vornehmlich, wenn die Bewegung nicht durch Menschen oder Thiere mitgetheilt wird.

Die Winde wird meistens angewendet, wenn man aus einer gewissen Tiefe, z. B. aus einer Tiefe von 10 oder 15 Ellen anhaltend Wasser schöpfen muß; alsdann hält es nicht schwer, ihr eine solche Einrichtung zu geben, daß der Widerstand der Last anhaltend derselbe und die Bewegung also regelmäßig sei; denn man befestige an die beiden Enden A und B Fig. 134 einen Eimer, so daß, wenn die Winde sich umdreht, der eine Eimer empor und der andere niedersteigt, so wird die Arbeit, nämlich das Wasserschöpfen und Heben anhaltend sein; wenn die Winde nicht cylindrisch ist, sondern, wie die [illegible] Vereinigung von zwei abge-

stumpften Kegeln besteht und man den vollen Eimer vom tiefsten Ende A des Kegels AC aufzuwinden beginnt, während der leere Eimer vom höchsten Theile C des Kegels BC abgewunden wird, so ist es klar, daß:

1) Der Hebelarm des vollen Eimers immer größer wird, während der letztere durch das Abwikkeln des Seiles immer kleiner wird;

2) daß auf der anderen Seite der Hebelarm des leeren Eimers immer kleiner wird, während die Schwere der Last dort immer zunimmt und zwar durch die Schwere des abgewundenen Seiles DE. Hieraus läßt sich nun begreifen, daß, wenn die Länge der beiden Kegel gegeben ist, ihre größten und kleinsten Durchmesser bei C. A und B so geregelt werden können, daß die Vermehrungen und die Verminderungen der Widerstände an beiden Seiten ungefähr einander das Gleichgewicht halten und daß also die Kraft ziemlich anhaltend denselben mittleren Widerstand zu überwinden haben wird. Dabei ist indessen vorausgesetzt, daß die Last nicht sehr hoch zu heben sei, und daß nicht das Seil auf sich selbst sich umschlage.

Wenn die erwähnte Höhe sehr ansehnlich ist und z. B. 200 bis 800 Ellen beträgt, wie dieses z. B. der Fall ist beim Grubenbau, so macht sich natürlich eine andere Einrichtung nöthig. Es müssen dann auch zwei Tonnen bewegt werden, von denen die eine im Schachte emporsteigt, während die andere in einem nahe gelegenen Schachte niedersteigt. Diese Tonnen müssen jedoch während der Bewegung wegen ihrer großen Schwere so viel wie möglich in derselben vertikalen Richtung bleiben und dürfen also nicht hin- und herschaukeln, wie es bei den Eimern Fig. 134 der Fall sein würde. Man kann für diesen Zweck die Regelmäßigkeit des Widerstandes ꝛc.

unter anderen durch eine Einrichtung erlangen, welche Fig. 135 Nr. 2 im Grundriß und Nr. 1 im Aufriß dargestellt worden ist. Mit derselben Winde A B sind durch eiserne Stangen 4 eiserne Kränze C D, E F verbunden, von denen zwei und zwei so weit von einander abstehen, als die Breite des Seiles beträgt (welches für sehr schwere Lasten von 1500 Pfund und darüber aus einer Vereinigung von 3 oder 4 schwächeren Seilen besteht, und gewissermaßen die Gestalt eines breiten Riemens hat); zwischen diesen Kränzen muß sich nun das Seil bei jedem Umgange der Winde auf sich selbst schlagen. Diese Seile laufen zwischen schiefen und überliegenden Leitrollen G und über 2 große Leiträder H (an einem hohen Standpunkt gerade über dem Schacht angebracht), so daß sie mit den Tonnen verbunden in der Mitte des Schachtes hängen. Die Winde wird durch Pferde, oder durch eine Dampfmaschine, oder durch ein Wasserrad mit Dazwischenkunft von Räderwerk ꝛc. in Umdrehung gesetzt; doch abgesehen davon, durch welche Kraft sie in Bewegung gesetzt wird, so sieht man:

1) Daß das Seil der emporsteigenden und geladenen Tonne, indem es sich auf sich selbst aufwickelt, jedesmal auf eine Welle von größerem Radius gewunden wird, obschon das Seil kürzer und dadurch die Last auch immer geringer wird;

2) daß die niedersteigende Tonne jedesmal von einer kleineren Welle sich abwickelt, aber daß die Last auf dieser Seite durch die Schwere des abgewickelten Seiles (und diese Schwere ist ansehnlich) beständig zunimmt. Es finden dann auf beiden Seiten Vermehrungen und Verminderungen von Kraftanwendung Statt. Sind die Tonnen gleich schwer, [illegible] sie sich einander auf; die Last der gela[illegible] bleibt bestimmt, und wenn nun die

Vermehrungen und die Verminderungen der Schwere der Last durch das Ab- und Aufwinden der Seile an beiden Seiten gegen die Verminderungen und Vermehrungen an den entsprechenden Hebelarmen sich compensiren, dann ist der Widerstand regelmäßig. Dieses nun findet auf die vorgeschriebene Weise selbst mit Beachtung der Widerstände der Reibung und Steifheit ungefähr Statt; eine ausführliche Berechnung würde in dieser Hinsicht eine vollkommene Ueberzeugung geben, wenn dieselbe nicht zu langweilig und für den gegenwärtigen Zweck weniger nothwendig wäre.

114) Es ereignet sich sehr häufig, daß man mit der gewöhnlichen Winde so lange winden muß, daß das Seil vielmal sich auf sich selbst umschlägt, wenn man dieses nicht auf die Weise verhütet: das Seil ab, an welchem die Last Fig. 136 hängt, beginnt man von dem Punkte A aufzuwinden, und während es nun stets von A nach B fortläuft, hält ein anderer Arbeiter das andere Ende cd ein wenig gespannt. Dieses Ende wird also abgewunden und das Seil bleibt nur 4 oder 5mal um die Welle gewunden, wobei dasselbe nach Art. 97 stark genug um die Welle klemmt, um dadurch allein eine sehr große Last halten zu können; sobald nun der Strick bis nach B gelangt ist, kann das Aufwinden nicht weiter fortgesetzt werden; man hält alsdann die Last empor, läßt das Ende cd los und führt das Tau längs der Welle wieder vorwärts nach A; alsdann kann das Aufwinden wieder erfolgen.

Auf diese Weise verhütet man dann zwar das Aufwickeln des Seiles auf sich selbst, aber das für diesen Zweck angewendete Verfahren ist bis jetzt noch sehr unvollkommen und manchmal gefährlich; *unvollkommen*, weil viel Zeit durch das Verschieben des Seiles verloren geht und die Richtung

wird wieder auf der andern Seite durch eine größere Wirkung vergütet.

Man bedient sich der Kurbel sehr viel zu einer anhaltenden Arbeit mit der Winde; die doppelte Kurbel gibt alsdann der Last eine sehr regelmäßige Bewegung. Bei einer Einrichtung, wie Fig. 126 abgebildet ist, dient die Winde z. B. um Tonnen mit Erzen aus kleinen Gruben zu heben; die langen Arme a b, c d der Krummzapfen gestatten dann, daß 6 und mehr Menschen an der Winde arbeiten können.

Das Vermögen eines Arbeiters, welcher täglich 8 Stunden an einer Kurbel arbeitet, muß gleichgestellt werden dem Ausüben von 7 Pfund Druck unter dem Drehen der Kurbel mit einer Schnelligkeit von 7 Palmen. Gesetzt z. B., daß eine Winde mit einem Radius von 0,075 durch zwei Kurbeln oder Krummzapfen von 0,35 Länge bewegt wird, so ist der mittlere Hebelarm der bewegenden Kraft $= \frac{3}{4} \times 0{,}35 = 0{,}26$. Wenn an jeder Kurbel ein Arbeiter arbeitet, üben beide zusammen einen Druck aus von 14 Pfund; das Moment dieser Drucke ist $= 0{,}26 \times 14 = 3{,}64$. Dieses dividirt mit dem Hebelarm 0,075 der Last gibt zum Quotienten 48,5. Beträgt nun die Schnelligkeit der Kraft 0,7, so verhält sich diejenige der Last gerade so, wie die entsprechenden Hebelarme $= \frac{0{,}7 \times 0{,}05}{0{,}26} = 0{,}2$.

Also werden zwei Arbeiter eine Last von 48,5 ℔ (worunter auch die Widerstände des Werkzeuges mit gerechnet sind) anhaltend heben können und zwar mit einer Schnelligkeit von 2 Palmen auf die Secunde.

Wenn die Kurbel nicht unmittelbar, sondern durch Vermittelung von Räderwerk auf die Winde

die Form eines Cylinders, sondern eines abgestumpften Kegels besitzt.

Nicht jeder abgestumpfte Kegel kann für jedes Seil benutzt werden, um die erwähnte Wirkung hervorzubringen; denn für jedes Seil von einer anderen Dicke muß der Kegel mehr oder weniger schräg zulaufen; bei einem dünnen Seil muß er schräger zulaufen, als bei einem dicken Seil, und besonders auch aus dem Grund, weil ein dickes Seil, welches immer für eine schwerere Last gebraucht wird, stärker gespannt ist und mehr gegen den aufgewundenen Theil des Seiles drückt. Man könnte hierüber eine Berechnung anstellen, die jedoch bei der Unsicherheit der Quantität der Widerstände der Klemmung und Reibung für die Anwendung immer zweifelhaft bleiben würde. Man muß deßhalb nach der Erfahrung die Abschrägung der aufgerichteten Seite des Kegels für jedes Seil von verschiedenem Durchmesser bestimmen. Für Seile von mittelmäßiger Dicke, z. B. von zwei bis drei niederländischen Zollen Durchmesser wird eine Abschrägung von 5 auf 1*) ein gutes Verhältniß geben und man kann noch außerdem die Welle nicht allein kegelförmig machen, sondern sie bei dieser Form an der Oberfläche noch ausrunden Fig. 139, so daß der Längedurchschnitt dann dem Durchschnitte der Auskehlung einer großen Rolle ähnlich ist. In dieser Gestalt braucht man die Winde auf Schiffen von Mittelgröße, Dampfbooten u. s. w. zum Lichten der Anker. Die Welle wird dann aus Eisen gegossen und ist inwen-

*) Die Abschrägung von 5 auf 1 will hier sagen, daß die aufrechtstehende Seite des Kegels die schräge Seite eines rechtwinkligen Dreieckes sein müsse, dessen Basis fünfmal länger ist, als die Höhe oder die andere Seite des Rechteckes.

dig hohl, um den Druck auf die Pfannen der Zapfen nicht unnöthig zu vermehren. Die Ankertaue werden um diese Winde nicht unmittelbar gewunden, sondern man hat ein Seil mit Knoten oder Paternosters versehen, welches vier- oder fünfmal um die Winde geschlagen wird und dessen Ende an einander geknüpft sind. Das Ankertau wird mit einer oder zwei Touren um dieses mit Knoten versehene Seil geschlagen und durch die Knoten sattsam festgehalten und geklemmt, um während des Windens (welches durch Kurbeln geschieht) der Bewegung des Seiles ohne Ende zu folgen. Die Winde ist der Länge der Welle nach mit Auskehlungen versehen, damit sich die erwähnten Knoten in dieselben setzen, und man auf diese Weise die große Friction, welche durch das Verschieben und Klemmen des Seiles entsteht, vermeidet.

Um des regelmäßigen Abgleitens der aufgewundenen Touren vollkommen sicher zu sein, muß man an eine oder an beide Seiten der Winde eine schiefe Fläche ab Fig. 140 bringen können. Wenn diese schiefe Fläche mit dem Unterstützungspunkte verbunden ist und die Welle ganz und gar umringt (so daß sie sich in diesem schräg abgeschnittenen Cylinder wie in einer Büchse dreht), so muß sie dann natürlich das sich aufwickelnde Ende cd zurückdrükken, so daß es oft zwischen die aufgewickelte Tour c und die schiefe Fläche ab eingeklemmt wird; und dieses geschieht, wenn die Tour c nicht augenblicklich von dem Ende c abgeschoben wird. Diese Einrichtung wird meistentheils bei Schiffswinden oder sogenannten stehenden Winden (Erdwinden) angewendet.

115) Eine Schiffswinde oder eine stehende Winde wird im Allgemeinen gleich der gewöhnlichen Winde angewendet, um eine Last fortzubewegen oder

der Wand des Hinterſteven angenagelt iſt, dient als Sperrkegel.

Die Größe der Zähne und die Dicke der Sperrkegel kann man bei einiger Erfahrung ſehr leicht ins richtige Verhältniß zur Laſt ſetzen, welche gehalten werden muß, ohne daß man deßhalb Berechnungen anzuſtellen braucht, wozu jedoch in der folgenden Abtheilung die nöthige Anleitung gegeben werden ſoll.

112) Winden können auch durch das Gewicht von Menſchen bewegt werden, und zwar auf zweierlei Weiſe: 1) indem ſie im Kranze eines großen, mit der Winde verbundenen Rades aufwärts zu laufen ſich bemühen; 2) indem ſie am äußerſten Umfang eines großen Rades Fig. 130 bis 132 emporzuſteigen ſich bemühen. Die erſte Art der Räder nennt man Treträder, Treppenräder, und die zweite Steigräder oder Sproſſenräder. Man wendet dieſelben an, um die Winden großer Krahne, ſchwerer Waſſerſchütze, Zugfähren ꝛc. in Umdrehung zu ſetzen und Maſchinen Bewegung mitzutheilen, die für dieſen oder jenen Zweck dienen. Hierzu kann man beſonders die Steigräder (sportraderen) ſehr gut gebrauchen, während die Treträder hierzu nicht zu empfehlen ſind, theils wegen ihrer beträchtlichen Größe (indem ſie wenigſtens einen Durchmeſſer von 4 Ellen im Lichten haben müſſen, damit ein Arbeiter ungehindert unter der Axe D Fig. 129 durchgehen könne), theils, weil ſie geringeren Effect haben als die Treträder, theils auch, weil ſie, wenn die Laſt unvermuthet zurückläuft oder eine erſt gehobene Laſt wieder niedergeht, ſchreckliches Unglück verurſachen können.

Es iſt hier nicht möglich, die Räder ausführlich zu beſchreiben oder uns über die beſondere Art ihrer Zuſammenſetzung zu verbreiten. Nur das eine

und das andere, was die Ausübung der Kraft auf dieselben anlangt, soll näher entwickelt werden. Der Arbeiter im Tretrade kann nicht die ganze Schwere seines Körpers zur Bewegung des Rades anwenden; denn diese Schwere wirkt in der vertikalen Linie CAB Fig. 129 und hat also die senkrechte Linie DC zum Hebelarm, die nur den vierten Theil vom größtmöglichen Hebelarm DE beträgt, indem die Erfahrung gelehrt hat, daß, wenn der Arbeiter auf die Höhe A gekommen ist, so daß DC ein Viertel von ED beträgt, das Rad alsdann mit einer Schnelligkeit sich umdreht, die ihn hindert, höher emporzugelangen. Der Arbeiter am Steigrade Fig. 132 wirkt dagegen senkrecht auf das Ende des Radius AB, d. i. mit seinem vollen Gewicht und an dem längsten möglichen Hebelarm; aber im Tretrade kann der Arbeiter mit größerer Schnelligkeit vorwärts sich bewegen, als der Arbeiter am Steigrade emporzuklettern im Stande ist. Die Erfahrung hat gelehrt, daß für eine Tagesarbeit die Schnelligkeit des Tretrades am Umfange 0,5 Ellen beträgt, und diejenige des Steigrades 0,15 Ellen. Nimmt man nun die der Radien beider Räder als sich gleich und die der Winden als zehnten Theil der Räder an, so muß der Mann (da ein Mann im Durchschnitte 70 niederländische Pfund wiegt) im Tretrade an der Winde ein Gewicht von $\frac{70 \times \frac{1}{4} \text{ Radius}}{\frac{1}{10} \text{ Radius}} = 175$ ℔ im Gleichgewicht halten können, derjenige im Steigrade aber ein Gewicht von $\frac{70 \times 1 \text{ Radius}}{\frac{1}{10} \text{ Radius}} = 700$ ℔. Die Schnelligkeit des Tretrades am Umfange desselben ist = 0,5, also am Umfange der Winde = 0,05; die Last 175 ℔ mit ihrer Schnelligkeit 0,05 multiplicirt, gibt auf 1 Secunde eine Quan-

tität des Effectes = 8,75. Wenn die Schnelligkeit des Steigrades am Umfange, welche = 0,15 beträgt, so ist die Schnelligkeit der Last an der Winde = 0,15, folglich wird die Quantität des Effectes in 1 Secunde = 700 × 0,015 = 10,5 sein, woraus man denn sieht, daß der Effect des Steigrades größer ist, als derjenige des Tretrades.

Aber außer diesem Vortheil im Effect ist auch die Arbeit im Tretrade unendlich mühsamer, als am Steig- oder Sprossenrade; der Arbeiter macht in letzterem kurze Schritte, hält sich über dieses mit den Händen an einem Geländer und ist sicher, sich schnell retten zu können, wenn die Last mit Gewalt zurücklaufen sollte, während derjenige, welcher im Tretrade läuft, rettungslos verloren sein muß, wenn dieses Zurücklaufen eintreten sollte; er ist genöthigt, sich schnell gegen das Rad zu bewegen, muß seinen Körper im Gleichgewicht erhalten und kann diese Arbeit unmöglich Tag für Tag fortsetzen.

Treträder sollten dazu benutzt werden (wie dieses denn auch an vielen Orten wirklich geschieht) sehr schwere Lasten in einer kurzen Zeit zu heben; man sieht dieselben manchmal an Krahnen angebracht, nämlich an jeder Seite der Winde ein solches Rad. Da jedoch die Wirkung alsdann nur von kurzer Dauer ist, so könnte man diese schwerfälligen Maschinen, die einen großen Widerstand der Reibung darbieten, und mit den dazu gehörigen Einrichtungen sehr theuer zu stehen kommen, meistentheils durch einfachere und wenig kostbare Einrichtungen, wie auch durch die regelmäßigere Wirkung eiserner Zahnräder und Krummzapfen ersetzen, und dann noch immer denselben Effect erlangen, sobald man nur während der kurzen Arbeit mehr Druck ausüben wollte, als bei einer anhaltenden Arbeit geschehen kann.

Artikel (siehe auch 140) gesprochen worden ist, und welche in diesem Falle äusserst nöthig sind, um das regelmäßige Zurückschieben des Seiles ohne Ende zu bewirken.

Es ist auch von Nutzen, an großen Schiffswinden die Einrichtung anzubringen, daß das Zurücklaufen der Last verhindert wird. Dieses geschieht, wie bei dem Haspel mittelst eines Sperrrades; aber der Sperrkegel muß hier, damit er durch seine Schwere immer auf die Zähne des Sperrrades falle, an der stehenden Welle selbst angebracht sein und mit derselben sich umdrehen, während das Stellrad ruht. Deßhalb können die Zähne auch nicht in der Ebene des Sperrrades liegen, sondern müssen senkrecht auf derselben stehen, woraus sich die Einrichtung ergibt, welche Fig. 146 dargestellt ist. Und damit die Last mit der größten Sicherheit festgehalten werde, bringt man an der Schiffswinde nicht einen einzigen Sperrkegel, sondern vier oder mehrere derselben an.

116) Meistentheils verbindet man um Lasten auf eine nicht beträchtliche Höhe zu heben, oder in einige Tiefe niederzulassen, die Wirkung der Winde mit derjenigen der Rollen oder Flaschenzüge (auch Kloben genannt) und diese Verbindungen geben besondere Arten von Werkzeugen, welche, wenn sie transportabel sind und an verschiedenen Orten gebraucht werden können, Böcke genannt werden; sie heißen Krahnen, wenn sie auf derselben Stelle bleiben und an derselben befestigt werden. Den Effect zu berechnen, welcher aus der vereinigten Wirkung der Winde und der Rollen entsteht und dieses mit Beachtung der Statt findenden Widerstände auszuführen, ist nach dem Vorhergehenden nicht schwierig; deßhalb wollen wir der Kürze halber hier nur über die zweckmäßige Einrichtung dieser zusammengesetzten Werkzeuge, je nach dem Zwecke, welchem sie

dienen sollen, sprechen. Was die Krahnen anlangt, so sind sie fast an allen Orten an Form verschieden und die gegenwärtige Betrachtung beabsichtigt deßhalb blos über die Grundsätze Licht zu verbreiten, welche bei der Aufrichtung von dergleichen Werkzeugen als Regeln gelten müssen. Auch sind die Krahnen in Bezug auf die besondere Art und Weise, wie ihre Wellen in Bewegung gesetzt werden, in ihrer Zusammensetzung verschieden. Meistentheils ist es am vortheilhaftesten, den Haspel eines Krahns mittelst Räderwerkes in Umdrehung zu setzen; wie dieses bewerkstelligt wird, soll im folgenden Theile dieses Werkes ausgeführt werden; jetzt aber betrachten wir die Krahnen blos, in wiefern ihre Haspelwellen durch Arme, Krummzapfen, Treträder, Steigräder u. s. w. in Bewegung gesetzt zu werden pflegen. Es kann jedoch bei diesen Werkzeugen mit geringen Veränderungen in der Zusammensetzung das Räderwerk immer angewendet werden.

Um eine Last L Fig. 147 mittelst eines Flaschenzuges AB zu heben, dessen Seil durch die Umdrehung eines Haspels C aufgewickelt werden soll, muß man natürlich für den obersten Rollenkloben B einen festen Unterstützungspunkt haben, so daß hierzu eine besondere Vorrichtung erfordert wird, wenn die Oertlichkeit einen solchen Punkt nicht darbietet. Ein gewöhnlicher Dreifuß, welcher aus einer dauerhaften Vereinigung von drei Balken besteht, die nach den Rippen einer dreieckigen, regelmäßigen Pyramide gerichtet sind, scheint hier die einfachste Einrichtung zu sein. Der Scheitelpunkt derselben gibt einen festen Aufhängungspunkt für den unbeweglichen Rollenblock, jedoch ist diese Einrichtung nicht compendiös, wenn man das Werkzeug häufig an verschiedenen Orten gebrauchen und schnell in Bereitschaft haben muß. Zwei schräge Ständer DE

und FG, welche sich in FD vereinigen und durch eine zweckmäßige Anzahl Querriegel fest verbunden sind, damit die Ständer in gleicher Entfernung von einander bleiben; ferner durch einen eisernen Beschlag verstärkt und von unten mit eisernen Stacheln versehen, um sich im Boden fixiren zu können, geben eine viel zweckmäßigere Einrichtung ab, indem man diese beiden Ständer gegen einen starken unverbundenen Ständer HI, auch wohl das dritte Bein genannt, stützen und so sehr schnell eine Einrichtung haben kann, die mit einem Dreifuß Aehnlichkeit besitzt. Diese Einrichtung gestattet nun, a) daß man den Haspel zugleich in derselben befestigen kann, wie auch die Figur anzeigt, b) daß man den festen Rollenblock entbehren kann, indem man zwischen die Ständer DE und FG einen Kopf ab befestigt, in welchem zwei oder mehrere unbewegliche Rollen a nebst einer anderen Rolle b, die als letzte Leitscheibe dient, ganz wie in einem gewöhnlichen Rollenblock befestigt sind. Von dieser Art ist die Einrichtung des Werkzeuges, welches man einen Bock zu nennen pflegt. Dabei ist noch besonders zu merken:

1) Daß der Kopf ab eine krumme Gestalt oder eine schräge Stellung haben müsse in Bezug auf die festen Ständer, mit welchen er vereinigt ist, damit nicht bei einem weniger schrägen Stande des Werkzeuges die Seile an den Ständern sich reiben und damit die Unterstützung durch das dritte Bein HI fester sei, als wenn ab einerlei Richtung mit den festen Ständern hätte; die Seile würden in diesem Fall auch stärkere Klemmung der Rollen äußern.

2) Daß auf die Stärke dieses Kopfes und auf dessen gute Verbindung mit den Ständern hier sehr

emporgehoben werden muß, so wird die Richtung AB des Seiles in Bezug auf die Winde immer schräger und erfordert ebenfalls eine Vermehrung der Kraft. Dasselbe findet Statt, wenn die Last sich nur in einer bestimmten Richtung bewegen kann, alsdann verändert das Seil auch beständig seine Richtung.

Endlich wird die Last immer leichter, je höher man sie gehoben hat, weil dann das Seil kürzer wird und nicht so schwer ist, als zuvor, wodurch zwar Verminderung der Kraft zuwegegebracht wird, doch zugleich auch Unregelmäßigkeit in der Bewegung, wenn die Kraft mit demselben Vermögen ohne Unterlaß thätig bleibt.

In denjenigen Fällen, in welchen man die Winde nur für einige Minuten braucht oder wo eine Last zu geringer Höhe gehoben werden muß, braucht man der Winde keine besondere Einrichtung zu geben, um diese Unregelmäßigkeiten zu verhüten; darauf hat man indessen ein besonderes Augenmerk zu verwenden, sobald die Arbeit anhaltend ist, und auch vornehmlich, wenn die Bewegung nicht durch Menschen oder Thiere mitgetheilt wird.

Die Winde wird meistens angewendet, wenn man aus einer gewissen Tiefe, z. B. aus einer Tiefe von 10 oder 15 Ellen anhaltend Wasser schöpfen muß; alsdann hält es nicht schwer, ihr eine solche Einrichtung zu geben, daß der Widerstand der Last anhaltend derselbe und die Bewegung also regelmäßig sei; denn man befestige an die beiden Enden A und B Fig. 134 einen Eimer, so daß, wenn die Winde sich umdreht, der eine Eimer empor und der andere niedersteigt, so wird die Arbeit, nämlich das Wasserschöpfen und Heben anhaltend sein; wenn nun die Winde nicht cylindrisch ist, sondern, wie die Figur angibt, aus der Vereinigung von zwei abge-

10 ℔ Druck der Kraft eine Last von 20 ℔ im Gleichgewichte halten. Wenn nun die dünnere Welle mit wirkt, so wickelt sich das Seil von derselben $\frac{1}{2}$ Elle ab, während sich 1 Elle desselben auf der größeren Welle aufwickelt; deßhalb steigt die Last dann nur $\frac{1}{2}$ Elle; aber da eine bewegliche Rolle vorhanden ist, so wird diese Verkürzung des Seiles auf beide Theile EB und ED vertheilt und die Last wird nur $\frac{1}{4}$ Elle steigen. Es verhält sich demnach die Kraft zur Last, wie sich $\frac{1}{4}$ zu 2 oder 1 zu 8 verhält. Zehn ℔ Druck der Kraft wird also eine Last von 80 ℔ im Gleichgewichte erhalten. Die Differenz der Dicke der beiden Wellen erzeugt deßhalb einen Gewinn an Kraft, obschon auch (wie dieses bei allen Werkzeugen der Fall ist) eine langsamere Bewegung der Last; und dieser Gewinn wird um so viel größer sein, je geringer die Differenz der Dicke der Wellen ist; denn es verhält sich für das Gleichgewicht dieses Werkzeuges die Kraft zur Last, wie sich verhält die Hälfte der Differenz der Radien der Wellen zur Länge der Hebelarme der Kraft. Man kann also durch diese Einrichtung den Effect willkürlich vermehren, gerade wie durch die Vermehrung von Rollen, jedoch auf eine viel einfachere Weise und weit vortheilhafter, weil hier der entsetzlich große Widerstand der Steifheit der Seile, welcher bei der Anwendung von Rollen eintritt, nicht überwunden werden muß.

Man hat diese Einrichtung, die vielleicht nicht allgemein bekannt ist, wenig angewendet, obschon sich dieses bei Böcken, Schiffswinden u. s. w. mit Vortheil thun ließe. Der Figur nach zu urtheilen, scheint die Last nicht dieselbe zu bleiben, sondern beständig zuzunehmen, wenn durch ihr Steigen die Seile EC und EB stets mehr vom Parallelismus abweichen

in Bewegung gesetzt wird, so ist diese Bestimmung leicht und sehr genau auszuführen, doch wird die Sache schwierig, sobald man annimmt, daß die Kurbel mit der Hand umgedreht werde; gleichwohl wird eine genaue Kenntniß dieser Sache nicht von großem Belang sein, da die Erfahrung genugsam gelehrt hat, daß, wenn angenommen wird, die bewegende Kraft wirke während der ganzen Umdrehung senkrecht auf einen Hebelarm, welcher ungefähr gleich ist $\frac{3}{4}$ der Länge der Kurbel, ihre Wirkung derjenigen gleich sei, die Statt findet, im Fall sie, die ganze Länge der Kurbel zum Hebelarme habend, bald einen größeren, bald einen kleineren Druck ausübte.

Im folgenden Theile dieses Werkes soll aus einander gesetzt werden, wie man das mittlere Vermögen einer Kurbel berechnen müsse, wenn sie durch eine auf- und niedersteigende Stange bewegt wird oder wenn sie in Maschinen dazu angewendet wird, die Bewegung fortzupflanzen.

Bei dem Gebrauch einer Kurbel Fig. 123 werden die Unterstützungspunkte sehr ungleich durch die Kraft gedrückt; denn die Pfanne des Zapfens B muß einen größeren Druck ausstehen als diejenige des Zapfens D, weil der Druck bei der ungleichen Wirkung der Kraft bald gegen den einen, bald gegen den anderen Punkt der Pfannen erfolgt. Dieses alles tritt nicht ein, sobald man zwei Kurbeln anwendet, welche in entgegengesetzten Richtungen an den Zapfen gezogen werden (siehe Fig. 125), dadurch eine sehr regelmäßige Bewegung geben und an den Stützpunkten von Seiten der Kraft sehr wenig Druck verursachen; denn die eine Kurbel steigt nieder, während die andere emporgeht, und was auf diese Weise auf der einen Seite zu wenig ausgerichtet wird,

wird wieder auf der andern Seite durch eine größere Wirkung vergütet.

Man bedient sich der Kurbel sehr viel zu einer anhaltenden Arbeit mit der Winde; die doppelte Kurbel gibt alsdann der Last eine sehr regelmäßige Bewegung. Bei einer Einrichtung, wie Fig. 126 abgebildet ist, dient die Winde z. B. um Tonnen mit Erzen aus kleinen Gruben zu heben; die langen Arme a b, c d der Krummzapfen gestatten dann, daß 6 und mehr Menschen an der Winde arbeiten können.

Das Vermögen eines Arbeiters, welcher täglich 8 Stunden an einer Kurbel arbeitet, muß gleichgestellt werden dem Ausüben von 7 Pfund Druck unter dem Drehen der Kurbel mit einer Schnelligkeit von 7 Palmen. Gesetzt z. B., daß eine Winde mit einem Radius von 0,075 durch zwei Kurbeln oder Krummzapfen von 0,35 Länge bewegt wird, so ist der mittlere Hebelarm der bewegenden Kraft $= \frac{3}{4} \times 0{,}35 = 0{,}26$. Wenn an jeder Kurbel ein Arbeiter arbeitet, üben beide zusammen einen Druck aus von 14 Pfund; das Moment dieser Drucke ist $= 0{,}26 \times 14 = 3{,}64$. Dieses dividirt mit dem Hebelarm 0,075 der Last gibt zum Quotienten 48,5. Beträgt nun die Schnelligkeit der Kraft 0,7, so verhält sich diejenige der Last gerade so, wie die entsprechenden Hebelarme $= \frac{0{,}7 \times 0{,}05}{0{,}26} = 0{,}2$. Also werden zwei Arbeiter eine Last von 48,5 ℔ (worunter auch die Widerstände des Werkzeuges mit gerechnet sind) anhaltend heben können und zwar mit einer Schnelligkeit von 2 Palmen auf die Secunde.

Wenn die Kurbel nicht unmittelbar, sondern durch Vermittelung von Räderwerk auf die Winde

längliche Dicke geben kann, ohne dadurch eine Behinderung für die Anbringung anderer Theile herbeizuführen. Um die Höhe so gering wie möglich zu machen, gibt man der Flucht CD eine schräge Stellung auf der Säule, damit der Punkt C eine hinlängliche Höhe über der Last erlangt.

Der Winkel, den diese Richtung mit dem Wasserspiegel macht, geht selten über einen Winkel von 45°, weil sonst die Flucht eine übermäßige Länge haben müßte. Diese Länge ist übrigens abzumessen nach der Höhe, bis zu welcher eine Last gehoben werden muß. Nach dieser Höhe richtet sich auch einigermaßen die Höhe der Krahnsäule AB; denn, wenn diese Säule für einen hohen Krahn kurz gemacht wird, so muß die Flucht eine große Länge haben, was sehr viele und besondere Verstärkungen erheischt. Sobald man sich auf eine schräge Stellung von 45° beschränkt, ist es sehr leicht, die Länge der Flucht nebst der Höhe der Säule zu bestimmen, wenn man die Höhe in Anschlag bringt, bis zu welcher die Last gehoben werden muß, so wie auch außerdem die Statt findenden Umstände.

Krahnen, welche in Fabriken gebraucht werden, gestatten meistens keine schräge Flucht; doch alsdann sind es auch die vorhandenen Umstände der Oertlichkeit, welche man benutzen kann, und welche der rechtwinkeligen Stellung der Flucht auf die Säule den Vorzug einräumen. Ueber diese Arten von Krahnen soll in der Folge gesprochen werden.

2) Der Unterstützungspunkt muß senkrecht gedrückt werden, und die Last darf ihn nicht seitwärts umbiegen; darum muß die Last auf der einen Seite der Krahnsäule sich befinden und die Winde, auf welche die Kraft wirkt, auf der anderen Seite; alles, was mit der Flucht in Verbindung steht, muß, so viel es angehen will, um den Unterstützungspunkt

herum, im Gleichgewichte sich befinden; der Schwerpunkt der Flucht nebst dem ganzen damit verbundenen Apparat muß deßhalb in der lothrechten Richtung des Unterstützungspunktes ein wenig unter demselben liegen. Auch wenn die Winde E auf der Seite CA läge, so müßte die Flucht eine größere Stärke haben und doch auf der anderen Seite von A unterstützt sein. Bei Fabrikkrahnen ist es häufig der Fall, daß die Winde mit der Last auf dieselbe Seite der Krahnsäule gebracht werden muß, aber die Einrichtung der Säulen und die Tragpunkte solcher Krahnen lassen dieses dann auch von selbst zu.

3) Wenn die Last gehoben wird, so befindet sie sich in einer unaufhörlich schaukelnden Bewegung; die Erschütterungen werden dem Theile F der Flucht mitgetheilt, die dadurch um so eher Gefahr läuft, zu zerbrechen. Es ist deßhalb eine Unterstützung der Flucht nothwendig, selbst wenn die erwähnten Erschütterungen gar nicht Statt fänden. Wendet man eine solche Unterstützung an, so kann man der Flucht geringere Dicke geben und auf eine längere Dauer dieses Werkzeuges rechnen.

Einige Krahnen haben die Einrichtung, daß die Säule keinen festen Stand hat, sondern um einen im Boden stehenden Zapfen degf gedreht werden kann, so daß alsdann die Flucht mit der Säule fest verbunden ist. In diesem Falle kann die Unterstützung sehr zweckmäßig an der Säule selbst befestigt werden; ist aber die Einrichtung getroffen, daß die Säule einen festen Stand hat (und diese Einrichtung verdient meistens den Vorzug), so kann die Stütze HI nicht mit der Säule AB fest verbunden werden, wohl aber mit dem hinteren Theil D der Flucht, mittelst eines Joches KBI, welches sich um die Säule dreht und zum Unterstützungspunkte der Stütze CI dient (siehe Fig. 150). Krah-

nen mit einer großen Flucht erfordern zwei, drei und mehr Stützen an verschiedenen Punkten, und wegen dieser Stützen findet man an vielen Krahnen so viele Riegel, Säulen, kleinere Stützen ꝛc. Fig. 151 ist ein Krahn mit hoher Flucht abgebildet und zugleich auch angegeben, wie die Stützen mit dem Theile der Flucht, an welchem der Haspel angebracht ist, vereinigt sind. Der Krahn ist in der Figur nur von einer Seite dargestellt, die Stützen sind nicht doppelt, wie bei dem kleinen Krahn Fig. 149, aber die Riegel AB, CD und die hängenden Säulen EF, GH u. s. w. befinden sich auf dieselbe Weise auch an der anderen Seite des Krahns. Von der Stellung und Richtung dieser Stützen, Riegel ꝛc. kann man sich leicht Rechenschaft geben.

4) Damit die Flucht auf dem Unterstützungspunkte die meiste Festigkeit habe und nicht während des Umdrehens sich hin- und herbewege, muß der Kopf der Krahnsäule platt und so breit als möglich genommen werden. Ein Umstand, welcher auch ganz besonders beachtet werden muß, ist die Verstärkung der Flucht durch eiserne Bänder nahe am Unterstützungspunkt.

5) Je nachdem die Lasten schwerer sind, kann man mehr als eine bewegbare Rolle G gebrauchen, die Anwendung von Räderwerk ist übrigens wegen des geringeren Widerstandes viel vortheilhafter. In kleinen Krahnen werden die Winden, sie mögen mit Räderwerk versehen sein oder nicht, durch Krummzapfen oder Räder mit Handspeichen Fig. 122 bewegt; Treträder und Steigräder werden nur bei größeren Krahnen angewendet. Die Winden müssen, so viel dieses möglich ist, von beiden Seiten durch Arme, Krummzapfen, Tret- oder Steigräder in Bewegung gesetzt werden, damit die Drucke auf den Unterstützungspunkten gleich sind und die wir-

tenden Kräfte vermehrt werden können; es würde jedoch z. B. überflüssig sein, zwei Tret- oder Steigräder anzuwenden, wenn mit einem einzigen Rade genugsame Kraft erlangt werden kann. Die Einrichtung von Krahnen mit Steig- oder Treträdern ist im Allgemeinen sehr weitschweifig und kostbar. Das Seil wird von der Last nach der Winde über eine oder mehrere Leitscheiben L geleitet und die Winde selbst ist entweder nach der Breite gerichtet, wie in Fig. 149, oder nach der Länge, wie Fig. 151 und 152, je nachdem der Raum dieses zuläßt oder die Einfachheit der Einrichtung dieses gebietet. Die Winde muß man mit einem oder lieber mit zwei Sperrrädern versehen, und bei den meisten Krahnen muß man noch überdies einen Aufhalter *) anwenden. Dieser besteht nämlich aus einem hölzernen oder eisernen Bügel oder manchmal aus einem Seile oder Riemen, die man stark um die Winde herum klemmen kann, um dadurch die Last mit größerer Sicherheit aufhalten zu können und besonders, um durch Erzeugung einer Reibung zu verhüten, daß die Last nicht beim Niedersteigen die Oberhand über die Kraft erlange. Obige Hemmvorrichtung oder Aufhalter regelt alsdann das langsame Niedersteigen der Last.

Endlich bemerke man noch, was in den Figuren nicht angedeutet ist, weil man es bei allen Krahnen, die auf einem offenen Platze stehen, sehen kann, daß die ganze Flucht mit einem Obdache versehen ist, um sie nebst den Säulen und Rollen gegen den nachtheiligen Einfluß der Witterung zu schützen. Meistens liegt auch die Winde in einem verschlosse-

*) Ueber Aufhalter wird im folgenden Theile ge-

nen Kasten und zwar aus denselben Gründen und um muthwillige Beschädigung zu verhüten.

Die Umdrehung kleiner Krahnen wird bewerkstelligt mittelst eines Schwengels KL Fig. 149; Krahnen, die anders eingerichtet sind Fig. 151 und 152 werden durch einen Druck gegen die hinteren Säulen der Winde umgedreht. Ausgerundete kegelförmige Winden können hier nicht gut gebraucht werden, weil man das andere Ende des Seiles nicht leicht loslassen kann, doch diese Einrichtung ist hier auch weniger nothwendig, weil die Krahnen sich nicht in lang anhaltender Thätigkeit befinden.

Dieses genüge gegenwärtig über die Art der einfachen Krahnen, welche auf offenen Plätzen zum Heben von Lasten bestimmt sind; denn alle die besonderen Formen, unter welchen man dieses Werkzeug antrifft, hier zu beschreiben, ist nicht möglich, und zwar um so mehr, als die Formen von dem Urtheil und von der besonderen Einsicht des Baumeisters auf sehr verschiedene Weise abhängen. Auch wird es überflüssig sein, Beispiele zu geben, wie man die Anzahl der Rollen, den Radius der Winde &c. zu bestimmen hat, wenn man durch einen, zwei oder mehrere Arbeiter eine bestimmte Last in einer bestimmten Zeit zu einer gewissen Höhe emporheben will; denn hierzu geben die Grundsätze, welche in diesem und in dem vorhergehenden Kapitel entwikkelt worden sind, die nöthigen Regeln an die Hand.

Fünftes Kapitel.

Ueber die schiefe Fläche und über den Keil.

§. I.

Ueber die schiefe Fläche, sowohl was das Gleichgewicht der Last, als was die Bewegung derselben anlangt u. s. w.

119) Um einen Körper L Fig. 153 gegen eine schiefe Fläche AB von A nach B zu bewegen, ist natürlich weniger Kraft erforderlich, als um denselben auf die vertikale Höhe BC zu bringen; denn in diesem Falle muß die ganze Schwere der Last durch die Kraft gehalten werden, während im ersten Fall ein Theil der Schwere des Körpers von der Fläche getragen wird. Dasselbe findet Statt, wenn man den Körper nur durch eine schiefe Fläche im Gleichgewicht erhält. In jedem Fall muß die Größe der anzuwendenden Kraft abhängig sein von der Richtung derselben. Unter allen Richtungen, in welchen die Kraft auf die Last wirken kann, gibt es zwei, welche in der Anwendung merkwürdig sind, nämlich die Richtungen, welche mit der Länge AB und mit der Basis AC der schiefen Fläche parallel laufen. Es sei die vertikale Linie La aus dem Schwerpunkte L der Last gezogen und ihrer Länge nach proportional der Schwere dieser Last; die Schwere, welche aL proportional ist, kann auch zerlegt werden in die beiden Theile Lb und Lc, die lothrecht auf die Länge AB und parallel zur Länge AB wirken. Lb stellt dann den Druck dar, welcher auf die schiefe Fläche vertikal ausgeübt wird, und Lc muß dem Vermögen der Schwere proportional sein, durch welche der Körper L längs der schiefen Fläche niederzusteigen strebt. Wirkt deßhalb eine Kraft P in der Richtung LP der schiefen Fläche

parallel, dann muß diese Kraft, um die Last im Gleichgewicht zu erhalten, den Theil Lc der Schwere halten; wenn also La die Größe der Last ausdrückt, so wird Lc die Größe der Kraft ausdrücken, welche nöthig ist, um diese Last auf der schiefen Fläche zu erhalten, und da die Dreiecke Lac und ABC beide rechtwinklig und ähnlich sind, so muß

$$Lc : La = BC : AB;$$

d. h. die Kraft verhält sich zur Last wie die Höhe BC der schiefen Fläche zu deren Länge AB. Bleibt deßhalb die Höhe dieselbe, so wird die Kraft um so viel kleiner sein, um wie viel die Länge AB größer ist, d. h. wenn die Fläche AB weniger schief liegt.

Aber diese Proportion wird anders, wenn die Richtung LP der Kraft Fig. 154 parallel mit der Basis AC der schiefen Fläche läuft; denn zerlegt man alsdann die Schwere La der Last in zwei Theile Lb und Lc, die parallel mit der Basis AC laufen und senkrecht auf der Länge AB stehen, so muß Lb derjenige Theil der Schwere sein, welcher durch die Kraft P gehalten werden muß, und Lc wird den senkrechten Druck der Last auf die Länge der schiefen Fläche ausdrücken; in dem Dreieck Lab ist also La der Last und Lb der Kraft proportional, und da dieses Dreieck wiederum ähnlich ist dem Dreieck ABC, so verhält sich

$$Lb : La = BC : AC,$$

d. i. die Kraft verhält sich zur Last, wie sich verhält die Höhe der schiefen Fläche zur Basis derselben. Bleibt deßhalb die Höhe dieselbe, so wird noch viel weniger Kraft nöthig sein, um die Last zu halten, wenn die Basis AC länger ist, d. h. wenn die schiefe Fläche weniger schief liegt. Aber weil die Basis AC kürzer ist, als die Länge AB, so wird viel weniger Kraft nöthig sein in der

Richtung LP Fig. 153, parallel zur Länge der schiefen Fläche, als in der Richtung LP Fig. 154 parallel zur Basis.

120) Ehe die Last durch die Kraft längs der schiefen Fläche bewegt werden kann, muß der Widerstand der Reibung überwunden werden, und dieses geschieht auf folgende Weise: Wenn die Kraft parallel zur Länge der schiefen Fläche wirkt, so übt sie selbst keinen Druck auf diese Fläche aus und die Reibung wird dann am kleinsten sein. Die Größe Lb Fig. 153 des Druckes verursacht eine Reibung, die nach der Beschaffenheit der reibenden Substanzen auf der Tabelle Nr. II des Artikels 61 gefunden wird. Diese Quantität der Reibung, zu dem Theile Lc der Last addirt, ist die Summe gleich der Last, welche von der Kraft während der Bewegung im Gleichgewichte erhalten werden muß.

Ohne die Reibung ist die Kraft $P = \frac{BC}{AB} \times Q$ (wenn man nämlich die Schwere der Last mit Q bezeichnet); der Druck bL wird aus den ähnlichen Dreiecken abL und ABC gefunden; denn

$$bL : aL = AC : AB \text{ oder}$$
$$bL : Q = AC : AB;$$ es ist also

$bL = \frac{AC}{AB} \times Q$; wenn nun das Verhalten der Reibung zum Druck (d. i. die Zahl, welche in der Tabelle Nr. II Art. 61 mit den reibenden Substanzen übereinstimmt) f genannt wird, so wird der Druck der Last auf die schiefe Fläche eine Reibung verursachen $= f \times \frac{AC}{AB} \times Q$. Addirt man zu diesem Widerstand den Widerstand Lc, so wird die

Kraft $P = \frac{BC}{AC} \cdot Q + f \cdot \frac{AC}{AB} \cdot Q$
$= \left(\frac{BC}{AB} + f \cdot \frac{AC}{AB}\right) Q = \frac{BC + f \cdot AC}{AB} \times Q.$

Wirkt die Kraft parallel der Basis der schiefen Fläche, so vermehrt sie den Druck gegen die schiefe Fläche und dadurch auch die Reibung. Die Kraft, welche in diesem Falle nöthig ist, um den Widerstand der Last und denjenigen der Reibung zu überwinden, wird sodann bestimmt: Man zerlege die Kraft LP, welche parallel mit der Basis AB Fig. 155 wirkt, in zwei andere Ld und Le, von denen erstere parallel mit AC läuft und letztere senkrecht auf AC steht, so wird Le denjenigen Theil der Kraft LP darstellen, welcher die Last gegen die schiefe Fläche drückt, und Ld denjenigen Theil der Kraft LP, welcher die Widerstände im Gleichgewicht erhält. Die Schwere La verursacht auf die schiefe Fläche einen Druck Lc und erzeugt der schiefen Fläche parallel einen Widerstand Lb. Hieraus folgt deßhalb, daß, um den Widerstand der Reibung mit in Berücksichtigung zu nehmen, der Theil Ld der Kraft P gleich sein müsse dem Widerstande Lb nebst der Quantität der Reibung, welche aus den beiden Drucken Le und Lc entspringt.

Aus dem Vorhergehenden ist bekannt, daß $Lc = \frac{AB}{AC} \cdot Q$ und $Lb = \frac{BC}{AC} \cdot Q$; ferner verhält sich in den ähnlichen Dreiecken LPd und ABC

$AC : AB = LP\ (= P) : Ld$ und $Ld = \frac{AB}{AC} \cdot P$;

$AC : BC = LP (= P) : Pd = Le$ u. $Le = \frac{BC}{AB} \cdot P.$

Es sei das Verhältniß der Reibung zum Druck = f, so muß für das Gleichgewicht

$$Ld = Lb + f(Le + Lc)$$

sein, oder wenn man die Werthe von Ld, Lb ꝛc. in die Gleichung setzt

$$\frac{AB}{AC} \cdot P = \frac{BC}{AC} \cdot Q + f\left(\frac{BC}{AC} \cdot P + \frac{AB}{AC} Q\right);$$

entwickelt man diese Gleichung nach den Regeln der Algebra und bringt man den Ausdruck f · BC · P in das vorderste Glied, so erhält man

$$\frac{AB}{AC} \cdot P - f\frac{BC}{AC} \cdot P = \frac{BC}{AC} \cdot Q + f \cdot \frac{AB}{AC} \cdot Q,$$

Da AC in allen Nennern der Brüche vorkommt, so kann man es weglassen, und man hat nun

$$(AB - f \cdot BC)\, P = (BC + f \cdot AB)\, Q$$

und $P = \frac{BC + f \cdot AB}{AB - f \cdot BC} \cdot Q.$

Diese Formel drückt die Kraft aus, welche, parallel der Basis der schiefen Fläche wirkend, während der Bewegung die Widerstände der Last und der Reibung im Gleichgewicht erhalten wird.

121) Die Bewegung eines Körpers längs einer schiefen Fläche kann auf zweierlei Weise Statt finden:

1) Durch die Wirkung einer Kraft P, welche den Körper in der Richtung AB aufwärts führt, oder ihn, während er von B nach A herabsteigt, zurückhält;

2) durch die Schwere, welche den Körper ohne irgend eine andere Kraft längs einer schiefen Fläche niedersteigen läßt. In beiden Fällen ist es der Zweck dieser Bewegung, den Körper von einem tiefern Ort A nach einem höhern B Fig. 153 oder von einem Orte nach einem tieferen zu bringen. Dies [illegible]natürlich auch geschehen, wenn man den

Körper regelmäßig von C nach B emporbewegt oder von B nach C fallen läßt; hierzu muß jedoch im ersten Falle das volle Gewicht des Körpers getragen werden, und im zweiten Falle wird dadurch dem Körper eine beschleunigte Kraft mitgetheilt; es braucht jedoch der Körper nur den Weg BC zu durchlaufen, welcher weit kürzer ist, als die Länge AB der schiefen Fläche, so daß hier wiederum zu berücksichtigen ist, daß man zwar mittelst einer schiefen Fläche einen Körper mit weniger Kraft auf die Höhe BC bringt, als wenn man ihn unmittelbar von C nach B hebt, daß aber dazu anderen Theiles gerade um so viel mehr Zeit erforderlich ist, als weniger Kraft nöthig ist.

Bei der Bewegung eines Körpers längs einer schiefen Fläche durch eine Kraft P ist zu bemerken:

a) Daß die Kraft nicht allein die Last und den Widerstand der Reibung im Gleichgewichte halten muß, sondern noch außerdem so viel Effect besitzen muß, als nöthig ist, um der Last die gehörige Schnelligkeit zu geben.

b) Daß, um die Last auf das Vortheilhafteste zu bewegen, die Richtung der Kraft mit der Länge der schiefen Fläche parallel laufen müsse. Auf diese Weise bedient man sich beim Richten von Gebäuden u. s. w. manchmal der schiefen Fläche, indem man auf die Höhe B eine Winde stellt, so daß das Seil, an welchem die Last hängt, parallel mit der Länge der schiefen Fläche läuft. Vermittelst dessen, was in dem vorhergehenden Kapitel über die Winde gesagt worden ist, läßt sich bestimmen, welche Last von einem oder von mehrern Arbeitern in einer bestimmten Zeit bis zu einer gewissen Höhe gebracht werden kann, wenn man sich dazu einer Winde und einer schiefen Fläche bedient.

Die Richtung der Kraft muß in diesem Falle so viel wie möglich durch den Schwerpunkt der Last laufen; findet dieses nicht Statt, so wird die Last, ohne jedesmal anzuecken und gegen die Fläche zu stoßen, doch nicht gleichförmig längs derselben hinaufgezogen werden und dadurch muß die bewegende Kraft einen Verlust leiden.

c) Wenn die Richtung der Kraft parallel mit der Basis der schiefen Fläche läuft, so muß der Punkt, auf welchen die Kraft wirkt, gerade um so viel aufwärts bewegt werden, als die Last steigt; denn wirkt die Kraft fortwährend im Punkte P Fig. 154, so wird die Richtung 'LP, wenn der Körper L in 'L angelangt ist, nicht mehr der Basis der schiefen Fläche parallel laufen. Die Kraft muß alsdann, um diese parallele Richtung zu behalten, zugleich mit der Last aufwärts bewegt werden. Selten oder niemals läßt man deßhalb eine Kraft parallel der Basis einer schiefen Fläche wirken, um eine Last auf dieser Fläche emporzuziehen; aber wenn ein Körper L in einer vertikalen oder auch in einer schrägen Richtung LN emporbewegt werden muß, so kann dieses durch eine Kraft P geschehen, welche eine schiefe Fläche parallel der Basis derselben unter dem Körper fortschiebt; denn in der Praxis ist dieses ganz einerlei, ob der Körper, während die Fläche unbeweglich bleibt, auf derselben durch eine Kraft fortgezogen wird, welche mit AC parallel wirkt. Auf diese Weise kommt die schiefe Fläche in vielen Werkzeugen mannichfaltig vor; sie hat dann verschiedene Formen, ist ihrer Länge nach nicht immer geradlinig, sondern kann auch krummlinig sein ꝛc., wovon in der Folge ein Mehreres gehandelt werden soll.

Die schiefe Fläche ist nicht anwendbar, um damit Körper beträchtlich hoch zu bewegen.

122) Die freie Bewegung eines Körpers L Fig. 153 längs einer schiefen Fläche AB findet erst bei einer solchen Neigung Statt, bei welcher der zerlegte Theil Lc der Schwere hinlänglich ausreichend ist, die Reibung zu überwinden, die aus dem Druck Lb entsteht; diese Neigung ist bei den verschiedenen Substanzen, die sich auf einander reiben, verschieden; sie kann auch dienen, die Reibung von Körpern zu bestimmen. Sobald die erwähnte Neigung größer wird, muß der Körper niederwärts sich bewegen; er wird stets gleitend niederwärts sich bewegen, so lange die vertikale Linie LZ Fig. 156, welche durch den Schwerpunkt L läuft, innerhalb der Basis ab dieses Körpers fällt; fällt diese Linie außerhalb derselben, so wird sich zwar der Körper niederwärts bewegen, aber zugleich auch anhaltend um seine Seiten drehen, oder doch wenigstens so lange, bis er auf eine Seitenfläche fällt und die senkrechte Linie LZ nun nicht mehr eine Richtung außerhalb der Basis des Körpers verfolgt. Eine Kugel wird deßhalb bei der geringsten Neigung niederwärts rollen und ein solcher Körper kann also dazu dienen, die horizontale Lage einer Fläche ziemlich genau zu prüfen.

Sehr häufig wird die schiefe Fläche angewendet, um zerbrechliche Materialien auf eine sanfte Weise in eine Tiefe niederzulassen.

122 *) Gleich wie die Bewegung eines senkrecht niederfallenden Körpers eine beschleunigte ist, eben so wird auch das freie Niedersteigen eines Körpers auf einer schiefen Fläche beschleunigt sein; da jedoch hier die schiefe Fläche das senkrechte Niedersteigen verhindert und den Körper also zum Theil emporhält, so muß die Beschleunigung auch geringer sein, als bei dem freien Falle. Eine mathematische Betrachtung dieses Falles lehrt:

a) Daß die Beschleunigung auf der schiefen Fläche demselben Gesetz unterworfen ist, welches auch für die frei fallenden Körper gilt, daß also die Räume sich verhalten, wie die Quadrate der verlaufenen Zeiten u. s. w.; diese Beschleunigung ist jedoch um so viel kleiner, als diejenige des freien Falles, als die Höhe BC der schiefen Fläche Fig. 157 kleiner ist, als die Länge AB dieser Fläche.

b) Wie nun auch die Neigung der schiefen Fläche sein möge, so muß für dieselbe Höhe die Schnelligkeit (es mögen dann AB oder BD die Längen sein), welche der Körper in den untersten Punkten A und D dieser schiefen Flächen erlangt hat, immer derjenigen vollkommen gleich sein, welche der aus B senkrecht fallende Körper im Punkte C besitzt; dieses findet selbst Statt, wenn der Körper von B nach A längs einer krummlinigen Fläche BEA niederwärts sich bewegt.

c) Wenn man aus C die Linie CF senkrecht auf die schiefe Fläche zieht, so muß BF den Raum anzeigen, welchen der Körper auf der schiefen Fläche in derselben Zeit durchlaufen hat, in welcher ein Körper von der Höhe BC frei herabfällt. Um also die Zeit zu finden, in welcher der Körper über die ganze schiefe Fläche von A nach B sich bewegt hat, ziehe man AG senkrecht auf AB und verlängere BC, bis diese Linie die Linie AG schneidet; nun berechne man nach Art. 37 die Zeit, welche ein Körper braucht, um frei durch den Raum BG zu fallen, und diese Zeit wird alsdann die verlangte sein.

Dieses alles gilt gleichwohl nicht ganz genau, wenn man die Reibung mit in Anschlag bringt;

denn dieser Widerstand bringt in den oben erwähnten Gesetzen einige Modification zuwege.

§. II.

Ueber den Keil.

123) Ein Keil ist ein Stück Holz, Eisen oder Stahl, welches im Durchschnitt immer dreieckig ist und meistentheils dazu dient, Körper zu spalten, ihre Theile von einander zu trennen, kleine Bewegungen auszuführen, Körper zu klemmen oder zusammenzuhalten u. s. w.

In den meisten Fällen ist es nicht gut möglich, genau den Effect zu bestimmen, welcher durch einen Keil ausgeübt wird; in den meisten Fällen ist dieses jedoch auch unnöthig oder dieser Mangel wird durch Versuche und durch die Erfahrung ersetzt, wenn eine solche Bestimmung sich nöthig machen sollte. Gleichwohl läßt sich im Allgemeinen der Satz aufstellen, daß die Wirkung eines Keiles um so größer sein werde, je kleiner der Winkel desselben ist, d. h. je schärfer der Keil ist. Die Anwendung des Keiles in der Werkzeugskunst beschränkt sich hauptsächlich auf folgende Fälle:

a) Er wird allgemein angewendet, um einen Körper in Theile zu zerlegen, zu spalten u. s. w. In diesem Betracht sind alle schneidende, scharfe und spitzige Werkzeuge Keile. Es ist bekannt, daß man in diesem Falle sehr große Wirkungen mit dem Keil hervorbringt und die Ursache derselben ist hauptsächlich die Bewegung, welche diesem Werkzeuge mitgetheilt wird, oder der Schlag, welcher auf dasselbe geführt wird. Man kann einen Körper sehr bequem zerschneiden, wenn man ein Messer auf der Oberfläche desselben hin- und herbewegt und dasselbe unter dieser Bewegung gegen die erwähnte Ober-

fläche andrückt. Drückt man dagegen das Messer senkrecht auf den Körper, so wird man häufig eine dergleichen Wirkungen nicht erlangen, oder wenn dieses der Fall ist, so muß erstlich das schneidende Werkzeug sehr scharf und zweitens der Druck auf dasselbe viel größer, als im ersten Falle sein; drittens wird man auch viel Zeit nöthig haben. Eine Säge bringt deßhalb auch eine große Wirkung hervor, weil die Keile, aus welchen sie besteht, mit einer gewissen Schnelligkeit gegen den zu zersägenden Gegenstand angedrückt werden. Eine Axt spaltet darum leicht, weil sie mit Kraft gegen das Holz geführt wird, — man erlangt hier mit einem Wort alle die größeren Wirkungen, welche eine lebende Kraft über einen todten Druck zu gewähren im Stande ist.

Diese Wirkungen hängen auch ab von der Schärfe der Keile, und diese muß in der Praxis im Verhältnisse stehen zur Härte der Substanzen, die geschnitten oder getrennt werden sollen. Der Keil selbst muß aus einer Substanz bestehen von größerer Härte als diejenige, auf welche er wirken soll. Man nimmt dazu gemeiniglich Gußstahl, den man bis zu verschiedenen Graden der Wärme glüht, alsdann plötzlich in kaltem Wasser, in Oel oder Fett ablöscht und ihm so verschiedene Grade der Härte geben kann. Die Schärfe dieser Keile muß immer geringer werden, je nachdem sie auf härtere Substanzen wirken sollen. Es beträgt z. B. die Schärfe eines gewöhnlichen Holzmeisels 18°; ein Meisel, mit welchem man auf der Drehbank geschmiedetes Eisen abdreht, hat eine Schärfe von ungefähr 60°; die großen Scheren, mit welchen das starke gewalzte Eisen abgeschnitten wird, bestehen aus stählernen Keilen, deren Schärfe zwischen 80° und 86° beträgt u. s. w.

Endlich leuchtet es ein, daß die Wirkung hier auch abhängen müsse von der Art und Weise, wie der Keil gegen den Körper gerichtet wird; eine Axt muß auf den zu spaltenden Körper senkrecht wirken; ein Meisel muß schräg gegen den Körper wirken und zwar je nach dem Zweck unter einem größeren oder kleineren Winkel u. s. w., was alles von Erfahrung und Behandlung abhängt. Wir haben indessen von dergleichen Erfahrungen noch sehr wenig gute Auskunft, was doch bei Errichtung vieler Maschinen sehr wünschenswerth sein müßte.

b) Wenn der Keil angewendet wird, um zwei Körper von einander zu trennen oder einen Körper bis auf eine geringe Höhe zu bewegen, so ist seine Gestalt ein quer durchschnittenes Parallelepipedon Fig. 158 und die Wirkung desselben kommt dann derjenigen einer schiefen Fläche gleich, welche parallel zu ihrer Basis fortbewegt wird. Diese Bewegung des Keiles wird herbeigeführt durch die Schläge eines Hammers, also durch Stöße. Deßhalb kann man mit schwachen Hammerschlägen auf den Kopf eines Keiles einen sehr schweren Körper emporbewegen. In dieser Hinsicht ist der Keil häufig von großem Nutzen, um einen Körper höher zu stellen, ihm einen horizontalen Stand zu geben u. s. w.

c) Im Fall ein Körper irgendwo festgeklemmt, oder irgendwo festgestellt werden muß, oder wenn zwei Körper zusammengehalten werden sollen, und zwar alles dergestalt, daß man das Klemmen, das Feststellen und das Verbinden nach Willkühr wieder einstellen kann, so leistet der Keil treffliche Dienste. So kann man z. B. ein Rad A Fig. 159 nach Willkühr an einer Axe BC feststellen und beweglich machen, indem man in der Axe eine halbrunde Auskehlung und im Rad einen viereckigen Einschnitt anbringt; wenn man dann in diese Auskehlung einen

halbrunden Keil F schlägt, dessen vortretende Ecken in den Einschnitt a sich klemmen können, so muß natürlich das Rad an der Axe festgestellt werden, wenn man den Keil auf die bezeichnete Weise festschlägt; das Rad wird wiederum beweglich, wenn man den Keil zurücknimmt.

Zwei Körper A und B Fig. 160, durch welche ein Bolzen CD gesteckt wird, welcher von unten eine viereckige Oeffnung a besitzt, in die sich ein Keil schlagen läßt, können auf diese Weise durch das Einschlagen des Keiles fest verbunden und durch das Herausschlagen desselben wiederum frei werden. Es ist hierbei zu bemerken, daß das Loch a schräg ausgestochen werden muß und zwar nach der schrägen Gestalt des Keiles bc, sonst ist die Befestigung unvollkommen und der kleine Keil kann durch einige Bewegung der Stücke A und B im Bolzen leicht wieder locker werden.

Zu einer noch festeren Verschließung von zwei Stücken A und B Fig. 161, welche sich in einander schieben lassen, gebraucht man auch zwei Keile ab und cd, welche gegen einander geschlagen werden; ein Bolzen ist dann hier nicht nöthig, und die Auslochung, in welche die Keile geschlagen werden, braucht dann auch nicht schräg ausgearbeitet zu sein, was die Arbeit sehr erleichtert; es ist nöthig, daß die Keile gleich groß sind.

Sechstes Kapitel.
Ueber die Schraube.

§. I.
Ueber die Schraube im Allgemeinen; wie man die Projection eines Schraubengewindes construirt u. s. w.

124) Eine Schraube ist ein hölzerner oder metallener Cylinder AB Fig. 162, welcher seiner Länge nach von A nach B in einer schrägen Richtung BEFG ausgeschnitten ist. Es besteht deßhalb auf der Oberfläche des Cylinders nur eine einzige Rinne, welche wegen ihrer schrägen Richtung von dem einen Ende A nach dem anderen B ohne Unterbrechung fortläuft und sich auf diese Art regelmäßig um den Cylinder windet.

In ein Stück CD ist eine runde Oeffnung gebohrt, deren innere Seite auf dieselbe Weise wie der Cylinder ausgeschnitten ist, so daß die vortretenden Theile FG des Cylinders vollkommen in die Vertiefungen des Stückes CD passen. Der massive ausgeschnittene Cylinder AB kann sich deßhalb in dem hohlen ausgeschnittenen Cylinder CD drehen und fortbewegt werden.

Man nennt den massiven Cylinder Vaterschraube und das ausgehöhlte Stück die Mutterschraube oder die Schraubenmutter. Die Vaterschraube und die Schraubenmutter zusammengenommen stellen das Werkzeug dar, mit welchem man in der Werkzeugskunst die mächtigsten Wirkungen erlangt und was von sehr allgemeiner Anwendung ist.

Die hervortretenden ähnlichen Theile BE, FG rc. der Schraube werden Schraubengewinde genannt; sie sind viereckig oder dreieckig, je nachdem der Durchschnitt der gewundenen Rinne eine vier-

eckige oder dreieckige Form besitzt. Nach der Figur des Schraubengewindes nennt man die Schrauben auch Schrauben mit viereckigen oder flachen Gewinden und Schrauben mit dreieckigen oder scharfen Gewinden; man kann die Gewinde auch rund machen. Metallene Schrauben (die sehr kleinen ausgenommen) haben immer flache oder runde Gewinde; Holzschrauben müssen ein scharfes Gewinde haben und zwar aus Gründen, die in der folgenden Abtheilung einleuchten werden. Wenn die Rinne überall auf dieselbe Weise um den Cylinder läuft, so sind alle Gewinde gleich und ähnlich und laufen mit einander parallel.

Die Entfernung FH zwischen zwei Gewinden wird der Gang der Schraube genannt. Der Gang ist also die Entfernung zwischen dem Anfang F und dem Ende H eines Umganges des Gewindes um den Cylinder, und dieser Gang ist also größer oder kleiner, je nachdem die Gewinde mehr oder weniger schräg um den Cylinder laufen. Wenn der Gang um einen kleinen Cylinder Fig. 163 sehr groß ist, so wird dadurch der Zwischenraum der Rinne ACDB zwischen zwei Gewinden groß und kann oft noch 1, 2 oder mehr Gewinde wie bc von derselben Dicke als AB und CD in sich fassen. Man trifft diese Einrichtung, damit die Last weniger von einzelnen Gewinden getragen werden muß, und man sagt dann, die Schraube bestehe aus zwei, aus drei oder aus mehr Gewinden, je nachdem zwischen AB und CD noch 1, 2 oder mehrere Gewinde liegen. Hieraus ist ersichtlich, daß der Gang oder die Flucht einer Schraube nicht gerechnet werden darf nach der Entfernung von zwei auf einander folgenden Gewinden (denn dann müßte in der Schraube Fig. 163 Aa der Gang sein, da es doch AC ist), sondern nach

der Entfernung zwischen dem Anfang und dem Ende eines Umganges des Gewindes. FH Fig. 162 ist der Gang einer Schraube mit einem Gewinde und FI der Gang einer Schraube mit zwei Gewinden &c.

Die Gestalt des Gewindes, oder der Vertiefung um die Schraubenspindel herum kann durch das Aufwickeln eines rechtwinkligen Dreieckes ACB Fig. 164 um einen Cylinder entstehen; die Hypothenuse AB, die geradlinig ist, wenn das Dreieck aufgerollt ist, nimmt auf der Oberfläche des Cylinders die Richtung einer schrägen Schlangenlinie, wovon die Theile ab, cd bei jedem Umgange des Cylinders gleich den Gewinden einer Schraube parallel laufen. Wenn die Basis BC dann eben so lang ist, als der Umfang der kreisförmigen Basis CD des Cylinders, so wird man das Dreieck gerade einmal um den Cylinder winden können und AC wird alsdann der Gang der Schraube sein.

125) Aus der Meßkunst ist es bekannt, daß, wenn man die Seite BC eines Dreiecks in gleiche Theile BE = ef = fg u. s. w. theilt, und die Linien he, fi u. s. w. parallel mit AC zieht, daß alsdann die Linie fi im zweiten Theilpunkte f gleich sein müsse dem doppelten der Linie he, welche aus dem ersten Theilpunkte e gezogen ist; daß ferner gk = 3he, lm = 4he sein müsse &c. Hieraus und aus der Art und Weise, wie die Schraubenlinie abcd auf der Oberfläche des Cylinders entsteht, ergibt sich ein Verfahren, eine Schraubenlinie und dadurch ein Schraubengewinde auf jeden Cylinder zu zeichnen. Es sei AB Fig. 165 der Gang, den das Schraubengewinde haben muß; man theile den Umfang ACDE des Cylinders in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, z. B. in 12 (doch jemehr Theile man nimmt, desto genauer wird die Gestalt des Gewindes werden), und ziehe aus den Theil-

punkten auf der Oberfläche des Cylinders die gleich weit von einander entfernten senkrecht stehenden Seiten ab, cd u. s. w.; man theile den Gang AB ebenfalls in 12 Theile und nehme auf der zweiten senkrecht stehenden Seite ab, a1 = 1 Theil von AB; auf der zweiten Seite cd, c2 = 2 Theile von AB; auf der dritten f3 = 3 Theile von AB ꝛc. Nachdem man dieses um den ganzen Umfang herum fortgesetzt hat, wird die Schlangenlinie A 12345....B durch alle die Theilpunkte 123 u. s. w. von A nach B gezogen die verlangte Schraubenlinie sein, deren Entstehung man aus der Art und Weise, wie diese Linie Fig. 164 erklärt worden ist, leicht wird begreifen können.

Hieraus ergibt sich eine Manier, die Projection einer Schraubenlinie und dadurch diejenige eines Schraubengewindes auf einer Fläche zu construiren, welcher die Axe des Cylinders parallel läuft. Dieses ist z. B. nothwendig, wenn man eine Schraube im Standrisse nett und nach der wahren Gestalt der Gewinde zeichnen soll.

Es sei das Rechteck ABDC Fig. 160 die Projection des Cylinders, um welchen herum die Schraubengewinde laufen, so ist AB die Projection der Grundfläche. Diese Grundfläche ist ein Kreis ACB, von welchem die Projection AB der Durchmesser ist. Man theile diesen Umfang (oder was genügend ist, den halben Umfang A4B) in eine gleiche Anzahl gleicher Theile, z. B. in 16 gleiche Theile, und also den halben Umfang in 8 Theile und ziehe aus den Theilpunkten Linien, 1a, 2b u. s. w., welche parallel laufen mit der vertikalen Seite AC oder BD des Cylinders, dann müssen diese Linien die Projectionen der vertikalen Seiten sein, welche Fig. 165 auf der Oberfläche des Cylinders alle gleich weit von einander abstehen, was jedoch in der Zeichnung

sehen, ganz sichtbar sind; die übrigen, welche hinten oder auf der anderen Seite der Schraube ihren Verlauf haben und in der Figur punktirt sind, kommen nicht in Betrachtung.

Es lassen sich bei dieser Construction viele Dinge anführen, durch welche die Ausführung abgekürzt wird, doch fallen sie bei einiger Aufmerksamkeit während der Ausführung von selbst ins Auge und es ist auch schwierig, davon eine deutliche Beschreibung zu geben.

Das Zeichnen von Schrauben mit dreieckigem Gewinde geschieht auf eine ähnliche Weise, wie für die Schraube mit flachem Gewinde angegeben worden ist; man kann dieses als Uebungsbeispiel betrachten und davon ausgehen, daß der Winkel des scharfen Gewindes meistentheils = 90° ist. Dadurch ist die Tiefe eines Gewindes von selbst bestimmt, sobald man den Gang der Schraube kennt.

Die Gewinde kleiner Schrauben können natürlich nicht mit der Genauigkeit gezeichnet werden, als es bei großen Schrauben der Fall ist; man deute sie dann nur durch schräge, parallele gerade Linien an.

Es ist gar nicht schwierig, durch die beschriebene Construction eine Schraube mit zwei oder mehr Gewinden, dieselben mögen flach oder scharf sein, zu zeichnen, so wie man dann auch im Stande ist, eine Schraube zu zeichnen, welche nicht auf einen Cylinder, sondern auf einen abgestumpften Kegel und auf jeden anderen drehbaren Körper geschnitten ist. Das Zeichnen von Projection einer Winde oder einer Wasserschraube und einer gerade aufsteigenden Wendeltreppe beruht auf denselben Grundsätzen.

§. II.

Ueber den Effect, welcher mit der Schraube sowohl im Gleichgewicht, als in der Bewegung ausgeübt wird.

127) Wenn an der Mutter CD Fig. 168 einer Schraube eine Last L hängt, so kann diese Last durch das Umdrehen der Schraube A auf- oder niederbewegt werden, d. h. wenn die Schraubenmutter CD zwischen zwei Säulen oder Rollen beweglich ist und durch Einschnitte oder Ringe, mit welchen sie zu beiden Seiten an den Säulen anschließt, verhindert wird, sich gleichzeitig mit der Schraube umzudrehen. Die Kraft, welche hierzu erfordert wird, ist sehr leicht zu bestimmen; denn die schräge Gestalt eines Gewindes Fig. 164 ist ähnlich einer schiefen Fläche AB, deren Basis CB und Höhe AC der Umfang des Cylinders DCb und der Gang AC der Schraube sind; wenn letztere mit der Schraubenmutter steigt, so wird diese so zu sagen auf einer schiefen Fläche aufwärts bewegt, und wirkt die Kraft gerade an dem Umfange des Cylinders, dann wirkt sie während der Umdrehung der Basis der Schraube parallel und also parallel der Basis der erwähnten schiefen Fläche; für das Gleichgewicht wird sich deßhalb die Kraft zur Last verhalten, wie sich die Höhe der schiefen Fläche zur Länge der Basis derselben verhält, d. h. wie sich der Gang der Schraube zur Länge ihres Umfanges verhält. Wirkt nun die Kraft nicht gerade an dem Umfange der Schraube, sondern an einem Hebel AB Fig. 168, welcher durch den Kopf A geführt ist, so muß die Kraft um so viel mehr Effect haben, da sie an einem längeren Hebelarm wirkt; man muß nun in der vorhergehenden Proportion nicht setzen „die Länge des Umfanges der Schraube,“ sondern „die Länge des Umfanges, be-

schrieben durch den Punkt B des Hebels," wo die Kraft angewendet worden ist. Die Proportion zwischen Kraft und Last ist dann im Allgemeinen: die Kraft verhält sich zur Last, wie sich der Gang der Schraube zur Länge des Umfanges verhält, den der Punkt beschreibt, wo die Kraft angewendet wird.

Man kann diese Wahrheit noch auf diese vielleicht begreiflichere Art beweisen. Bei der Betrachtung der vorhergehenden einfachen Werkzeuge ist gezeigt, daß bei denselben Gleichgewicht zwischen Kraft und Last bestehen müsse, wenn diese zu einander im umgekehrten Verhältnisse der Räume stehen, die sie in derselben Zeit durchlaufen. Dieses Gesetz des Gleichgewichtes ist auf jedes zusammengesetzte oder einfache Werkzeug anwendbar und findet also auch bei der Wirkung der Schraube Statt. Nun ist es aus der Art und Weise, wie die Gewinde der Schraube um den Kern laufen, ganz deutlich, daß, wenn die Schraube einmal umgedreht wird, das Gewinde in der Mutter auch um einen Umgang auf- oder niedersteigt. Deßhalb muß eine mit der Schraube, oder mit der Schraubenmutter verbundene Last gerade um einen Gang auf- oder niedersteigen. Der Raum, den die Last deßhalb bei einem Umgang der Schraube durchläuft, ist gleich dem Gange der Schraube, aber der Raum, welcher die Kraft dann beschreibt, ist gleich dem Umfange des Kreises, wovon der Hebelarm AB der Radius ist. Da nun Kraft und Last im umgekehrten Verhältnisse dieser beschriebenen Räume stehen, so müssen sie sich folglich zu einander verhalten, wie der Gang der Schraube zur Länge des Umfanges, den der Hebel AB beschreibt.

Hieraus folgt deßhalb, daß je größer der Hebel AB im Vergleich zur Länge des Ganges ist, durch dieselbe Kraft eine um so größere Last emporgehoben werden kann; oder auch, ohne auf die Länge des Hebels Rücksicht zu nehmen: es wird der Effect der Schraube um so größer sein, je kleiner der Schraubengang ist, oder auch, je feiner das Gewinde ist.

Da dieses Verhältniß sowohl für Schrauben mit flachen, als für Schrauben mit dreieckigen oder scharfen Gewinden immer auf dieselbe Weise besteht, so dient es auch zur Bestimmung der Kraft, der Last, des Schraubenganges und des Hebelarmes der Kraft, sobald drei von diesen Bestimmungen gegeben sind. Ein Paar Beispiele sollen im folgenden § gegeben werden, wo wir die Quantität der Reibung der Schraube in der Schraubenmutter näher bestimmen wollen.

Ueber die Bewegung der Schraube ist nichts Besonderes zu bemerken, als daß die Last meistentheils sehr langsame Fortschritte macht, während die Kraft einen großen Weg zurücklegen muß. Mit wenig Kraft kann man dann beim Gebrauch einer Schraube eine große Last bewegen, aber was an Kraft gewonnen wird, geht an Zeit verloren, deßhalb wendet man keine Schrauben an, um schnelle Bewegungen hervorzubringen. Im Uebrigen gilt hier alles, was über die Bewegung bei der Winde und bei der Schiffswinde gesagt worden ist; denn hat man eine Kraft zur Hand, die während einer Bewegung von größerer oder kleinerer Schnelligkeit die Last und den Widerstand der Reibung im Gleichgewicht erhalten kann, so wirkt dieselbe an dem Hebel im Kopfe der Schraube eben so wie an den Handspeichen oder Armen einer Winde oder einer Schiffswinde; es entsteht Verlust, wenn die Bewe-

gung, statt anhaltend im Kreise sich zu bewegen, abgebrochen ist, wie bei einer durch ihre Arme in Bewegung gesetzten Winde. Im entgegengesetzten Fall ist die Größe der Kraft unveränderlich. Dieses findet z. B. statt bei Maschinen, wenn die Schraube nicht durch Hebel bewegt wird, sondern durch ein mit ihrem Kopfe verbundenes Zahnrad, das von anderen Rädern seine Bewegung empfängt, wovon in der Folge Beispiele gegeben werden sollen.

§. III.

Ueber die Quantität der Reibung der Schraube.

128) Die Quantität der Reibung der Schraube hängt hauptsächlich ab von der Genauigkeit, mit welcher sie in die Schraubenmutter paßt und in derselben sich bewegt; denn sobald diese Stücke mit keiner großen Genauigkeit verfertigt sind, ist der Widerstand der Reibung auch sehr ungleich und, wie sich von selbst ergibt, gar keiner Berechnung fähig; doch sind die einzelnen Stücke in allen Theilen gleichförmig gearbeitet und genau abgemessen, so kann dieser Widerstand einigermaßen durch Berechnung ausgemittelt werden *). Die Quantität der Reibung ist jedoch bei Schrauben mit flachen und scharfen Gewinden verschieden. Für Schrauben mit flachen Gewinden wird sie auf dieselbe Weise, wie die Reibung einer Last gefunden, die auf einer schiefen Fläche

*) Dieses ist bei allen mechanischen Berechnungen der Fall; sie können ganz und gar mit der wahren Beschaffenheit übereinstimmen, wenn die Theile des Werkzeuges, die rund, viereckig, dreieckig u. s. w. sein müssen, diese Form mit der größtmöglichen Genauigkeit bekommen haben. Ist dieses nicht der Fall, so werden die größten Ungleichheiten zwischen dem Resultat der Berechnung und dem Resultate der vorliegenden Erfahrung bestehen.

durch eine Kraft hinaufbewegt wird, welche p
mit der Basis der schiefen Fläche wirkt.
man dann P den Effect und Q die mit der
lichen oder männlichen Schraube verbundene
wozu auch jedesmal das Gewicht der weibliche
männlichen Schraube gerechnet wird (weil dies
wichte auf die Gewinde drücken und natürlich
Reibung verursachen), so würde der Effect P,
die Reibung dabei mit in Anschlag gebracht
(siehe Art. 120 Fig. 164), auszudrücken sein

$$P = Q \times \frac{AC + f \times BC}{BC - f \times AC};$$

Die Höhe AC der schiefen Fläche ist hi
Gang und wir wollen sie h nennen; die Basi
der schiefen Fläche ist der Umfang der Sch
aber eigentlich ist sie die wahre Basis nicht;
das Schraubengewinde besteht aus einer s
Fläche, welche aus der Vereinigung der Hy
nusen zwei verschiedener rechtwinkliger Dreieck
standen ist; das eine nämlich ist die auf den
gezogene Schraubenlinie, das andere befinde
auf der äußersten Oberfläche und ist die
Kante der Gewinde. Da nun diese Dreiecke
gleich groß sind, sondern da das auf dem Ke
findliche einen weniger scharfen Winkel AB
dasjenige auf der äußersten Oberfläche hat, so
man die Neigung der gedachten Fläche mitten
schen diesen beiden Winkeln nehmen. Dadurch
die Länge BC der schiefen Fläche nicht glei
Länge des Umfanges der äußersten Oberfläch
eben so wenig gleich der Länge des Umfang
Kernes, sondern gleich der Länge des Umfange
schen den beiden erwähnten Umständen in der
der Tiefe des Gewindes. Da jedoch die Tie
Gewindes im Vergleiche zur Dicke der Sch

fast immer gering ist, so kann man, um die Berechnung nicht weitschweifig zu machen, den Umfang der äußersten Oberfläche als Basis der schiefen Fläche annehmen, ohne dadurch von der Wahrheit viel abzuweichen. Nennt man alsdann den Radius oder die halbe Dicke der Schraube r, so ist ihr Umfang $= 3{,}1416 \times 2 \times r = 6{,}2832 \times r$ deßhalb wird

$$P = Q \times \frac{5 + 6{,}2832 \times fr}{6{,}2832\,r - fs}.$$

Da aber hier vorausgesetzt ist, daß die Kraft P auch gerade am Umfange der Schraube wirke, so muß die Formel verändert werden, wenn die Kraft, wie es meistentheils der Fall ist, an einem Hebel wirkt. Es sei R die Länge des Hebels, aus dem Mittelpunkte der Schraube gerechnet, und ist nun die Kraft $= P$, wenn sie an dem Umfange wirkt, d. h. in einer Entfernung r vom Mittelpunkte, so wird sie gleich sein $P \times \frac{r}{R}$, sobald sie auf den Hebelarm R wirkt (was aus der Eigenschaft des Hebels deutlich hervorgeht), folglich muß die oben stehende Formel mit $\frac{r}{R}$ multiplicirt werden, um die Kraft auszudrücken, welche an dem Hebel R wirkt. Die Formel wird dann

$$P = \frac{Q}{R} \times r \times \frac{5 + 6{,}2832 \times fr}{6{,}2832\,r - fs}; \ldots\ldots\ldots \text{(A)}$$

und diese Formel (in welcher f das Verhältniß der Reibung zum Drucke bezeichnet) drückt nun den Effect der Schraube aus, wenn der Widerstand der Reibung mit in Rechnung gebracht ist.

129) Die Schrauben mit flachen Gewinden werden meistentheils aus Eisen oder Stahl verfertigt; sie müssen sich dann in metallenen (Messing

mit Zinn legirt) Schraubenmuttern drehen. Schrauben mit scharfen Gewinden sind meistentheils aus Ulmenholz verfertigt, und wenn man überhaupt eiserne Schrauben mit scharfen Gewinden anwendet, so sind dieses Verbindungsschrauben, in Bezug auf welche nie eine Berechnung angestellt zu werden braucht. Die Formel des vorhergehenden Artikels gilt dann insbesondere für eiserne oder verstählte Schrauben, welche sich in metallenen Schraubenmuttern drehen; eine männliche und eine weibliche Schraube laufen indeß niemals trocken, sondern sind immer mit Oel geschmiert, so daß man für die Quantität der Reibung f die Zahl 0,12 nehmen muß, welche in der Tabelle Nr. 2 Art. 61 unter „Kupfer auf Eisen, mit Oel geschmiert" verzeichnet. Statt der Zahl 0,12 nehme man jedoch 0,14, um einigermaßen die Reibung der Gewinde AF, KH Fig. 167 in den Vertiefungen der Schraubenmutter in Rechnung zu bringen; denn, wenn die Schraube einen senkrechten Stand hat, so werden diese Gewinde zwar nicht gegen die Austiefungen in der Schraubenmutter angedrückt, sondern sie müssen sich auf einander reiben und erlangen durch das Bestreichen mit Oel ein gewisses Ankleben, was einigen Widerstand erzeugt. Bringt man nun in die erwähnte Formel f die Zahl 0,14, so erhält man

$$P = \frac{Q}{R} \times r \times \frac{s + 0{,}88 \times r}{6{,}2832\, r - 0{,}14\, s}.$$

Aus dieser Formel ergibt sich, daß, wenn die Last und der Hebelarm der Kraft dieselben bleiben, die Reibung mit der Dicke der Schraube und mit der Größe des Ganges zunimmt; aus der Berechnung verschiedener Schrauben ergibt sich auch, daß diese Vermehrung sehr regelmäßig zunimmt; das Ergebniß hiervon ist im folgender Tabelle und in der Erklärung derselben niedergelegt.

Gang der Schraube.	Halbe Dicke der Schraube.	Werthe der Kraft sammt d. Reibung.	Werthe der Kraft ohne die Reibung.
Niederl. Lin.	Niederl. Lin.	Niederl. Pfunde.	Niederl. Pfunde.
5	10	$2,22 \times \frac{Q}{R}$	$0,795 \times \frac{Q}{R}$
6	12	$2,69 \times \frac{Q}{R}$	$0,954 \times \frac{Q}{R}$
7	14	$3,13 \times \frac{Q}{R}$	$1,118 \times \frac{Q}{R}$
8	16	$3,58 \times \frac{Q}{R}$	$1,272 \times \frac{Q}{R}$
9	18	$4,03 \times \frac{Q}{R}$	$1,431 \times \frac{Q}{R}$
10	20	$4,48 \times \frac{Q}{R}$	$1,590 \times \frac{Q}{R}$
20	40	$8,88 \times \frac{Q}{R}$	$3,180 \times \frac{Q}{R}$
25	50	$11,13 \times \frac{Q}{R}$	$3,975 \times \frac{Q}{R}$
30	60	$13,29 \times \frac{Q}{R}$	$4,77 \times \frac{Q}{R}$
35	70	$15,54 \times \frac{Q}{R}$	$5,565 \times \frac{Q}{R}$
40	80	$17,79 \times \frac{Q}{R}$	$6,36 \times \frac{Q}{R}$
45	90	$20,04 \times \frac{Q}{R}$	$7,155 \times \frac{Q}{R}$

Die Werthe der Kraft (worunter auch die Reibung mit begriffen ist), welche in der dritten Columne dieser Tabelle vorkommen, sind durch die oben

stehende Formel berechnet; die in der vierten Columne vorkommenden Werthe, wo die Reibung nicht berücksichtigt ist, sind nach folgender Proportion berechnet

P : Q = 5 (Gang) : 6,2832 R (Umfang, beschrieben vom Hebelarm), deßhalb ist die Kraft

$P = \frac{Q \times S}{6{,}283 \times R} = \frac{Q}{R}\ 0{,}159 \times 5$; so daß, wenn man die Zahl 0,159 mit dem Schraubengang, in niederländischen Linien ausgedrückt, multiplicirt, man die Zahlen zum Resultat erhält, welche in der vierten Columne enthalten sind.

Aus der Vergleichung einiger Berechnungen hat sich ergeben:

a) Daß, wenn der Schraubengang derselbe bleibt, aber die Dicke der Schraube zunimmt, der Zuwachs der Kraft ziemlich 0,07 $\frac{Q}{R}$ ℔ für jede niederländische Linie beträgt, um welche die Dicke zunimmt.

b) Daß, wenn die Dicke der Schraube dieselbe bleibt, man der Kraft, welche erforderlich ist, um die Last und die Reibung zu überwinden, jedesmal ziemlich 0,17 $\frac{Q}{R}$ ℔ für jede niederländische Linie Vergrößerung des Schraubenganges hinzufügen müsse.

Und hieraus folgt dann, daß man mit jeder Zahl obiger Tabelle sehr leicht die Kraft berechnen kann, die auf jede Schraube angewendet werden muß, um eine gewisse Last im Gleichgewichte zu erhalten und um die Reibung zu überwinden. Man will z. B. die Kraft wissen für eine Schraube, deren halbe Dicke 20 niederländische Linien und deren Schraubengang einen niederländischen Zoll oder 10 niederländische Linien beträgt.

Für eine Schraube, die einen Schraubengang von 5 Linien und eine halbe Dicke von 10 Linien hat, wird die Kraft ausgedrückt durch

. . . . $P = 2{,}22 \frac{Q}{R}$

für jede Linie Vergrößerung des Ganzen muß man hinzufügen $0{,}17 \frac{Q}{R}$ ℔, also für 5 Linien Vergrößerung ist zu Obigem hinzuzuaddiren . . . . . $= 0{,}85 \frac{Q}{R}$

es muß also für eine Schraube, die 10 Linien halbe Dicke und einen Gang von 10 Linien hat, die Kraft werden . . . . $= 3{,}07 \frac{Q}{R}$

Für jede Linie Vermehrung in der Dicke muß hinzugefügt werden $0{,}07 \frac{Q}{R}$ ℔, d. i. für 20 Linien Vermehrung der Dicke, oder für 10 Linien Vermehrung in der halben Dicke $20 \times 0{,}07 \frac{Q}{R}$ . . . . $= 1{,}40 \frac{Q}{R}$

so daß die verlangte Kraft für eine Schraube von 20 Linien halber Dicke und 10 Linien Schraubengang wird . . . . $P = 4{,}47 \frac{Q}{R}$.

In der Tabelle steht $4{,}48 \frac{Q}{R}$, was nach der Formel berechnet ist, und da diese geringe Verschiedenheit

ganz unberücksichtigt bleiben kann, so ergibt sich daraus die Wahrheit der erklärten Regel. Für jede andere Schraube, von welcher Beschaffenheit auch die Dicke und der Schraubengang derselben sein mögen, muß man eine ähnliche Berechnung anstellen, und um dieses aufs Kürzeste zu bewerkstelligen, nehme man aus der Tabelle diejenige Zahl als Basis, welche zu einer Schraube gehört, die in ihren Dimensionen der fraglichen Schraube am nächsten kommt. Zur Uebung dienen diese zwei Beispiele:

1) Welches ist der Werth von P für eine Schraube, die 44 Linien dick ist und einen Schraubengang von 12 Linien hat? Antwort $P = 5{,}1 \frac{Q}{R}$.

2) Und welches ist der Werth, wenn die halbe Dicke 26 und der Schraubengang 15 Linien beträgt? Antwort $6{,}17 \frac{Q}{R}$.

Sobald man die Größe der Last und die Länge des Hebels R kennt, läßt sich die ganze Quantität der Kraft auch sehr leicht berechnen, nur muß man die Länge des Hebels in niederländischen Linien ausdrücken, weil auch der Schraubengang und die Dicke der Schraube nach Linien bestimmt sind. Es soll z. B. der Druck der Kraft P bestimmt werden, die an einem Hebel von 6 niederländischen Palmen oder 600 Linien wirkt, während der Bewegung eine Last von 400 ℔ im Gleichgewicht erhält und dazu eine Schraube von 26 Linien halber Länge und einem Schraubengang von 15 Linien braucht. Die Auflösung des vorhergehenden zweiten Beispieles lehrt, daß diese Kraft im Allgemeinen ausgedrückt wird durch $P = 6{,}17 \times \frac{Q}{R}$,

nun ist $Q = 400$ und $R = 600$, also $\frac{Q}{R} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

und $P = 6{,}17 \times \frac{2}{3} = \frac{12{,}34}{3} = 4{,}113$ ℔.

Bestände keine Reibung, so würde die Kraft P sein $= 0{,}159 \times 5 \times \frac{Q}{R} = 0{,}159 \times 15 \times \frac{2}{3} = 1{,}59$ ℔.

Hieraus ergibt sich deßhalb, daß die Reibung der Schraube sehr groß ist, da die Kraft, um durch die Schraube eine gewisse Last zu bewegen, durch die Reibung mehr als das Doppelte von dem ist, was sie sein würde, wenn keine Reibung vorhanden wäre und dieses findet bei keinem andern einfachen Werkzeuge Statt. Es verdient bemerkt zu werden, daß, wenn die Reibung bei Seite gesetzt wird, die Kraft nur abhängt von dem Gange der Schraube, die Dicke der Schraube mag übrigens groß oder klein sein; aber sobald man die Reibung mitrechnet, kommt auch die Dicke der Schraube mit in Betrachtung.

130) Die Reibung der dreieckigen Schraube ist aus zwei Gründen größer, als diejenige der viereckigen Schraube.

Zuerst ist die schräge Oberfläche dc Fig. 169, auf welcher die Last von den Gewinden der dreieckigen Schraube getragen werden muß, größer, als die ziemlich horizontale Oberfläche ab der Gewinde der viereckigen Schraube. Nun lehrt die Erfahrung zwar, daß die Quantität der reibenden Oberflächen wenig oder keine Vermehrung in der Reibung zuwege bringt, und es ist auch aus der Erfahrung bekannt, daß die Reibung der Schraube ziemlich dieselbe ist, ob sie nun mit zwei, drei oder mehr Um-

gängen des Gewindes in der Schraubenmutter läuft; aber diese Reibung muß nach der Gestalt der Gewinde, nothwendig zunehmen. Nun besteht die Fläche des Gewindes einer Schraube aus einer Menge an einander grenzender kleiner schiefer Flächen, die von dem Umfange nach dem Kern hin an Neigung zunehmen, so daß also jede eine verschiedene Reibung verursachen muß. Diese Zunahme der Neigung ist bei der dreieckigen Schraube größer, als bei der viereckigen und zwar nach dem Verhältnisse der Ausbreitung der Oberfläche ab und dc, weßhalb hier die größere Länge von dc im Vergleich zur Länge von ab sicherlich in Berücksichtigung kommt.

Zum Andern wird bei der dreieckigen Schraube die Schraubenmutter stärker gegen ef und cd angedrückt, als gegen ab in der viereckigen Schraube; denn es stelle gi den Theil der Last vor, von welcher eine kleine Strecke des Gewindes gedrückt wird; diese Drucke erfolgen auf die flachen Gewinde beinahe senkrecht, aber auf die scharfen sehr schräg, so daß sie zerlegt werden können in die Drucke gh und ih, km und lm senkrecht auf das Gewinde und in der Richtung der Neigung des Gewindes. Vermöge dieser letztern müßte die Schraubenmutter von den Gewinden abgleiten, wenn dieses möglich wäre; da es jedoch nicht geschehen kann, so wird die Schraubenmutter durch den Druck hi gegen die gegenüber liegende Seite ef und zugleich durch den Druck ml auch gegen die Seite dc angedrückt, so daß jede dieser Seiten ziemlich senkrecht gedrückt wird durch gh + lm und km + hi, und es ist jede dieser Summen immer größer als gi oder kl, welches die lothrechten Drucke auf die Gewinde der viereckigen Schraube sind.

Man kann annehmen, daß die Reibung der Schraube mit scharfem Gewinde meistentheils noch

einmal so groß sei, als die Reibung einer Schraube mit flachem Gewinde, deren Kern und Schraubengang von gleicher Größe sind, als bei ersterer Schraube.

Es kommt jedoch wenig vor, daß die Reibung der dreieckigen Schraube berechnet werden muß; denn da sie im Großen ausgeführt immer aus Holz bestehen und meistentheils nur zum Pressen dienen, wobei man die Quantität der nöthigen Kraft niemals aufs Genaueste zu kennen braucht, so ist die Bestimmung der Reibung dann auch unnöthig.

Wird dieses gleichwohl verlangt, so kann man (da die Reibung von trockenem Ulmenholz wenig verschieden sein soll von geschmierten Eisen und Kupfer) Gebrauch machen von obenstehender Tabelle, indem man nämlich für eine viereckige Schraube von derselben Dicke und Schraubengang als die dreieckige Schraube, um die Reibung zu berechnen (sie ist die Differenz zwischen den Zahlen der dritten und vierten Columne) die Reibung um die Hälfte kleiner nimmt und dieselbe dann zu der Kraft addirt, welche ohne die Reibung die Last im Gleichgewichte halten kann.

Bei allen diesen Bestimmungen ist vorausgesetzt, daß die Schraube aufrecht stehe und mit ihrem Fuß nirgends drücke; drückt sie jedoch, wie dieses bei einer gewöhnlichen Presse der Fall ist, mit dem Fuß EF Fig. 168 gegen die Last, so muß die Kraft auch noch den Widerstand der Reibung von EF gegen die Last überwinden. Diese Reibung wird gefunden, wenn man den Druck, der gegen EF erfolgt mit $\frac{2}{3}$ des Radius der Basis EF multiplicirt und dieses Produkt mit dem Hebelarme der Kraft dividirt, (siehe Art. 105).

Wirkt die Schraube in einer horizontalen Richtung und ruht sie mit ihren Hälsen in Pfannen und zum Theil auch in der Schraubenmutter, dann muß man wie bei der Winde die Quantität der Reibung bestimmen, welche in den Pfannen und gegen die Wand der Schraubenmutter ꝛc. Statt findet.

131) Zur nähern Erläuterung alles dessen, was hierüber verhandelt worden ist, dienen noch folgende Beispiele.

NB. Welches die Kraft P sein müsse, die nöthig ist, um einer gewissen Last Q das Gleichgewicht zu halten und zugleich die Reibung überwinden zu können, wenn die Dimensionen der Schraube gegeben sind u. s. w. ist in Art 129 sattsam erläutert, darum übergehen wir hier diesen Fall.

1) Welch eine Last wird man heben können mit einer Schraube von 28 niederländischen Linien halber Dicke und 20 Linien Schraubengang, wenn eine Kraft von 12 niederländischen Pfunden Druck dieselbe mit einer Handspeiche oder einem Hebel von 0,7 niederländischen Ellen oder 700 Linien in Umdrehung setzt?

Die Bedingung des Gleichgewichtes zwischen Kraft und Last ist: die Kraft verhält sich zur Last, wie sich der Schraubengang zu dem Umfange verhält, den der Hebel beschreibt, oder

$$12 : x = 20 : 4398{,}24,$$

(denn der Umfang des Kreises von 700 Radius ist 4398,24) löst man aus dieser Gleichung x auf, welches die Last ausdrückt, so bekommt man

$$x = \frac{12 \times 4398{,}24}{20} = \frac{3 \times 4398{,}24}{5} = 2638{,}94 \text{ ℔}.$$

Dieses ist dann die eigentliche Last, aber unter derselben ist auch der Widerstand der Reibung begriffen; um also das Gewicht der Last ohne die Reibung zu bestimmen, so bestimme man durch die Tabelle des Art. 129 den allgemeinen Werth der Kraft, welche auf eine Schraube von 20 Linien Schraubengang und 28 Linien halbe Dicke wirkt. Dafür wird man finden

$$P = 7{,}30 \times \frac{Q}{R};$$

beträgt also die Kraft 12 ℔ und die Länge des Hebels 700 Linien, so ist

$$12 = 7{,}30 \times \frac{Q}{700},$$

oder beide Glieder dieser Gleichung mit 700 multiplicirt, gibt

$$7{,}30 \times Q = 8400,$$

deßhalb ist $Q = \frac{8400}{7{,}3} = 1150{,}7$ ℔.

Es müssen folglich 2638,94 − 1150,7 = 1488,24 ℔ an Reibung allein überwunden werden. Unter den 1150,7 ℔ ist auch noch die Schwere der Schraube mit begriffen.

2) Wie lange muß an derselben Schraube der Hebel R sein, damit eine Kraft von 10 ℔ eine Last von 1000 ℔ in Gleichgewicht erhalte, und zugleich auch die Reibung, welche diese Last verursacht, überwinde?

In der allgemeinen Gleichung

$$P = 7{,}3 \times \frac{Q}{R}$$

ist nun gegeben P = 10 und Q = 1000 deßhalb ist

$$10 = \frac{7,3 \times 1000}{R},$$

oder, wenn man durch 10 dividirt und die Multiplication 7,3 × 100 ausführt, so erhält man

$$1 = \frac{730}{R},$$

deßhalb muß R = 730 sein, was Linien sind.

Man könnte noch die Aufgabe stellen: wenn die Kraft, die Last und die Länge des Hebels gegeben sind, die Breite des Schraubenganges zu finden; doch dieses hat in der Anwendung wenig Nutzen, da die Größe des Ganges immer von Zwecken und Umständen abhängt, wie auch die Dicke der Schraube hiervon und von der Größe der Last abhängt, was in der Folge erläutert werden soll.

§. IV.

Ueber den Gebrauch der Schraube u. s. w.

182) Es ist nicht möglich, die vielerlei Zwecke anzuführen, zu welchen die Schraube in vielen Werkzeugen mit Nutzen gebraucht werden kann; es können hier nur die hauptsächlichsten Anwendungsarten derselben erwähnt werden.

Zieht man zuerst die große Last in Betrachtung, die mit einer Schraube gehoben oder in der Bewegung gehindert werden kann, so ergibt sichs, daß die Schraube besonders tauglich sei, um mit wenig Druck große Klemmungen zu verursachen und ohne daß die Kraft weiter wirkt, Körper in Klemmung zu halten. Hieraus entstehen die vielerlei Arten von Pressen. Eine männliche Schraube, die sich in einer festen Schraubenmutter dreht oder eine Schraubenmutter, welche sich um eine feste männliche Schraube bewegt, besitzen beide während der Um-

drehung eine langsam fortschreitende Bewegung, welche sie folglich irgend einem Hinderniß mittheilen können, wenn die wirkende Kraft einen verhältnißmäßigen Druck ausüben kann. Hierauf muß nun die Einrichtung der Pressen beruhen.

Die gewöhnliche Buchbinderpresse Fig. 170 ist nach der zweiten erwähnten Art eingerichtet, nämlich in einen Fuß BD sind zwei Schrauben AB und DC befestigt, an welchen ein verschiebbares Stück (die Brücke) ab auf- und abbewegt werden kann. Wenn nun die Schrauben vollkommen gleich oder von einerlei Schraubengang sind, so müssen die Schraubenmuttern E und F, wenn sie in gleicher Höhe sitzen und zu gleicher Zeit gleich viel umgedreht werden, den beweglichen Balken ab sich selbst parallel fortbewegen und gegen die Bücher oder gegen das Papier, das beschnitten werden soll, überall auf gleiche Weise andrücken, was hier auch die Absicht ist. Diese Art, die Last zu bewegen und zu klemmen durch Umdrehen der beweglichen Schraubenmuttern hat hier vor jeder andern Art den Vorzug, weil sie dem Werkzeug die kleinste Ausbreitung gibt, was für diesen Zweck mit ein Erforderniß ist.

Für gleichförmige Behandlung kann man immer eine gleichförmige Presse mit Nutzen anwenden. So bedient man sich z. B. einer solchen Presse Fig. 171 in den Eisenfabriken, um die rauhen Ränder der schweren gewalzten eisernen Platten, gleichmäßig abzuhauen. Ein Block AB gegossenes Eisen von ungefähr 1,5 Ellen Länge ruht auf den drei hölzernen Füßen 1, 2, 3, die fest in den Boden geschlagen sind. Mit diesem Block sind zwei stehende eiserne Schrauben mit flachen Gewinden CE und DF verbunden und laufen durch die runden Löcher eines beweglichen eisernen Stückes CD, welches durch die beweglichen Schraubenmuttern EF auf und nieder

zu bewegen ist. Die Seiten der festen und beweglichen Stücke AB und CD sind ganz genau eben. Zwischen diese beiden Stücke werden die erwähnten Platten (nachdem sie zuvor eben geschlagen worden) gelegt, so daß die mit Kreide vorgezeichnete Linie ab, nach welcher der Rand der Platte abgehauen werden muß, genau längs den Seiten der Stücken AB und CD gerichtet ist. Sobald nun die Platte durch das bewegliche Stück festgeklemmt ist, hält ein Arbeiter den Stiel eines Meisels M, so daß die Schärfe des Werkzeuges den Rand der Platte berührt und bewegt hierauf das Werkzeug langsam längs der Kreidelinie ab, während zwei andere Arbeiter auf den Meisel mit großen Schmiedehämmern schlagen und so den rauhen Rand ab von der Platte abhauen.

Zwischen dieser Presse und der kleinen hölzernen Buchbinderpresse findet in der Einrichtung kein anderer wesentlicher Unterschied Statt, als daß das bewegliche Stück (die Brücke) CD, welches wegen seiner Schwere nicht mit der Hand gehoben werden kann, deßhalb an der Schraubenmutter hängt und mit dieser sowohl auf als nieder bewegt werden muß. Die Verbindung dieses beweglichen Stückes mit der Schraubenmutter darf nicht fest, sondern nur ganz locker sein, damit sich die Schraubenmutter immer frei um die männliche Schraube drehen und dem Stück CD nur ihre fortgehende Bewegung mittheilen kann. Deßhalb ist in die äußerste Oberfläche der Schraubenmutter ein runder Hals cd gedreht, um welchen zwei Bügel cdef sich schließen, die, wie aus der Figur deutlich hervorgeht, oben aufgeschraubt und zur Seite des beweglichen Stückes festgeschraubt sind. Auf diese Weise hängt CD mit Bügeln in den Hälsen der Schraubenmüttern, die sich dadurch frei drehen können; aber auch das Stück

CD nothwendig mit sich führen, wenn sie aufwärts und niederwärts bewegt werden.

133) Die gewöhnlichen Hauspressen, die Wasser- und Packpressen, die man in Papiermühlen antrifft, die Tuch- und Kattunpressen und ähnliche Arten von Pressen, die gewöhnlich angewendet werden, um eine große Quantität Kaufmannsgüter stark zusammenzudrücken und eben zu machen, sind ganz einfach so eingerichtet, daß die Schraubenmutter CD mit zwei dreieckigen oder viereckigen Säulen CE und DF verbunden ist, siehe Fig. 172. Es wird alsdann die Vaterschraube AB umgedreht und dringt immer tiefer in die Schraubenmutter. Dieses Umdrehen kann, wie wir nachher sehen werden, durch Räderwerk bewerkstelligt werden, wird aber gewöhnlich mittelst eines Hebels BH ausgeführt, der durch viereckige Löcher in den Körper der Schraube gesteckt werden kann, wodurch man alsdann genöthigt ist, den Hebel jedesmal in ein anderes Loch zu stekken, wenn er von H bis an die andere Säule CE gedreht ist. Auf diese Weise beschreibt der Hebel noch keinen halben Kreis und die Schraube noch keinen halben Umgang in der Schraubenmutter; ist also das Gewinde sehr fein, so ist die Bewegung sehr langsam, weßhalb man dann den Schraubengang solcher Schrauben sehr groß, z. B. 6 bis 8 niederländische Zolle breit macht und dieselbe mit zwei oder drei Gängen versieht. Dieser zweite und dritte Gang sind allein dazu vorhanden, damit sich die Last nicht auf einem einzigen Gewinde drehe, sondern auf zwei oder drei Gewinden gleich vertheilt werde, wobei die Gewinde, weil sie dann weniger belastet sind, auch weniger dick gemacht zu werden brauchen. Bei diesen Schrauben mit zwei oder mehreren Gängen gewinnt man an Zeit, verliert aber an Kraft, weßhalb es dann in Fabriken

häufig nöthig ist, den Hebel HB mit einem Seil an einer Welle oder an einer Schiffswinde zu verbinden, und denselben durch die Umdrehung dieser Welle zu bewegen. Die Zeit, welche mit dem Fortstecken des Hebels von I nach H verloren geht, kann auf keine andere Weise gewonnen werden, als daß man die Schraube durch Räderwerk umdreht, wodurch die Bewegung anhaltend, das Werkzeug aber auch zusammengesetzter wird; jedoch kann dieses gar sehr durch den Vortheil der anhaltenden Bewegung aufgewogen werden, indem die gewöhnliche Einrichtung in keinem anderen Fall anzurathen ist, als wenn das Pressen der Güter G nicht lange dauert und sogleich wieder auf andere Güter angewendet werden muß.

Der bewegliche Theil EF, gewöhnlich die Brücke genannt, nimmt in Einschnitten die Säulen CE und DF auf und muß also von der Schraube allein eine fortschreitende Bewegung nicht nur niederwärts, sondern auch aufwärts empfangen können; folglich muß die Schraube dergestalt mit der Brücke verbunden sein, daß sich erstere, während sie sich niederwärts oder aufwärts bewegt, frei drehen kann. Sie muß deßhalb gleich der Schraubenmutter in Fig. 171 unten mit einem ausgedrehten Halse versehen sein, welcher vom Kragen KL, der an der Brücke festsitzt, umgeben ist. Dieses kann geschehen, wenn man auf der Brücke zu beiden Seiten der Schraube zwei Krammen R und S anschlägt, bedeckt mit einer Platte RS, in welcher eine runde Oeffnung O von der Weite des Durchmessers der Schraube sich befindet und die bei M und N über die ganze Breite schwalbenschwanzartig eingeschnitten ist. In diese Einschnitte werden zwei halbe Kragstücke M und N geschoben, die den Hals der Schraube umschließen und ihr gestatten, sich unge-

hindert zu drehen. Die Figur zeigt diese Verbindung im Durchschnitt und in der Perspective. Wenn die Schraube aus Eisen oder aus Stahl gearbeitet ist, so wird der Hals P flach oder viereckig im Durchschnitt ausgedreht, aber der Hals O muß scharf oder schwalbenschwanzartig ausgedreht sein, wenn die Schraube aus Holz verfertigt ist, weil eine flache Ausdrehung im Holze durchs Hirnholz laufen muß, dadurch geräth aber der vorragende Rand um den Hals herum in Gefahr abzubrechen. Dieses ist auch der Grund, weßhalb man keine großen hölzernen Schrauben mit flachen Gewinden gebrauchen kann.

Man kann jedoch (und so wird es auch meistentheils gemacht) die Hälse eiserner oder hölzerner Schrauben auch zwischen zwei eisernen oder hölzernen Stäben, oder zwischen einem langen, gut gearbeiteten eisernen Krampen einschließen, indem man dieselben nämlich dergestalt durch die Brücke der Presse steckt, daß die genannten Stäbe, oder die beiden Arme des Krampens am Halse der Schraube hinlaufen, und auf diese Weise gleich einem Bügel den Hals der Schraube einschließen, was bei einer andern Einrichtung die halbrunden Kragstücke thun.

Obschon eine Last, welche in einer Presse zusammengedrückt ist, einen großen Gegendruck auf die Schraube ausübt, so wird letztere doch meistentheils in ihrer Stellung bleiben, wenn der Gang einzeln und also im Allgemeinen nicht groß ist. Die Schraube wird dann wegen der großen Reibung, welche sie in der Schraubenmutter verursacht, durch die Last nicht so stark emporgedrückt werden, daß sie die genannte Reibung überwindet und zurückläuft, jedoch ist dieses möglich, wenn der Druck groß ist und die Schraube ein sehr steiles Gewinde, oder einen breiten Gang hat. Um alsdann dem Zurück-

laufen vorzubeugen, versieht man die Schraube mit einem Sperrrade T, in welches ein Sperrkegel U eingreift, so daß sich die Schraube nur in einer einzigen Richtung umdrehen kann, es sei denn, daß der Sperrkegel aus den Zähnen des Rades herausgehoben ist.

Die beschriebene allgemeine Einrichtung der Presse ist die einfachste und zweckmäßigste; denn wenn sie, was möglich ist, mit festen Vaterschrauben und beweglichen Schraubenmuttern wie die Pressen Fig. 170 171 eingerichtet werden, kommen sie theurer zu stehen und können ohne fernere Zusammensetzung nur durch zwei Kräfte bewegt werden; denn alsdann muß die Brücke EF durch zwei Schraubenmuttern an zwei Vaterschrauben bewegt werden. Die weit genauere parallele Bewegung der Brücke mag der Hauptvortheil sein, welcher mit einer solchen Einrichtung verbunden ist.

134) Man hat die Schraube auch mit sehr viel Nutzen zum Geldprägen, zum Durchbohren schwerer gewalzter eiserner oder kupferner Platten zum Durchbohren von Schwarzblech, von Weißblech u. s. w. angewendet. Alle die Werkzeuge zu beschreiben, welche dazu benutzt werden, ist hier nicht möglich, da dieses außerhalb der Grenzen dieses Lehrbuches liegt, doch dürfte es von Nutzen sein, die Presse zu beschreiben, mittelst welcher man in Platten von 1 niederländischen Zoll Dicke und darüber runde Löcher bohrt, um gabelförmige Klammern zur Verbindung der Platzen einzusetzen. Hat man die Einrichtung dieser Presse begriffen, so kann man sich auch leicht einen Begriff der Einrichtung für einen der zuerst genannten Zwecke machen.

Die 173ste Figur gibt eine perspectivische Ansicht dieser Presse. A ist ein Joch aus gegossenem Eisen, fest eingelassen in ein schweres hölzernes Klotz

D und mit demselben durch eiserne Bänder verbunden. Dieses Joch von derselben Gestalt, wie dasjenige der kleinen Siegelschrauben auf Comptoiren hat in seinem Kopfe B eine metallene Schraubenmutter, in welcher eine sehr genau gearbeitete gehärtete Vaterschraube CE läuft; auf dem viereckigen Kopfe der Vaterschraube liegt ein horizontales Rad von gegossenem Eisen, mit welchem der Hebel N (mit einem Knie versehen, damit er um das Joch A herum sich unbehindert bewegen könne) verbunden ist; die Schraube läuft mit einem Hals in einem viereckigen eisernen Fuße F, welcher bestimmt ist, durch den kupfernen Bügel G, der von hinten an das Joch A geschraubt ist, und von vorn durch die am Kopfe B befestigte Stütze GH gehalten wird, sich gerade auf und nieder zu bewegen. Der Bügel G ist natürlich auch viereckig, besteht aus zwei gleichen und ganz ähnlichen Theilen und schließt genau um den Fuß F.

In die Basis dieses Fußes kann nun ein Kegel geschraubt werden, welcher in ein kleines Cylinderchen, aus gutem Gußstahl verfertigt, ausläuft. Die Basis dieses Cylinderchens, ist in der Mitte etwas hohl, so daß der Umfang von unten mehr oder weniger scharf ist, wie ein Ausstecheisen oder ein Hohlmeisel. Das Cylinderchen kann sich in einer Büchse bewegen, ohne Reibung an dessen Wänden. Schräg durch das Holzklotz läuft eine Rinne KL von demselben Durchmesser oder noch weiter als die Rinne. Die Verbindung der Schraube mit dem Fuße kann so eingerichtet sein, wie sie unter T dargestellt ist, es hat nämlich die Basis der Schraube einen Hals, in welchen an allen 4 Seiten des Fußes Kragstücke oder Keile angebracht werden, welche in 4 schwalbenschwanzartigen Ausschnitten im Fuße festsitzen und ferner noch zusammengehal-

ten werden durch ein viereckiges eisernes Band V, welches genau um den Fuß herum gelegt ist und nachdem die Schraube in die Oeffnung D und die Kragstücke um den Hals gesetzt sind, festgekeilt wird. Die Betrachtung der Figur wird mehr Erläuterung geben, als eine ausführlichere Beschreibung.

Man kann die Verbindung auch einfacher herstellen, wenn man ein Paar viereckige Stäbchen oder eine Kramme um den Hals der Schraube legt, wofür dann im Fuße zwei genau viereckige Löcher zur Aufnahme der erwähnten Stäbe oder der Kramme angebracht werden müssen, was jedoch nicht sehr leicht ist.

Die Verbindung läßt sich auch noch auf andere Weise bewerkstelligen, besonders wenn das Joch aus zwei Säulen besteht, auf welchem der Kopf, wie in Figur 172 ruht. Da es jedoch hier nicht der Zweck ist, dergleichen Einzelnheiten zu beschreiben, so übergehen wir dieses und halten die Beschreibung des Werkzeuges für so ausführlich, daß die Wirkung desselben verstanden werden kann.

Angenommen, es soll eine große und dicke eiserne Platte nahe an ihren 4 Ecken mit runden Löchern versehen werden, um sie mit anderen, auf gleiche Weise durchbohrten Platten mittelst Klammern zu vereinigen, so wird diese Platte, nachdem die Ränder unter der Presse Fig. 171 ganz gleich abgehauen sind, und nachdem man auf derselben die Stellen für die Löcher bezeichnet hat, mit ihrem Rand auf die Büchse K gelegt, so daß die Spitze I sich gerade über dem Punkte befindet, welcher durchbohrt werden soll. Das andere Ende der Platte ruht auf einer Tafel M, von gleichem Niveau mit der Büchse K. Einer oder zwei Arbeiter drehen die Schraube, welche drei Gänge hat, so hoch empor, als sie dieses thun können, ohne um das ganze

Klotz herumlaufen zu müssen; alsdann drehen sie dieselbe mit Kraft zurück, so daß der Fuß niedersteigt und die Basis I des Cylinderchens, welche der Platte immer näher rückt, mit Gewalt durch dieselbe getrieben wird und ein cylindrisches Loch in die Platte bohrt, worauf der ausgepreßte Cylinder durch die Rinne in einen Kasten L herabfällt. Diese Arbeit geht sehr geschwind von Statten; denn man kann auf diese Weise durch Platten von $\frac{3}{4}$ niederl. Zoll Dicke in einer Minute 35 bis 40 Löcher bohren, die 12 Linien Durchmesser haben, wobei auch die Zeit mit gerechnet ist, die verloren geht, wenn man die Presse zurückdreht, die Platte verschiebt und den Bohrcylinder wie die Platte beständig mit Oel bestreicht. Die beiden letzten Verrichtungen geschehen indessen durch einen dritten Arbeiter.

Die Ursache dieser mächtigen Wirkung ist diese: würde das Cylinderchen gleich anfangs die Oberfläche der Platte berühren und also im eigentlichen Sinne des Wortes durch das Eisen oder Kupfer gepreßt werden müssen, so könnte dieses unmöglich durch die bewegende Kraft von zwei Arbeitern ausgeführt werden, sobald nämlich die Platte die oben erwähnte Dicke besitzt. Die Arbeiter beginnen aber die Schraube mit Kraft zu drehen, wenn dieselbe noch ganz frei ist, und haben also nichts zu überwinden, als die Reibung, welche durch die Schwere des Rades R, der Schraube und des Fußes in der Schraubenmutter verursacht wird; sie können also die Schraube, die einen breiten Gang hat, mit großer Schnelligkeit niedersteigen lassen und die Kraft, mit welcher sie sonst eine Last emporhalten müßten, wird so zu sagen durch das Gewicht der Schraube rc. cumulirt, bis daß das Cylinderchen die Platte anrührt; alsdann geschieht diese Berührung nicht wie durch ein Gewicht, welches auf die Platte drückt,

sondern wie durch einen schweren Körper, welcher mit einem großen Impuls gegen einen kleinen Theil der Oberfläche der Platte bewegt wird. Ist das Rad R einmal in Bewegung gebracht, so strebt es vermöge seiner Trägheit in dieser Bewegung zu beharren, und dieses Streben ist sehr kräftig, weil das Rad schwer ist, eine große Masse besitzt, und auch wegen seines großen Durchmessers eine große Umdrehungsschnelligkeit. Dieses Rad verstärkt also die Bewegung noch mehr und strebt dieses auch dann noch zu thun, wenn der Bohrcylinder mit der Platte bereits in Berührung steht. Wenn man dieses alles zusammennimmt, nämlich, daß die bewegende Kraft der Arbeiter an dem Hebel in der Schraube beständig mehr und mehr angehäuft wird; daß hierdurch und durch den Trieb des Rades R die Masse der Schraube ꝛc. an Bewegung immer mehr zunimmt und also eine beschleunigte Bewegung erlangt; und daß die auf diese Weise angehäufte Kraft auf einmal gegen eine kleine Oberfläche ausgeübt wird, so wird man begreifen, daß diese Wirkung ganz verschieden von einem gewöhnlichen Pressen vermögend genug sein könne, den Zusammenhang des Eisens oder des Kupfers in der Ausbreitung der genannten kleinen Oberfläche ganz zu vernichten, und daß das Cylinderchen mit Kraft durch die Platte dringen müsse.

135) Es ist nicht leicht und immer noch etwas ungewiß, den Effect dieses Werkzeuges durch Berechnung sehr genau zu bestimmen; man kann dieses jedoch für die Praxis sehr leicht auf eine genügende Weise bewerkstelligen: man benutzt diese Berechnung zugleich für die Anwendung des Grundsatzes, welcher in Art. 44 bewiesen worden ist, nämlich daß die lebende Kraft, die ein in Be-

wegung gesetzter Körper erlangt, gleich sei dem Doppelten der Quantität der Wirkung.

Es soll das Cylinderchen, welches aus einer Platte von 1 niederl. Zoll Dicke gepreßt werden muß, 14 Linien Durchmesser haben; dieses Cylinderchen, welches durch die Percussion eines schnellbewegten Körpers aus dem Eisen getrieben wird, muß natürlich auch durch den Druck eines sehr schweren Gewichtes aus der Platte gepreßt werden können, vorausgesetzt, daß die Platte auf der Büchse K liege, daß das Gewicht gleich vertheilt sei über die Oberfläche von 14 Linien Durchmesser, welche gerade über dem hohlen Raume der Büchse liegt und deßhalb von unten nicht unterstützt wird. Dieses Gewicht ist nicht genau zu bestimmen, nimmt man aber einen mittleren Werth aus Versuchen und angestellten Berechnungen, so wird für eine eiserne Platte von 1 niederl. Zoll Dicke auf die Oberfläche von 1,4 Zoll Durchmesser zum Brechen ein Gewicht nöthig sein von ungefähr 24000 niederl. Pfunden. Ehe das Brechen eintritt, entsteht ein Eindruck oder eine Einbiegung des Cylinderchens, dasselbe wird nämlich von oben eingedrückt und an der unteren Seite der Platte auf einen gewissen Raum herausgedrückt, sobald die Zerreißung des Zusammenhanges der Theile vollends eintritt. Es soll nun der Umfang dieser Einbiegung, bis das Brechen erfolgt, zwei Linien betragen, was von der Wahrheit nicht sehr abweichen wird, so wird das druckende Gewicht dadurch durch den Raum von zwei Linien bewegt und es hat also eine Quantität der Wirkung Statt gefunden von $24000 \times 0{,}002 = 48$.

Die Bewegung, welche das Bohrcylinderchen durch die Anstrengung der Arbeiter und durch die Wirkung der Trägheit des Schwungrades R erlangt,

ist eine beschleunigte und kann der Beschleunigung der Bewegung eines freifallenden Körpers verglichen werden. Der Gang der Schraube betrage 8 niederl. Zoll, und da die Arbeiter nur den halben Umfang durchlaufen (obschon das Durchlaufen eines größeren Raumes auch eine größere Wirkung gibt), so läuft das Bohrcylinderchen jedesmal mit zunehmender Schnelligkeit durch einen Raum von 4 Zoll und kann also am Ende dieses Weges ziemlich nahe eine Schnelligkeit von 0,886 Ellen haben (siehe die Tabelle nach Art. 37 erste Abth.). Man nenne nun die Masse, welche gegen die Platte bewegt wird, oder sich gegen die Platte bewegen soll $= M$, so ist am Ende des Weges von 4 niederl. Zollen im Körper eine lebende Kraft angehäuft, welche ausgedrückt wird durch $M \times (0,886)^2 = M \times 0,785$ (siehe Art. 44).

Zufolge dessen, was in Art. 41 entwickelt worden ist, ist die Masse M des in Bewegung gesetzten Körpers gleich dem Gewichte desselben, dividirt mit dem Effect der Schwerkraft, welche ist $g = 9,81216$. Wenn man dann das Gewicht, dessen Masse M ist $= x$ nennt, so wird $M = \frac{x}{g}$ dividirt durch g sein, und also

$$M \times 0,785 = 0,785 \times \frac{x}{g}$$

sein; diese lebende Kraft muß nun gleich sein dem Doppelten der oben gefundenen Quantität der Wirkung 48, deßhalb

$$0,785 \times \frac{x}{g} = 96.$$

d. i. $0{,}785 \times x = g \times 96 = 9{,}81216 \times 96 = 941{,}967$ woraus sich für $x = \frac{941{,}967}{0{,}785} =$ ziemlich 1200 Pfund ergibt.

Diese 1200 Pfund sind also der Druck, welcher mit der Schraube durch den Druck der Arbeiter auf den Hebel und durch einen Theil des Gewichtes des Schwungrades, der Schraube und des Fußes ausgeübt werden kann. Es wird hier angenommen, daß der Radius des Rades 1 Elle und die Dicke der Felgen im Durchschnitt 8 Zoll betragen; die 8 Speichen haben eine mittlere Breite von 8 Zoll und sind in der Mitte 4 Zoll dick. Die Schraube ist 8 Palmen lang mit Einschluß des Kopfes u. s. w., der Fuß ist 3 Palmen lang; der Durchmesser der Schraube beträgt 10 Zoll und die Seite des Fußes auch 10 Zoll. Hieraus kann man berechnen, daß das Gewicht des Schwungrades der Schraube und des Fußes ungefähr 550 Pfund betragen müsse. Diese 550 Pfund bewegen sich im Gewinde der Schraubenmutter, also auf einer schiefen Fläche von 8 Zoll Höhe und 38 Zoll Basis (so viel beträgt der mittlere Umfang der Schraube) niederwärts, so daß die Länge der schiefen Fläche beinahe 38 Zoll beträgt. Nach dem ersten Theile des 119ten Artikels muß nun derjenige Theil der Last von 500 Pfund, welcher der schiefen Fläche parallel liegt, zerlegt werden

$$= \frac{550 \times 8}{38} = \frac{4400}{38} = 116 \text{ ℔}.$$

Wenn also die Schraube nebst den mit ihr verbundenen Theilen niederwärts sich bewegt, so wirken von den 550 Pfund Schwere nur 116 Pfund ganz frei, der übrige Theil wird von den Gängen der Schraubenmutter getragen. Diese 116 ℔ machen

nun bereits einen Theil von den oben gefundenen 1200 ℔ aus; der übrige Theil muß durch die Kraft ersetzt werden. Der Hebelarm, an welchem zwei Arbeiter arbeiten, muß nach den Dimensionen des Werkzeuges im Durchschnitte zu 8 Palmen angenommen werden; an einem solchen Hebel kann ein Arbeiter, der mit Zwischenpausen arbeitet (da in den Eisenfabriken das Durchlochen oder Durchbohren selten ganze Tage lang nach einander geschieht) einen Druck ausüben von 13 ℔ und dabei eine entsprechende Schnelligkeit mittheilen. Mit diesen 13 ℔ muß nun die Reibung der Schraube u. s. w. in der Schraubenmutter überwunden und der übrige Theil des Effectes erlangt werden. Mittelst der Tabelle Art. 129 kann man finden, daß zum Ueberwinden der Reibung am Ende eines Hebelarmes von 8 Palmen Länge ein Druck erforderlich ist von 8 ℔; wenn zwei Arbeiter den Hebel drehen, üben sie zusammen einen Druck von 26 ℔ aus und zieht man 8 ℔ davon ab, so bleiben noch 18 ℔ übrig, um den größten Theil der Arbeit des Bohrens damit zu verrichten. Mit 18 ℔ an einem Hebel von 8 Palmen Länge kann man mittelst einer Schraube, deren Gang 0,8 Palmen beträgt, ein Gewicht von

$$\frac{18 \times 50{,}26 \; (= \text{Umfang des Hebels})}{0{,}8} = \frac{904{,}68}{0{,}8}$$

= 1130 ℔ im Gleichgewichte halten; und addirt man noch die oben gefundenen 116 ℔ hinzu, so kann man annehmen, daß der Stoß oder der Schlag, welchen der Bohrcylinder auf das Eisen thut, gleich steht einem Gewichte von 1246 ℔, welches dieselbe Schnelligkeit besitzt, die der Bohrcylinder am Ende der Bewegung erlangt hat. Da jedoch nur ein Gewicht von 1200 ℔ erforderlich ist, so ergibt sich aus dieser Vorausbestimmung, daß der verlangte Effect

mit Zinn legirt) Schraubenmuttern drehen. Schrauben mit scharfen Gewinden sind meistentheils aus Ulmenholz verfertigt, und wenn man überhaupt eiserne Schrauben mit scharfen Gewinden anwendet, so sind dieses Verbindungsschrauben, in Bezug auf welche nie eine Berechnung angestellt zu werden braucht. Die Formel des vorhergehenden Artikels gilt dann insbesondere für eiserne oder verstählte Schrauben, welche sich in metallenen Schraubenmuttern drehen; eine männliche und eine weibliche Schraube laufen indeß niemals trocken, sondern sind immer mit Oel geschmiert, so daß man für die Quantität der Reibung f die Zahl 0,12 nehmen muß, welche in der Tabelle Nr. 2 Art. 61 unter „Kupfer auf Eisen, mit Oel geschmiert" vorkommt. Statt der Zahl 0,12 nehme man jedoch 0,14, um einigermaßen die Reibung der Gewinde AF, KH Fig. 167 in den Vertiefungen der Schraubenmutter in Rechnung zu bringen; denn, wenn die Schraube einen senkrechten Stand hat, so werden diese Gewinde zwar nicht gegen die Austiefungen in der Schraubenmutter angedrückt, sondern sie müssen sich auf einander reiten und erlangen durch das Bestreichen mit Oel ein gewisses Ankleben, was einigen Widerstand erzeugt. Bringt man nun in die erwähnte Formel f die Zahl 0,14, so erhält man

$$P = \frac{Q}{R} \times r \times \frac{5 + 0{,}88 \times r}{6{,}2832\, r - 0{,}145}.$$

Aus dieser Formel ergibt sich, daß, wenn die Last und der Hebelarm der Kraft dieselben bleiben, die Reibung mit der Dicke der Schraube und mit der Größe des Ganges zunimmt; aus der Berechnung verschiedener Schrauben ergibt sich auch, daß diese Vermehrung sehr regelmäßig zunimmt; das Ergebniß hiervon ist in folgender Tabelle und in der Erklärung derselben niedergelegt.

Gang der Schraube.	Halbe Dicke der Schraube.	Werthe der Kraft sammt d. Reibung.	Werthe der Kraft ohne die Reibung.
Niederl. Lin.	Niederl. Lin.	Niederl. Pfunde.	Niederl. Pfunde.
5	10	$2{,}22 \times \frac{Q}{R}$	$0{,}795 \times \frac{Q}{R}$
6	12	$2{,}69 \times \frac{Q}{R}$	$0{,}954 \times \frac{Q}{R}$
7	14	$3{,}13 \times \frac{Q}{R}$	$1{,}113 \times \frac{Q}{R}$
8	16	$3{,}58 \times \frac{Q}{R}$	$1{,}272 \times \frac{Q}{R}$
9	18	$4{,}03 \times \frac{Q}{R}$	$1{,}431 \times \frac{Q}{R}$
10	20	$4{,}48 \times \frac{Q}{R}$	$1{,}590 \times \frac{Q}{R}$
20	40	$8{,}88 \times \frac{Q}{R}$	$3{,}180 \times \frac{Q}{R}$
25	50	$11{,}13 \times \frac{Q}{R}$	$3{,}975 \times \frac{Q}{R}$
30	60	$13{,}29 \times \frac{Q}{R}$	$4{,}77 \times \frac{Q}{R}$
35	70	$15{,}54 \times \frac{Q}{R}$	$5{,}565 \times \frac{Q}{R}$
40	80	$17{,}79 \times \frac{Q}{R}$	$6{,}36 \times \frac{Q}{R}$
45	90	$20{,}04 \times \frac{Q}{R}$	$7{,}155 \times \frac{Q}{R}$

Die Werthe der Kraft (worunter auch die Reibung mit begriffen ist), welche in der dritten Columne dieser Tabelle vorkommen, sind durch die oben

10 Linien; wenn A einmal umgedreht wird, so muß die Last um 10,5 Linien fortrücken, wenn die Schraube B nicht vorhanden wäre; aber die Schraube B bewirkt, daß die Schraubenmutter EF bei einer einzigen Umdrehung um 10 Linien zurückgeht; auf diese Weise schreitet die Schraubenmutter mit der Last nur um ½ Linie fort, sobald beide Schrauben zugleich wirken.

Bei solchen Verbindungen von zwei Schrauben (welche Aehnlichkeit haben mit der Vereinigung von zwei verschiedenen Winden, wovon Art. 117 gesprochen worden ist) kann man deßhalb die Last willkührlich vergrößern, ohne daß man die Kraft zu vermehren braucht; gegenüber steht jedoch eine Verminderung in der Bewegung der Last. Wenn man an demselben Cylinder zwei Schrauben schneidet, von denen jede einen verschiedenen Gang hat, und deren Gewinde nicht wie in Fig. 174 nach derselben Seite gerichtet sind, sondern wie in Fig. 175 nach entgegengesetzten Richtungen laufen, so kann man dadurch umgekehrt eine Bewegung mittheilen, größer als diejenige, welche erzeugt wird durch eine Schraube, deren Gänge nicht größer ist, als derjenige der Schraube A oder B. Da man gleichwohl den Gang einer Schraube eher vergrößern, als verkleinern kann, so muß man mit einer Schraube immer dieselbe Bewegung erzeugen können, wie durch eine Vereinigung von zwei Schrauben mit entgegengesetzten Gewinden, und also ist die Verbindung in Fig. 175 nicht von solcher Anwendbarkeit, als diejenige, welche Fig. 174 dargestellt ist.

137) Die Anwendung der Schraube, um zwei oder mehrere Körper fest zu verbinden, ist sehr bekannt. In dieser Hinsicht benutzt man sie für denselben Zweck, wie den Keil oder den hölzernen Nagel, doch verdient die Schraube vor dem Keil

bei weitem den Vorzug, weil letzterer durch Schwankungen, Zuckungen u. s. w. von selbst losgehen kann, was bei der Schraubenmutter nicht der Fall ist, wenn die Gewinde der Schraube im Verhältnisse zu ihrer Dicke so fein wie möglich genommen werden.

Die Verbindungsschrauben, häufig Schraubenbolzen oder Schraubennägel genannt, können eine feste oder bewegliche Schraubenmutter haben; im ersten Fall enthält das unterste oder entferntere Stück A Fig. 176, welches mit dem oberen oder näheren Stücke B verbunden werden soll, ein rundes Loch, welches zu einer Schraubenmutter ausgebohrt ist, und in welches die Schraube, die durch ein glatt ausgebohrtes Loch im Stück B läuft, eingeschraubt wird. Im zweiten Fall wird die Schraube durch gebohrte Löcher in den Stücken a und b Fig. 177 gesteckt, während die Mutter m am unteren Ende der Schraube S angeschraubt wird, so daß die beiden Stücken dann zwischen dem Kopf der Schraube und zwischen die Schraubenmutter geklemmt werden. Alle Verbindungen, wobei es auf Festigkeit ankommt, werden durch Schraubenbolzen, wie Fig. 176 oder 177 hergestellt, je nachdem die Umstände die Stellung der zu verbindenden Stücke u. s. w. dieses vorschreiben. Wenn man die Wahl hat, so verdienen Schraubenbolzen mit beweglichen Schraubenmuttern hinsichtlich der Einfachheit der Einrichtung der Bequemlichkeit der Behandlung u. s. w. vor jenen Bolzen immer den Vorzug, welche in die zu verbindenden Stücke selbst, geschraubt werden. Man macht sie von Eisen oder Kupfer, je nachdem die Verbindung die Decoration u. s. w. dieses erheischen, gibt ihnen aber in jedem Fall kein flaches, sondern ein scharfes oder rundes Gewinde, und zwar 1) weil ein rundes oder scharfes Gewinde stärker

ganz unberücksichtigt bleiben kann, so ergibt sich daraus die Wahrheit der erklärten Regel. Für jede andere Schraube, von welcher Beschaffenheit auch die Dicke und der Schraubengang derselben sein mögen, muß man eine ähnliche Berechnung anstellen, und um dieses aufs Kürzeste zu bewerkstelligen, nehme man aus der Tabelle diejenige Zahl als Basis, welche zu einer Schraube gehört, die in ihren Dimensionen der fraglichen Schraube am nächsten kommt. Zur Uebung dienen diese zwei Beispiele:

1) Welches ist der Werth von P für eine Schraube, die 44 Linien dick ist und einen Schraubengang von 12 Linien hat? Antwort $P = 5{,}1 \frac{Q}{R}$.

2) Und welches ist der Werth, wenn die halbe Dicke 26 und der Schraubengang 15 Linien beträgt? Antwort $6{,}17 \frac{Q}{R}$.

Sobald man die Größe der Last und die Länge des Hebels R kennt, läßt sich die ganze Quantität der Kraft auch sehr leicht berechnen, nur muß man die Länge des Hebels in niederländischen Linien ausdrücken, weil auch der Schraubengang und die Dicke der Schraube nach Linien bestimmt sind. Es soll z. B. der Druck der Kraft P bestimmt werden, die an einem Hebel von 6 niederländischen Palmen oder 600 Linien wirkt, während der Bewegung eine Last von 400 ℔ im Gleichgewicht erhält und dazu eine Schraube von 26 Linien halber Länge und einem Schraubengang von 15 Linien braucht. Die Auflösung des vorhergehenden zweiten Beispieles lehrt, daß diese Kraft im Allgemeinen ausgedrückt wird durch $P = 6{,}17 \times \frac{Q}{R}$,

Ersten Theiles

dritte Abtheilung.

Ueber die Stärke der Materialien, angewendet auf das Bestimmen der Dimensionen der einfachen Werkzeuge.

Erstes Kapitel.

Grundsätze und Regeln, um die Stärke von Körpern zu bestimmen, welche in Stoff, Form und Stellung verschieden sind.

§. I.

Einleitung.

138) Wenn die Wahl der Theile, aus welchen ein Werkzeug bestehen soll, nach den Grundsätzen, welche für diesen Zweck erläutert worden sind, und in der Folge noch ferner entwickelt werden sollen, entschieden ist, so ist die Bestimmung der Dimensionen und Form dieser Theile in der Praxis ein sehr wichtiger Punkt; denn es muß jeder Theil eines Werkzeuges, welches durch die Uebertragung der Wirkungen einer Kraft durch das Emporhalten einer bestimmten Last 2c. während der Bewegung oder im Gleichgewichte gedrückt wird, muß nothwendig eine

gängen des Gewindes in der Schraubenmutter läuft; aber diese Reibung muß nach der Gestalt der Gewinde nothwendig zunehmen. Nun besteht die Fläche des Gewindes einer Schraube aus einer Menge an einander grenzender kleiner schiefer Flächen, die von dem Umfange nach dem Kern hin an Neigung zunehmen, so daß also jede eine verschiedene Reibung verursachen muß. Diese Zunahme der Neigung ist bei der dreieckigen Schraube größer, als bei der viereckigen und zwar nach dem Verhältnisse der Ausbreitung der Oberfläche a b und d c, weßhalb hier die größere Länge von d c im Vergleich zur Länge von a b sicherlich in Berücksichtigung kommt.

Zum Andern wird bei der dreieckigen Schraube die Schraubenmutter stärker gegen e f und c d angedrückt, als gegen a b in der viereckigen Schraube; denn es stelle g i den Theil der Last vor, von welcher eine kleine Strecke des Gewindes gedrückt wird; diese Drucke erfolgen auf die flachen Gewinde beinahe senkrecht, aber auf die scharfen sehr schräg, so daß sie zerlegt werden können in die Drucke g h und i h, k m und l m senkrecht auf das Gewinde und in der Richtung der Neigung des Gewindes. Vermöge dieser letztern müßte die Schraubenmutter von den Gewinden abgleiten, wenn dieses möglich wäre; da es jedoch nicht geschehen kann, so wird die Schraubenmutter durch den Druck h i gegen die gegenüber liegende Seite e f und zugleich durch den Druck m l auch gegen die Seite d c angedrückt, so daß jede dieser Seiten ziemlich senkrecht gedrückt wird durch g h + l m und k m + h i, und es ist jede dieser Summen immer größer als g i oder k l, welches die lothrechten Drucke auf die Gewinde der viereckigen Schraube sind.

Man kann annehmen, daß die Reibung der Schraube mit scharfem Gewinde meistentheils noch

übteste Arbeiter ist nicht immer im Stande, die Dimensionen so zu bestimmen, daß sie genau das richtige Maß haben und nicht größer oder kleiner sein soll; gleichwohl ist eine mehr als nöthige Dicke hier selten nachtheilig, weil die Quantität des Holzes gar sehr vermehrt werden muß, wenn daraus eine sehr große Zunahme im Gewicht entstehen soll. Dasselbe ist der Fall beim Eisen, jedoch nimmt man hier einige Stücken nur um einen niederländischen Zoll zu dick oder zu breit, so kann daraus gar schnell eine beträchtliche Erschwerung entstehen, die in jeder Hinsicht nutzlos und nachtheilig sein muß. Man kann dagegen aus Versehen einige Stücken so dünn oder nicht breit genug zu nehmen, wo dann ein solches Verfahren in der Folge noch schädlicher wird, als im entgegengesetzten Fall. Besonders gilt dieses für große Werkzeuge, und leidet weniger Anwendung auf kleine Maschinen, deren Dimensionen leichter zu bestimmen sind. Es gibt sonach Fälle, in denen man die Regeln, welche die Werkzeugskunst an die Hand gibt, zu Hilfe nehmen muß, und eben diese Regeln sollen in der gegenwärtigen Abtheilung entwickelt, erklärt und zugleich jetzt, wie in der Folge angewendet werden. Dieses soll nun in sofern geschehen, als es für die Anwendung und Ausübung der Kunst höchst nöthig ist; denn die ganze Entwickelung dieses Stoffes und die Anwendung desselben auf die vielerlei Fälle der Bau- und Werkzeugskunst würde schon an und für sich einen ganzen Band in Anspruch nehmen. Aus diesem Grunde werden die angegebenen Regeln nicht immer bewiesen werden, theils weil die Gründe dieser Beweise oder Rechnungsarten zu schwierig sind und nicht verstanden werden würden, theils weil dieses für die blose Anwendung nicht von äußerster Nothwendigkeit ist.

Der Grundsatz, nach welchem die Stärke eines Körpers zu bestimmen und zu beurtheilen ist, wird gewöhnlich abgeleitet aus dem sogenannten Tragvermögen eines Balkens, er sei von Holz, Eisen oder irgend einem andern Stoff, kann jede Form haben und in verschiedenen Stellungen hängen, unterstützt oder befestigt sein. Unter Tragvermögen versteht man dann dasjenige Gewicht, mit welchem der Balken belastet werden kann, bis daß er endlich (d. h. nicht im ersten Augenblick) bricht. Hat man durch Versuche das Gewicht bestimmt, so ist man gewohnt für Metalle $\frac{1}{3}$ und für Holzsorten $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ des Gewichtes für die Last zu nehmen, die mit Sicherheit vom Balken getragen werden kann. Obschon man diese Regel in vielen Fällen ohne Gefahr befolgen kann oder darf, so kann sie doch mit Nutzen durch eine andere ersetzt werden, die aus dem folgenden Grundsatze abgeleitet wird: die meisten Körper, die als Materialen in Gebrauch sind (Stein- und Glasarten u. s. w. ganz ausgenommen) sind immer mehr oder weniger federnd (elastisch); sie müssen sich also unter irgend einer Last beugen, ausstrecken oder einwärts drücken lassen; die Größe dieser Beugung muß mit der Vermehrung der Last stets zunehmen, bis endlich Zerbrechen erfolgt. Unter allen den Graden der Beugung ist eine einzige, welche, wenn sie weiter gienge, nachtheilig werden müßte, d. h. sie müßte den Zusammenhang der Theile so verändern, daß die Federkraft aufhörte, und daß die Körper nach Wegnahme der Last (ohne daß noch ein Zerbrechen Statt gefunden hat) nicht wieder in ihre vorige Gestalt zurückkehren. Nun ist es einleuchtend, wenn man einen Körper so stark belastet, daß dadurch die natürliche Federkraft der Theile nicht vernichtet wird, derselbe auch in dem festen Zusammenhang dieser

Dieses ist dann die eigentliche Last, aber unter derselben ist auch der Widerstand der Reibung begriffen; um also das Gewicht der Last ohne die Reibung zu bestimmen, so bestimme man durch die Tabelle des Art. 129 den allgemeinen Werth der Kraft, welche auf eine Schraube von 20 Linien Schraubengang und 28 Linien halbe Dicke wirkt. Dafür wird man finden

$$P = 7{,}30 \times \frac{Q}{R};$$

beträgt also die Kraft 12 ℔ und die Länge des Hebels 700 Linien, so ist

$$12 = 7{,}30 \times \frac{Q}{700},$$

oder beide Glieder dieser Gleichung mit 700 multiplicirt, gibt

$$7{,}30 \times Q = 8400,$$

deßhalb ist $Q = \frac{8400}{7{,}3} = 1150{,}7$ ℔.

Es müssen folglich 2638,94 − 1150,7 = 1488,24 ℔ an Reibung allein überwunden werden. Unter den 1150,7 ℔ ist auch noch die Schwere der Schraube mit begriffen.

2) Wie lange muß an derselben Schraube der Hebel R sein, damit eine Kraft von 10 ℔ eine Last von 1000 ℔ in Gleichgewicht erhalte, und zugleich auch die Reibung, welche diese Last verursacht, überwinde?

In der allgemeinen Gleichung

$$P = 7{,}3 \times \frac{Q}{R}$$

ist nun gegeben P = 10 und Q = 1000 deßhalb ist

$$10 = \frac{7,3 \times 1000}{R},$$

oder, wenn man durch 10 dividirt und die Multiplication 7,3 × 100 ausführt, so erhält man

$$1 = \frac{730}{R},$$

deßhalb muß R = 730 sein, was Linien sind.

Man könnte noch die Aufgabe stellen: wenn die Kraft, die Last und die Länge des Hebels gegeben sind, die Breite des Schraubenganges zu finden; doch dieses hat in der Anwendung wenig Nutzen, da die Größe des Ganges immer von Zwecken und Umständen abhängt, wie auch die Dicke der Schraube hiervon und von der Größe der Last abhängt, was in der Folge erläutert werden soll.

§. IV.

Ueber den Gebrauch der Schraube u. s. w.

152. Es ist nicht möglich, die vielerlei Zwecke anzuführen, zu welchen die Schraube in vielen Werkzeugen mit Nutzen gebraucht werden kann; es können hier nur die hauptsächlichsten Anwendungsarten derselben erwähnt werden.

Zieht man zuerst die große Last in Betrachtung, die mit einer Schraube gehoben oder in der Bewegung gehindert werden kann, so ergibt sich, daß die Schraube besonders tauglich sei um mit wenig Druck große Klemmungen zu verursachen und ohne daß die Kraft weiter wirkt, Körper in Klemmung zu halten. Hieraus entstehen die vielerlei Arten von Pressen. Eine männliche Schraube, die sich in einer festen Schraubenmutter dreht oder eine Schraubenmutter, welche sich um eine feste männliche Schraube bewegt, besitzen beide während der Um-

ad der Drehungspunkt oder die Axe des Hebels ist, der bewegt wird. Das Gewicht G hat zum Hebelarm die ganze Länge Ag = l des Balkens und deßhalb hat man von Seiten des Gewichts ein Moment = G × l. Man nenne die Kraft, welche erforderlich ist, um den Zusammenhang der Theile auf einer Fläche von 1 Quadratzoll ganz und gar zu brechen = k; wenn dann der Balken b Zoll breit und d Zoll dick ist, so wird der Durchschnitt adbe eine Oberfläche haben von b × d oder von bd niederländischen Quadratzollen. Um also den Zusammenhang der Theile des ganzen Durchschnittes des Balkens zu zerbrechen, ist erforderlich eine Kraft oder ein Gewicht = k × bd; diese Kraft wirkt in der Richtung fe der Länge und muß auf einem einzigen Punkte vereinigt in irgend einem Punkte c des Durchschnittes adbe wirken; die Entfernung ci dieses Punktes von der Axe ad wird der Hebelarm dieser Kraft sein. Erfolgte das Zerbrechen mit einemmale, ohne daß Beugung einträte, so würde c der Schwerpunkt aller Kräfte k sein, die auf jeden Quadratzoll wirken und also in der Mitte der halben Dicke liegen; vor dem Zerbrechen findet jedoch Beugung Statt und dieses verändert den Fall. Weil es nun gleichgültig ist, wie weit entfernt der Punkt c von ad ist, so wollen wir annehmen, daß er in $\frac{1}{m}$ der Dicke liege ($\frac{1}{m}$ bezeichne den dritten, oder den vierten, oder den sechsten Theil im Allgemeinen), so ist ci = $\frac{1}{m} \times d$. Wenn man deßhalb die Kraft $k \times bd$ mit dem Hebelarm $\frac{1}{m} \times d$ multiplicirt, so wird ihr Moment = $k \times bd \times \frac{1}{m}$

$\times d = k \times bd^2 \times \frac{1}{m} = \frac{k \times bd^2}{m}$; dieses Moment muß natürlich demjenigen des Gewichtes G gleich sein (weil G das Gewicht ist, welches den Zusammenhang gerade zu zerbrechen vermag), deßhalb ist

$$G \times l = \frac{k}{m} \times bd^2,$$

und mit l dividirt, erhält man

$$G = \frac{k}{m} \times \frac{bd^2}{l};$$

da nun der Bruch $\frac{k}{m}$ immer einer einzigen Zahl, sie sei ganz oder zehntheilig, gleich ist, so nenne man diese Zahl n und dann ist

$$G = n \times \frac{bd^2}{l},$$

und dieses muß bewiesen werden; denn nach den Grundsätzen der Arithmetik und Algebra bezeichnet der Zähler bd^2 eine gerade zusammengesetzte Proportion aus der Breite b und aus der Dicke d mit sich selbst multiplicirt, also dem Quadrate der Dicke, während der Nenner l das einfache umgekehrte Verhältniß der Länge ausdrückt. Ohne auf dieses Verhältniß Rücksicht zu nehmen, kann man auch sagen: das Tragvermögen G eines Balkens ist gleich dem Werthe der Breite, multiplicirt mit dem Quadrate der Dicke, dividirt durch die Länge so und so viel mal (n) genommen.

Man muß jedoch, wie §. I. bemerkt worden ist, unter Tragvermögen hier und in der Folge verstehen das Gewicht, welches von dem Balken mit Sicherheit getragen werden kann, ohne daß der Zusammenhang der Theile verändert wird. Wenn

man unter dieser Voraussetzung der Sache genauer nachforscht, so lehrt eine Berechnung, daß, wenn k das Gewicht bezeichnet, welches in der Richtung ef (in welcher der Zusammenhang zerbrochen werden muß, in sofern wirkliches Zerbrechen Statt findet) wirken kann, ohne eine nachtheilige Veränderung im Zusammenhange zu verursachen, das Tragvermögen in diesem Falle ausgedrückt werden müsse durch

$$G = \frac{k}{6} \times \frac{b\,d^2}{l};$$

b, d und l müssen in Zollen gegeben sein, und 6 ist hier dasselbe, wie oben die allgemeine Zahl m.

140) Nimmt man z. B. an, daß ein Balken AB Fig. 180 frei auf einem Unterstützungspunkte S liege, und an beiden Enden belastet sei, so wird diese Belastung zum wenigsten den Effect haben, den Balken zu biegen; denn auch diese Wirkung muß dem Brechen vorausgehen. Es sei nun die Beugung so groß, daß sie noch keine Veränderung in der Federkraft und dem Zusammenhange der Theile zuwege bringt; die genannte Beugung kann nun nicht Statt finden, ohne daß die an der Oberfläche liegenden Theile ausgedehnt und die an der unteren Fläche liegenden Fasern zusammengedrückt werden. Deßhalb müssen mitten in der Dicke des Balkens der ganzen Breite nach, eine Reihe Fasern vorhanden sein, welche weder ausgedehnt, noch zusammengedrückt werden, sondern in ihrer natürlichen Stellung und Zusammenhang bleiben. Die Axe oder Linie, welche parallel zur Länge des Balkens mitten durch diese Reihe von Fasern läuft, wird die unveränderliche Axe genannt, indem sie eben durch diejenigen Theile läuft, welche weder zu den ausgedehnten, noch zu den zusammengedrückten Fasern gehören. In einem viereckigen Balken läuft

häufig nöthig ist, den Hebel HB mit einem Seil an einer Welle oder an einer Schiffswinde zu verbinden, und denselben durch die Umdrehung dieser Welle zu bewegen. Die Zeit, welche mit dem Fortstecken des Hebels von I nach H verloren geht, kann auf keine andere Weise gewonnen werden, als daß man die Schraube durch Räderwerk umdreht, wodurch die Bewegung anhaltend, das Werkzeug aber auch zusammengesetzter wird; jedoch kann dieses gar sehr durch den Vortheil der anhaltenden Bewegung aufgewogen werden, indem die gewöhnliche Einrichtung in keinem anderen Fall anzurathen ist, als wenn das Pressen der Güter G nicht lange dauert und sogleich wieder auf andere Güter angewendet werden muß.

Der bewegliche Theil EF, gewöhnlich die Brücke genannt, nimmt in Einschnitten die Säulen CE und DF auf und muß also von der Schraube allein eine fortschreitende Bewegung nicht nur niederwärts, sondern auch aufwärts empfangen können; folglich muß die Schraube dergestalt mit der Brücke verbunden sein, daß sich erstere, während sie sich niederwärts oder aufwärts bewegt, frei drehen kann. Sie muß deßhalb gleich der Schraubenmutter in Fig. 171 unten mit einem ausgedrehten Halse versehen sein, welcher vom Kragen KL, der an der Brücke festsitzt, umgeben ist. Dieses kann geschehen, wenn man auf der Brücke zu beiden Seiten der Schraube zwei Krammen R und S anschlägt, bedeckt mit einer Platte RS, in welcher eine runde Oeffnung O von der Weite des Durchmessers der Schraube sich befindet und die bei M und N über die ganze Breite schwalbenschwanzartig eingeschnitten ist. In diese Einschnitte werden zwei halbe Kragstücke M und N geschoben, die den Hals der Schraube umschließen und ihr gestatten, sich unge-

hindert zu drehen. Die Figur zeigt diese Verbindung im Durchschnitt und in der Perspective. Wenn die Schraube aus Eisen oder aus Stahl gearbeitet ist, so wird der Hals P flach oder viereckig im Durchschnitt ausgedreht, aber der Hals O muß scharf oder schwalbenschwanzartig ausgedreht sein, wenn die Schraube aus Holz verfertigt ist, weil eine flache Ausdrehung im Holze durchs Hirnholz laufen muß, dadurch geräth aber der vorragende Rand um den Hals herum in Gefahr abzubrechen. Dieses ist auch der Grund, weßhalb man keine großen hölzernen Schrauben mit flachen Gewinden gebrauchen kann.

Man kann jedoch (und so wird es auch meistentheils gemacht) die Hälse eiserner oder hölzerner Schrauben auch zwischen zwei eisernen oder hölzernen Stäben, oder zwischen einem langen, gut gearbeiteten eisernen Krampen einschließen, indem man dieselben nämlich dergestalt durch die Brücke der Presse steckt, daß die genannten Stäbe, oder die beiden Arme des Krampens am Halse der Schraube hinlaufen, und auf diese Weise gleich einem Bügel den Hals der Schraube einschließen, was bei einer andern Einrichtung die halbrunden Kragstücke thun.

Obschon eine Last, welche in einer Presse zusammengedrückt ist, einen großen Gegendruck auf die Schraube ausübt, so wird letztere doch meistentheils in ihrer Stellung bleiben, wenn der Gang einzeln und also im Allgemeinen nicht groß ist. Die Schraube wird dann wegen der großen Reibung, welche sie in der Schraubenmutter verursacht, durch die Last nicht so stark emporgedrückt werden, daß sie die genannte Reibung überwindet und zurückläuft, jedoch ist dieses möglich, wenn der Druck groß ist und die Schraube ein sehr steiles Gewinde, oder einen breiten Gang hat. Um alsdann dem Zurück-

en vor[illegible]beugen, versieht man die Schraube mit [illegible]m Sperrrade T, in welches ein Sperrkegel U [illegible]eift, so daß sich die Schraube nur in einer ein= [illegible] Richtung umdrehen kann, es sei denn, daß der [illegible]rkegel [illegible]us den Zähnen des Rades herausge= [illegible]n ist.

Die beschriebene allgemeine Einrichtung der [illegible]se ist [illegible] einfachste und zweckmäßigste; denn wenn [illegible]was m[illegible]glich ist, mit festen Vaterschrauben und [illegible]eglichen [illegible]rauben [illegible]ie die Pressen Fig. 170 [illegible] eingerichtet wer[illegible]n sie theurer zu stehen [illegible] können ohne [illegible] [illegible]nensetzung nur durch [illegible]i Kräfte bewegt wer[illegible]enn alsdann muß die [illegible]cke EF durch zwei [illegible]ubenmuttern an zwei [illegible]erschrauben bewegt werden. Die weit genauere [illegible]allele Bewegung der Br[illegible] mag der Hauptvor= [illegible]l sein, welcher mit einer [illegible]hen Einrichtung ver= [illegible]den ist.

134) Man hat die Schraube auch mit sehr viel Nutzen zum Geldprägen, zum Durchbohren schwerer gewalzter eiserner oder kupferner Platten zum Durchbohren von Schwarzblech, von Weiß= blech u. s. w. angewendet. Alle die Werkzeuge zu beschreiben, welche dazu benutzt werden, ist hier nicht möglich, da dieses außerhalb der Grenzen dieses Lehr= buches liegt, doch dürfte es von Nutzen sein, die Presse zu beschreiben, mittelst welcher man in Plat= ten von 1 niederländischen Zoll Dicke und darüber runde Löcher bohrt, um gabelförmige Klammern zur Verbindung der Platten einzusetzen. Hat man die Einrichtung dieser Presse begriffen, so kann man sich auch leicht einen Begriff der Einrichtung für einen der zuerst genannten Zwecke machen.

Die 173ste Figur gibt eine perspectivische An= sicht dieser Presse. A ist ein Joch aus gegossenem Eisen, fest eingelassen in ein schweres hölzernes Klotz

D und mit demselben durch eiserne Bänder verbunden. Dieses Joch von derselben Gestalt, wie dasjenige der kleinen Siegelschrauben auf Comptoiren hat in seinem Kopfe B eine metallene Schraubenmutter, in welcher eine sehr genau gearbeitete gehärtete Vaterschraube CE läuft; auf dem viereckigen Kopfe der Vaterschraube liegt ein horizontales Rad von gegossenem Eisen, mit welchem der Hebel N (mit einem Knie versehen, damit er um das Joch A herum sich unbehindert bewegen könne) verbunden ist; die Schraube läuft mit einem Hals in einem viereckigen eisernen Fuße F, welcher bestimmt ist, durch den kupfernen Bügel G, der von hinten an das Joch A geschraubt ist, und von vorn durch die am Kopfe B befestigte Stütze GH gehalten wird, sich gerade auf und nieder zu bewegen. Der Bügel G ist natürlich auch viereckig, besteht aus zwei gleichen und ganz ähnlichen Theilen und schließt genau um den Fuß F.

In die Basis dieses Fußes kann nun ein Kegel geschraubt werden, welcher in ein kleines Cylinderchen, aus gutem Gußstahl verfertigt, ausläuft. Die Basis dieses Cylinderchens, ist in der Mitte etwas hohl, so daß der Umfang von unten mehr oder weniger scharf ist, wie ein Aussticheisen oder ein Hohlmeisel. Das Cylinderchen kann sich in einer Büchse bewegen, ohne Reibung an dessen Wänden. Schräg durch das Holzklotz läuft eine Rinne KL von demselben Durchmesser oder noch weiter als die Rinne. Die Verbindung der Schraube mit dem Fuße kann so eingerichtet sein, wie sie unter T dargestellt ist, es hat nämlich die Basis der Schraube einen Hals, in welchen an allen 4 Seiten des Fußes Kragstücke oder Keile angebracht werden, welche in 4 schwalbenschwanzartigen Ausschnitten im Fuße festsitzen und ferner noch zusammengehal-

ten werden durch ein viereckiges eisernes Band V, welches genau um den Fuß herum gelegt ist und nachdem die Schraube in die Oeffnung D und die Tragstücke um den Hals gesetzt sind, festgekeilt wird. Die Betrachtung der Figur wird mehr Erläuterung geben, als eine ausführlichere Beschreibung.

Man kann die Verbindung auch einfacher herstellen, wenn man ein Paar viereckige Stäbchen oder eine Kramme um den Hals der Schraube legt, wofür dann im Fuße zwei genau viereckige Löcher zur Aufnahme der erwähnten Stäbe oder der Kramme angebracht werden müssen, was jedoch nicht sehr leicht ist.

Die Verbindung läßt sich auch noch auf andere Weise bewerkstelligen, besonders wenn das Joch aus zwei Säulen besteht, auf welchen der Kopf, wie in Figur 172 ruht. Da es jedoch hier nicht der Zweck ist, dergleichen Einzelnheiten zu beschreiben, so übergehen wir dieses und halten die Beschreibung des Werkzeuges für so ausführlich, daß die Wirkung desselben verstanden werden kann.

Lochhammer. Es soll eine große und dicke eiserne Platte nahe an ihren 4 Ecken mit runden Löchern versehen werden, um sie mit anderen, auf gleiche Weise durchbohrten Platten mittelst Klammern zu vereinigen, so wird diese Platte, nachdem die Ränder unter der Presse Fig. 171 ganz gleich abgeschnitten sind, und nachdem man auf derselben die Stellen für die Löcher bezeichnet hat, mit ihrem Rand auf die Leiste K gelegt, so daß die Spitze l sich gerade über dem Punkte befindet, welcher durchbohrt werden soll. Das andere Ende der Platte ruht auf einem Bock M, in gleichem Niveau mit der Leiste K. Einer oder zwei Arbeiter drehen die Schraube, welche drei Gänge hat, sie sind [illegible], daß sie dieses thun können, ohne um das ganze

das Gewicht G gerade in der Mitte der Länge AB wirkt. Auf jede Hälfte AC oder BC wirkt also die Hälfte des Gewichtes G. Das Tragvermögen des halben Balkens $AC = BC = \frac{1}{2}b$ ist also proportional mit

$$\frac{b\,d^2}{\frac{1}{2}l},$$

d. i. proportional mit $\frac{2\,b\,d^2}{l}$; da nun das Tragvermögen des ganzen Balkens gleich ist dem doppelten Vermögen des halben Balkens, so muß der ganze Effect proportional sein mit

$2 \times \frac{2\,b\,d^2}{l}$, d. i. proportional mit $\frac{4 \times b\,d^2}{l}$;

wenn aber der Balken die Stellung wie in Fig. 179 hätte, so würde das Tragvermögen für das Gewicht G, welches auf das Ende A drückt, proportional sein mit

$$\frac{b\,d^2}{l},$$

(siehe Art. 139) was nur $\frac{1}{4}$ des vorhergehenden Vermögens ist.

143) **Ein Balken, welcher mit beiden Enden unbeweglich in einer Mauer, oder in einem anderen Körper befestigt ist (Fig. 182) trägt in seiner Mitte noch einmal so viel, als wenn er mit beiden Enden frei auf zwei Unterstützungspunkten liegt.**

Wenn Brechen oder Biegen Statt findet, so muß es an drei Stellen geschehen, nämlich am Ende A, B und in der Mitte; die Hälfte des Gewichtes G trägt hierzu an beiden Seiten gleich viel bei, weil das Gewicht in der Mitte hängt. Das Tragvermögen des halben Balkens, in sofern er eine Beu-

sondern wie durch einen schweren Körper, welcher mit einem großen Impuls gegen einen kleinen Theil der Oberfläche der Platte bewegt wird. Ist das Rad R einmal in Bewegung gebracht, so strebt es vermöge seiner Trägheit in dieser Bewegung zu beharren, und dieses Streben ist sehr kräftig, weil das Rad schwer ist, eine große Masse besitzt, und auch wegen seines großen Durchmessers eine große Umdrehungsschnelligkeit. Dieses Rad verstärkt also die Bewegung noch mehr und strebt dieses auch dann noch zu thun, wenn der Bohrcylinder mit der Platte bereits in Berührung steht. Wenn man dieses alles zusammennimmt, nämlich, daß die bewegende Kraft der Arbeiter an dem Hebel in der Schraube beständig mehr und mehr angehäuft wird; daß hierdurch und durch den Trieb des Rades R die Masse der Schraube ꝛc. an Bewegung immer mehr zunimmt und also eine beschleunigte Bewegung erlangt; und daß die auf diese Weise angehäufte Kraft auf einmal gegen eine kleine Oberfläche ausgeübt wird, so wird man begreifen, daß diese Wirkung ganz verschieden von einem gewöhnlichen Pressen vermögend genug sein könne, den Zusammenhang des Eisens oder des Kupfers in der Ausbreitung der genannten kleinen Oberfläche ganz zu vernichten, und daß das Cylinderchen mit Kraft durch die Platte dringen müsse.

135) Es ist nicht leicht und immer noch etwas ungewiß, den Effect dieses Werkzeuges durch Berechnung sehr genau zu bestimmen; man kann dieses jedoch für die Praxis sehr leicht auf eine genügende Weise bewerkstelligen: man bringt diese Berechnung zugleich für die Anwendung des Grundsatzes, welcher in Art. 44 bewiesen worden ist, näm- daß die lebende Kraft, die ein in Be-

wegung gesetzter Körper erlangt, gleich sei dem Doppelten der Quantität der Wirkung.

Es soll das Cylinderchen, welches aus einer Platte von 1 niederl. Zoll Dicke gepreßt werden muß, 14 Linien Durchmesser haben; dieses Cylinderchen, welches durch die Percussion eines schnellbewegten Körpers aus dem Eisen getrieben wird, muß natürlich auch durch den Druck eines sehr schweren Gewichtes aus der Platte gepreßt werden können, vorausgesetzt, daß die Platte auf der Büchse K liege, daß das Gewicht gleich vertheilt sei über die Oberfläche von 14 Linien Durchmesser, welche gerade über dem hohlen Raume der Büchse liegt und deßhalb von unten nicht unterstützt wird. Dieses Gewicht ist nicht genau zu bestimmen, nimmt man aber einen mittleren Werth aus Versuchen und angestellten Berechnungen, so wird für eine eiserne Platte von 1 niederl. Zoll Dicke auf die Oberfläche von 1,4 Zoll Durchmesser zum Brechen ein Gewicht nöthig sein von ungefähr 24000 niederl. Pfunden. Ehe das Brechen eintritt, entsteht ein Eindruck oder eine Einbiegung des Cylinderchens, dasselbe wird nämlich von oben eingedrückt und an der unteren Seite der Platte auf einen gewissen Raum herausgedrückt, sobald die Zerreißung des Zusammenhanges der Theile vollends eintritt. Es soll nun der Umfang dieser Einbiegung, bis das Brechen erfolgt, zwei Linien betragen, was von der Wahrheit nicht sehr abweichen wird, so wird das druckende Gewicht dadurch durch den Raum von zwei Linien bewegt und es hat also eine Quantität der Wirkung Statt gefunden von $24000 \times 0{,}002 = 48$.

Die Bewegung, welche das Bohrcylinderchen durch die Anstrengung der Arbeiter und durch die Wirkung der Trägheit des Schwungrades R erlangt,

ist eine beschleunigte und kann der Beschleunigung der Bewegung eines freifallenden Körpers verglichen werden. Der Gang der Schraube betrage 8 niederl. Zoll, und da die Arbeiter nur den halben Umfang durchlaufen (obschon das Durchlaufen eines größeren Raumes auch eine größere Wirkung gibt), so läuft das Bohrcylinderchen jedesmal mit zunehmender Schnelligkeit durch einen Raum von 4 Zoll und kann also am Ende dieses Weges ziemlich nahe eine Schnelligkeit von 0,886 Ellen haben (siehe die Tabelle nach Art. 37 erste Abth.). Man nenne nun die Masse, welche gegen die Platte bewegt wird, oder sich gegen die Platte bewegen soll $= M$, so ist am Ende des Weges von 4 niederl. Zollen im Körper eine lebende Kraft angehäuft, welche ausgedrückt wird durch $M \times (0{,}886)^2 = M \times 0{,}785$ (siehe Art. 44).

Zufolge dessen, was in Art. 41, entwickelt worden ist, ist die Masse M des in Bewegung gesetzten Körpers gleich dem Gewichte desselben, dividirt mit dem Effect der Schwerkraft, welche ist $g = 9{,}81216$. Wenn man dann das Gewicht, dessen Masse M ist $= x$ nennt, so wird $M = \frac{x}{g}$ dividirt durch g sein, und also

$$M \times 0{,}785 = 0{,}785 \times \frac{x}{g}$$

sein; diese lebende Kraft muß nun gleich sein dem Doppelten der oben gefundenen Quantität der Wirkung 48, deßhalb

$$0{,}785 \times \frac{x}{g} = 96$$

d. i. $0{,}785 \times x = g \times 96 = 9{,}81216 \times 96$ $= 941{,}967$ woraus sich für $x = \frac{941{,}967}{0{,}785} =$ ziemlich 1200 Pfund ergibt.

Diese 1200 Pfund sind also der Druck, welcher mit der Schraube durch den Druck der Arbeiter auf den Hebel und durch einen Theil des Gewichtes des Schwungrades, der Schraube und des Fußes ausgeübt werden kann. Es wird hier angenommen, daß der Radius des Rades 1 Elle und die Dicke der Felgen im Durchschnitt 8 Zoll betragen; die 8 Speichen haben eine mittlere Breite von 8 Zoll und sind in der Mitte 4 Zoll dick. Die Schraube ist 8 Palmen lang mit Einschluß des Kopfes u. s. w., der Fuß ist 3 Palmen lang; der Durchmesser der Schraube beträgt 10 Zoll und die Seite des Fußes auch 10 Zoll. Hieraus kann man berechnen, daß das Gewicht des Schwungrades der Schraube und des Fußes ungefähr 550 Pfund betragen müsse. Diese 550 Pfund bewegen sich im Gewinde der Schraubenmutter, also auf einer schiefen Fläche von 8 Zoll Höhe und 38 Zoll Basis (so viel beträgt der mittlere Umfang der Schraube) niederwärts, so daß die Länge der schiefen Fläche beinahe 38 Zoll beträgt. Nach dem ersten Theile des 119ten Artikels muß nun derjenige Theil der Last von 500 Pfund, welcher der schiefen Fläche parallel liegt, zerlegt werden

$$= \frac{550 \times 8}{38} = \frac{4400}{38} = 116 \text{ ℔}.$$

Wenn also die Schraube nebst den mit ihr verbundenen Theilen niederwärts sich bewegt, so wirken von den 550 Pfund Schwere nur 116 Pfund ganz frei, der übrige Theil wird von den Gängen der Schraubenmutter getragen. Diese 116 ℔ machen

man unter dieser Voraussetzung der Sache genauer nachforscht, so lehrt eine Berechnung, daß, wenn k das Gewicht bezeichnet, welches in der Richtung ef (in welcher der Zusammenhang zerbrochen werden muß, in sofern wirkliches Zerbrechen Statt findet) wirken kann, ohne eine nachtheilige Veränderung im Zusammenhange zu verursachen, das Tragvermögen in diesem Falle ausgedrückt werden müsse durch

$$G = \frac{k}{6} \times \frac{b\,d^2}{l};$$

b, d und l müssen in Zollen gegeben sein, und 6 ist hier dasselbe, wie oben die allgemeine Zahl m.

140) Nimmt man z. B. an, daß ein Balken AB Fig. 180 frei auf einem Unterstützungspunkte S liege, und an beiden Enden belastet sei, so wird diese Belastung zum wenigsten den Effect haben, den Balken zu biegen; denn auch diese Wirkung muß dem Brechen vorausgehen. Es sei nun die Beugung so groß, daß sie noch keine Veränderung in der Federkraft und dem Zusammenhange der Theile zuwege bringt; die genannte Beugung kann nun nicht Statt finden, ohne daß die an der Oberfläche liegenden Theile ausgedehnt und die an der unteren Fläche liegenden Fasern zusammengedrückt werden. Deßhalb müssen mitten in der Dicke des Balkens der ganzen Breite nach, eine Reihe Fasern vorhanden sein, welche weder ausgedehnt, noch zusammengedrückt werden, sondern in ihrer natürlichen Stellung und Zusammenhang bleiben. Die Axe oder Linie, welche parallel zur Länge des Balkens mitten durch diese Reihe von Fasern läuft, wird die unveränderliche Axe genannt, indem sie eben durch diejenigen Theile läuft, welche weder zu den ausgedehnten, noch zu den zusammengedrückten Fasern gehören. In einem viereckigen Balken läuft

diese Axe gerade durch die Mitte der Dicke. Nun ist es einleuchtend, daß der Grad der Ausdehnung oder Zusammendrückung der Fasern gerade proportional sein müsse der Entfernung von der unveränderlichen Axe, d. h. ein Theilchen in der Entfernung ac gelegen, wird noch einmal so viel ausgedehnt, als ein Theilchen, welches in der Entfernung bc liegt, wenn nämlich $bc = \frac{1}{2} ac$ ist. Man nenne die Entfernung eines Theilchens (das z. B. ausgedehnt wird) von der unveränderlichen Axe x, wenn dann das Theilchen a in der Entfernung ac liegend $= \frac{1}{2} d$ (d bezeichnet die Dicke) durch ein Gewicht k so viel ausgedehnt wird, als ohne eine nachtheilige Veränderung des Zusammenhanges der Theile möglich ist, so muß die entsprechende Ausdehnung des erst genannten Theilchens durch Auflösung nachfolgender Proportion gefunden werden:

$$\frac{1}{2} d : x = k : \text{gesuchte Ausdehnung} = \frac{2k \times x}{d}.$$

Alle Theilchen, welche in derselben Entfernung x von der unveränderlichen Axe liegen, erfahren eine gleiche Ausdehnung, und da natürlich in der Entfernung x so viele Theilchen liegen, als der Balken breit ist, d. i. b Theilchen, so ist die Wirkung des Druckes eines der Gewichte G in der Entfernung x und auf die ganze Breite $b = \frac{2kbx}{d}$.

Der Hebelarm aller dieser Theilchen ist die Entfernung x von der unveränderlichen Axe, um welche die Ortsveränderung der Theile erfolgt, es möge nun Zusammendrücken oder Ausstehnen Statt finden; deßhalb muß das Moment der Kraft, welche die Theilchen in der genannten Entfernung x zusammendrückt oder ausdehnt

arbeiter ꝛc., in welchen die Schraube dazu dient, die bewegliche Wange der festen zu nähern, um einen Körper von gewisser Dicke zwischen denselben festzuklemmen. Endlich kann man durch Umdrehung der Schraubenmutter, indem man verhindert, daß sie den Platz verändert, die Schraubenspindel sich langsam fortbewegen lassen, ohne daß sie sich umdreht. Der Zweck und der Platz oder Raum, den das Werkzeug einnehmen kann oder soll, müssen entscheiden, welche dieser drei Anwendungsarten zu wählen sei.

Der Gang der Schraube richtet sich in vielen dieser Fälle nach dem Raume, welchen der Körper während einer Umdrehung durchlaufen muß. Ist nun dieser Raum sehr klein, so müssen die Gewinde natürlich sehr fein sein, und dann ist es möglich, daß man entweder die Gewinde nicht so fein verfertigen kann oder daß sie durch die Feinheit zu viel an Stärke verlieren. Der Effect kann dann erlangt werden durch eine zweckmäßige Verbindung von zwei Schrauben A und B Fig. 174, von denen jede einen verschiedenen Gang hat, der an sich selbst groß genug ist, um für die Stärke der Gewinde Sicherheit zu geben, und größer als der Gang einer einzigen Schraube, durch welche die verlangte langsame Bewegung dargestellt werden kann. Gesetzt, es sei eine Last mit der Schraubenmutter EF verbunden (welche in den Falzen EC und DF bewegbar ist) und diese Last müsse einen Raum von $\frac{1}{2}$ Linie durchlaufen, wenn die Schraube einmal umgedreht wird; so gebe man der Schraube B einen Gang, der um eine halbe Linie kleiner ist, als der Gang der Schraube A (welche in der festen Schraubenmutter GH sich bewegt), so wird der verlangte Effect durch die gleichzeitige Wirkung der beiden Schrauben erreicht werden. Es habe z. B. A einen Gang von 10,5 Linien und B einen Gang von

10 Linien; wenn A einmal umgedreht wird, so muß die Last um 10,5 Linien fortrücken, wenn die Schraube B nicht vorhanden wäre; aber die Schraube B bewirkt, daß die Schraubenmutter EF bei einer einzigen Umdrehung um 10 Linien zurückgeht; auf diese Weise schreitet die Schraubenmutter mit der Last nur um ½ Linie fort, sobald beide Schrauben zugleich wirken.

Bei solchen Verbindungen von zwei Schrauben (welche Aehnlichkeit haben mit der Vereinigung von zwei verschiedenen Winden, wovon Art. 117 gesprochen worden ist) kann man deßhalb die Last willkührlich vergrößern, ohne daß man die Kraft zu vermehren braucht; gegenüber steht jedoch eine Verminderung in der Bewegung der Last. Wenn man an demselben Cylinder zwei Schrauben schneidet, von denen jede einen verschiedenen Gang hat, und deren Gewinde nicht wie in Fig. 174 nach derselben Seite gerichtet sind, sondern wie in Fig. 175 nach entgegengesetzten Richtungen laufen, so kann man dadurch umgekehrt eine Bewegung mittheilen, größer als diejenige, welche erzeugt wird durch eine Schraube, deren Gänge nicht größer ist, als derjenige der Schraube A oder B. Da man gleichwohl den Gang einer Schraube eher vergrößern, als verkleinern kann, so muß man mit einer Schraube immer dieselbe Bewegung erzeugen können, wie durch eine Vereinigung von zwei Schrauben mit entgegengesetzten Gewinden, und also ist die Verbindung in Fig. 175 nicht von solcher Anwendbarkeit, als diejenige, welche Fig. 174 dargestellt ist.

137) Die Anwendung der Schraube, um zwei oder mehrere Körper fest zu verbinden, ist sehr bekannt. In dieser Hinsicht benutzt man sie für denselben Zweck, wie den Keil oder den h ö l z e r n e n N a g e l, doch verdient die Schraube vor dem Keil

bei weitem den Vorzug, weil letzterer durch Schwankungen, Zuckungen u. s. w. von selbst losgehen kann, was bei der Schraubenmutter nicht der Fall ist, wenn die Gewinde der Schraube im Verhältnisse zu ihrer Dicke so fein wie möglich genommen werden.

Die Verbindungsschrauben, häufig Schraubenbolzen oder Schraubennägel genannt, können eine feste oder bewegliche Schraubenmutter haben; im ersten Fall enthält das unterste oder entferntere Stück A Fig. 176, welches mit dem oberen oder näheren Stücke B verbunden werden soll, ein rundes Loch, welches zu einer Schraubenmutter ausgebohrt ist, und in welches die Schraube, die durch ein glatt ausgebohrtes Loch im Stück B läuft, eingeschraubt wird. Im zweiten Fall wird die Schraube durch gebohrte Löcher in den Stücken a und b Fig. 177 gesteckt, während die Mutter m am unteren Ende der Schraube S angeschraubt wird, so daß die beiden Stücken dann zwischen dem Kopf der Schraube und zwischen die Schraubenmutter geklemmt werden. Alle Verbindungen, wobei es auf Festigkeit ankommt, werden durch Schraubenbolzen, wie Fig. 176 oder 177 hergestellt, je nachdem die Umstände die Stellung der zu verbindenden Stücke u. s. w. dieses vorschreiben. Wenn man die Wahl hat, so verdienen Schraubenbolzen mit beweglichen Schraubenmuttern hinsichtlich der Einfachheit der Einrichtung der Bequemlichkeit der Behandlung u. s. w. vor jenen Bolzen immer den Vorzug, welche in die zu verbindenden Stücke selbst, geschraubt werden. Man macht sie von Eisen oder Kupfer, je nachdem die Verbindung die Decoration u. s. w. dieses erheischen, gibt ihnen aber in jedem Fall kein flaches, sondern ein scharfes oder rundes Gewinde, und zwar 1) weil ein rundes oder scharfes Gewinde stärker

Dicke den Balken noch einmal so schwer macht, so muß doch bei diesen gleichen Quantitäten des Stoffes das Tragvermögen mit der Dicke viel stärker zunehmen, als mit der Breite. Wenn deßhalb ein Balken bei verschiedenen Breiten und Dicken immer einen Durchschnitt von demselben Inhalte behält und also auf dieselbe Länge dieselbe Quantität Stoff besitzt, so kann dennoch das Tragvermögen sehr verschieden sein. Bei jeder besondern Breite und Dicke wird sonach das Tragvermögen jedesmal anders. Eins von diesen Tragvermögen ist nun natürlich das größte und dieses findet Statt, wenn man die Breite und Dicke im Verhältniß von 5 zu 7 zu einander nimmt; hat man also die Breite auf 10 bestimmt, so muß die Dicke 14 werden, weil 10 : 14 = 5 : 7.

Die so eben angeführten Verhältnisse zwischen dem Tragvermögen von Balken oder Körper einer anderen Gestalt finden jederzeit Statt, in welcher Stellung die Balken oder Körper sich nur befinden mögen, sobald man bei der Vergleichung dieser Tragvermögen die Körper in derselben Stellung betrachtet.

142) Das Tragvermögen eines Balkens Fig. 181, der an beiden Enden frei auf zwei Unterstützungspunkten liegt und in der Mitte belastet ist, ist viermal größer, als wenn derselbe Balken mit dem einen Ende in einer Mauer befestigt und am andern Ende mit derselben Last G wie in Fig. 179 beschwert wäre.

Wenn der Balken bricht oder sich biegt, so geschieht dieses, um zwei Unterstützungs- oder Drehungspunkte A und B, jeder Theil AC und BC wird gleich stark gedrückt oder gebogen, weil der Balken überall gleich breit und gleich dick ist und

Ersten Theiles dritte Abtheilung.

Ueber die Stärke der Materialien, angewendet auf das Bestimmen der Dimensionen der einfachen Werkzeuge.

Erstes Kapitel.

Grundsätze und Regeln, um die Stärke von Körpern zu bestimmen, welche in Stoff, Form und Stellung verschieden sind.

§. I.

Einleitung.

138) Wenn die Wahl der Theile, aus welchen ein Werkzeug bestehen soll, nach den Grundsätzen, welche für diesen Zweck erläutert worden sind, und in der Folge noch ferner entwickelt werden sollen, entschieden ist, so ist die Bestimmung der Dimensionen und Form dieser Theile in der Praxis ein sehr wichtiger Punkt; denn es muß jeder Theil eines Werkzeuges, welches durch die Uebertragung der Wirkungen einer Kraft durch das Emporhalten einer bestimmten Last ꝛc. während der Bewegung oder im Gleichgewichte gedrückt wird, muß nothwendig eine

Der Grundsatz, nach welchem die Stärke eines Körpers zu bestimmen und zu beurtheilen ist, wird gewöhnlich abgeleitet aus dem sogenannten Tragvermögen eines Balkens, er sei von Holz, Eisen oder irgend einem andern Stoff, kann jede Form haben und in verschiedenen Stellungen hängen, unterstützt oder befestigt sein. Unter Tragvermögen versteht man dann dasjenige Gewicht, mit welchem der Balken belastet werden kann, bis daß er endlich (d. h. nicht im ersten Augenblick) bricht. Hat man durch Versuche das Gewicht bestimmt, so ist man gewohnt für Metalle $\frac{1}{3}$ und für Holzsorten $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ des Gewichtes für die Last zu nehmen, die mit Sicherheit vom Balken getragen werden kann. Obschon man diese Regel in vielen Fällen ohne Gefahr befolgen kann oder darf, so kann sie doch mit Nutzen durch eine andere ersetzt werden, die aus dem folgenden Grundsatze abgeleitet wird: die meisten Körper, die als Materialen in Gebrauch sind (Stein- und Glasarten u. s. w. ganz ausgenommen) sind immer mehr oder weniger federnd (elastisch); sie müssen sich also unter irgend einer Last beugen, ausstrecken oder einwärts drücken lassen; die Größe dieser Beugung muß mit der Vermehrung der Last stets zunehmen, bis endlich Zerbrechen erfolgt. Unter allen den Graden der Beugung ist eine einzige, welche, wenn sie weiter gienge, nachtheilig werden müßte, d. h. sie müßte den Zusammenhang der Theile so verändern, daß die Federkraft aufhörte, und daß die Körper nach Wegnahme der Last (ohne daß noch ein Zerbrechen Statt gefunden hat) nicht wieder in ihre vorige Gestalt zurückkehren. Nun ist es einleuchtend, wenn man einen Körper so stark belastet, daß dadurch die natürliche Federkraft der Theile nicht vernichtet wird, derselbe auch in dem festen Zusammenhang dieser

Theile keine nachtheilige Veränderung erfährt, welche endlich ein Zerbrechen zur Folge haben kann. Was man also durch Berechnung erfahren will, besteht nicht darin, unter welcher Last ein Körper bricht, sondern wie viel derselbe tragen oder halten kann, ohne daß die Federkraft oder der Zusammenhang der Theile einer lang dauernden und anhaltenden Belastung etwas geschwächt wird. In vielen Fällen gibt nun dieser Grunsatz keine andere Auskunft, als die erst erwähnte Regel; so wird z. B. ein eiserner Stab seine Federkraft und seinen Zusammenhang ohne wesentliche Veränderung behalten, so lange die Last unter $\frac{1}{3\frac{1}{2}}$ seines Gewichtes bleibt, indem er an dieser Grenze brechen muß. In anderen Fällen wird es jedoch sicherer sein, die Berechnung auf den eben erwähnten Grundsatz zu basiren, als nach der ersten Regel zu Werke zu gehen.

§. II.

Ueber die Verhältnisse des Tragvermögens der Körper, je nach der verschiedenen Art, wie sie gestellt und belastet sind.

139) In der Folge soll der Kürze halber die Länge eines Balkens, eines Stabes oder eines anderen Körpers genennt werden l, die Breite b und die Dicke d. Der allgemeinste Satz, welcher bei Bestimmung der Dimensionen eines langen Körpers von beständiger Anwendung ist, und deßhalb vornehmlich im Auge gehalten werden muß, ist dieser: daß das Tragvermögen eines Parallelepipedum oder Balkens, gleich viel aus welchem Stoff sie bestehen, im geraden Verhältnisse zur Breite und dem Qua-

ferner die Kraft k, mit welcher man die Eisentheile in der Richtung der Länge ziehen oder drücken kann, ohne sie aus einander zu reißen, einem Gewichte von 1500 ℔ auf den niederl. Quadratzoll gleich kommt?

$$G = \frac{k}{6} \cdot \frac{bd^2}{l} = \frac{k}{6} \cdot \frac{b \cdot d \cdot d}{l};$$

an die Stelle von k setzt man nun 1500; $l = 100$, $b = 5$ und $d = 7$; alsdann wird

$$G = \frac{1500}{6} \times \frac{5 \times 7 \times 7}{100} = \frac{15 \times 245}{6} = 612\tfrac{1}{2} ℔.$$

In anderen Fällen passe man die Formel auf dieselbe Weise an.

Es möchte von Nutzen sein, hierbei noch Folgendes zu bemerken:

Haben zwei oder mehr Balken oder Stäbe dieselbe Länge und Dicke, so verhält sich ihr Tragvermögen wie ihre Breiten, d. h. eine doppelte Breite läßt eine doppelte Belastung zu ꝛc.

Sind Breite und Dicke sich gleich, so steht das Tragvermögen im umgekehrten Verhältnisse der Länge; ein Balken kann also auf der halben Länge, auf dem dritten Theile seiner Länge u. s. w. ein doppeltes, dreifaches Gewicht ꝛc. tragen.

Wenn endlich die Länge und Breite dieselben bleiben, muß das Tragvermögen sich wie das Quadrat der Dicke verhalten, d. h. eine doppelte Dicke setzt den Balken in den Stand, ein vierfaches Gewicht zu tragen, weil $2 \times 2 = 4$ ist; für eine dreifache Dicke wird dieses Gewicht neunmal größer u. s. w.

Daraus geht nun hervor, daß es weit mehr Nutzen bringt, den Balken in der Dicke, als in der Breite zu verstärken; denn obschon eine Verdoppelung der Breite eben so wie eine Verdoppelung der

ad der Drehungspunkt oder die Axe des Hebels ist, der bewegt wird. Das Gewicht G hat zum Hebelarm die ganze Länge Ag = l des Balkens und deßhalb hat man von Seiten des Gewichts ein Moment = G × l. Man nenne die Kraft, welche erforderlich ist, um den Zusammenhang der Theile auf einer Fläche von 1 Quadratzoll ganz und gar zu brechen = k; wenn dann der Balken b Zoll breit und d Zoll dick ist, so wird der Durchschnitt adbe eine Oberfläche haben von b × d oder von bd niederländischen Quadratzollen. Um also den Zusammenhang der Theile des ganzen Durchschnittes des Balkens zu zerbrechen, ist erforderlich eine Kraft oder ein Gewicht = k × bd; diese Kraft wirkt in der Richtung fe der Länge und muß auf einem einzigen Punkte vereinigt in irgend einem Punkte c des Durchschnittes adbe wirken; die Entfernung ci dieses Punktes von der Axe ad wird der Hebelarm dieser Kraft sein. Erfolgte das Zerbrechen mit einemmale, ohne daß Beugung einträte, so würde c der Schwerpunkt aller Kräfte k sein, die auf jeden Quadratzoll wirken und also in der Mitte der halben Dicke liegen; vor dem Zerbrechen findet jedoch Beugung Statt und dieses verändert den Fall. Weil es nun gleichgültig ist, wie weit entfernt der Punkt c von ad ist, so wollen wir annehmen, daß er in $\frac{1}{m}$ der Dicke liege ($\frac{1}{m}$ bezeichne den dritten, oder den vierten, oder den sechsten Theil im Allgemeinen), so ist ci = $\frac{1}{m} \times d$. Wenn man deßhalb die Kraft k × bd mit dem Hebelarm $\frac{1}{m} \times d$ nimt, so wird ihr Moment = k × bd × $\frac{1}{m}$

$\times d = k \times bd^2 \times \frac{1}{m} = \frac{k \times bd^2}{m}$; dieses Moment muß natürlich demjenigen des Gewichtes G gleich sein (weil G das Gewicht ist, welches den Zusammenhang gerade zu zerbrechen vermag), deßhalb ist

$$G \times l = \frac{k}{m} \times bd^2,$$

und mit l dividirt, erhält man

$$G = \frac{k}{m} \times \frac{bd^2}{l};$$

da nun der Bruch $\frac{k}{m}$ immer einer einzigen Zahl, sie sei ganz oder zehntheilig, gleich ist, so nenne man diese Zahl n und dann ist

$$G = n \times \frac{bd^2}{l},$$

und dieses muß bewiesen werden; denn nach den Grundsätzen der Arithmetik und Algebra bezeichnet der Zähler bd^2 eine gerade zusammengesetzte Proportion aus der Breite b und aus der Dicke d mit sich selbst multiplicirt, also dem Quadrate der Dicke, während der Nenner l das einfache umgekehrte Verhältniß der Länge ausdrückt. Ohne auf dieses Verhältniß Rücksicht zu nehmen, kann man auch sagen: das Tragvermögen G eines Balkens ist gleich dem Werthe der Breite, multiplicirt mit dem Quadrate der Dicke, dividirt durch die Länge so und so viel mal (n) genommen.

Man muß jedoch, wie §. I. bemerkt worden ist, unter Tragvermögen hier und in der Folge verstehen das Gewicht, welches von dem Balken mit Sicherheit getragen werden kann, ohne daß der Zusammenhang der Theile verändert wird. Wenn

bei weitem den Vorzug, weil letzterer durch Schwankungen, Zuckungen u. s. w. von selbst losgehen kann, was bei der Schraubenmutter nicht der Fall ist, wenn die Gewinde der Schraube im Verhältnisse zu ihrer Dicke so fein wie möglich genommen werden.

Die Verbindungsschrauben, häufig Schraubenbolzen oder Schraubennägel genannt, können eine feste oder bewegliche Schraubenmutter haben; im ersten Fall enthält das unterste oder entferntere Stück A Fig. 176, welches mit dem oberen oder näheren Stücke B verbunden werden soll, ein rundes Loch, welches zu einer Schraubenmutter ausgebohrt ist, und in welches die Schraube, die durch ein glatt ausgebohrtes Loch im Stück B läuft, eingeschraubt wird. Im zweiten Fall wird die Schraube durch gebohrte Löcher in den Stücken a und b Fig. 177 gesteckt, während die Mutter m am unteren Ende der Schraube S angeschraubt wird, so daß die beiden Stücken dann zwischen dem Kopf der Schraube und zwischen die Schraubenmutter geklemmt werden. Alle Verbindungen, wobei es auf Festigkeit ankommt, werden durch Schraubenbolzen, wie Fig. 176 oder 177 hergestellt, je nachdem die Umstände die Stellung der zu verbindenden Stücke u. s. w. dieses vorschreiben. Wenn man die Wahl hat, so verdienen Schraubenbolzen mit beweglichen Schraubenmuttern hinsichtlich der Einfachheit der Einrichtung der Beqtemlichkeit der Behandlung u. s. w. vor jenen Bolzen immer den Vorzug, welche in die zu verbindenden Stücke selbst, geschraubt werden. Man macht sie von Eisen oder Kupfer, je nachdem die Verbindung die Decoration u. s. w. dieses erheischen, gibt ihnen aber in jedem Fall kein flaches, sondern ein scharfes oder rundes Gewinde, und zwar 1) weil ein rundes oder scharfes Gewinde stärker

ist als ein flaches; 2) weil die Verfertigung der runden und scharfen Gewinde viel leichter und wohlfeiler ist, als diejenige der flachen Gewinde; 3) weil allein für den Fall, daß eine eiserne Schraube beständig laufen oder bewegt werden muß, ein flaches Gewinde erforderlich ist. Die Schraubenbolzen brauchen auch nicht gleich Schrauben, welche im obigen Falle sind, mit großer Genauigkeit verfertigt zu werden.

Schraubenbolzen, welche zur Verbindung hölzerner Stücke dienen, werden Holzschrauben genannt. Die einfachste Einrichtung derselben ist, wenn sie kegelförmig sind und ein sehr scharfes Gewinde haben, wie Fig. 178. Bei einer solchen Form lassen sie sich sehr leicht ins Holz schrauben und bilden sich selbst die Mutter, in welcher sie festsitzen müssen.

Ersten Theiles

dritte Abtheilung.

Ueber die Stärke der Materialien, angewendet auf das Bestimmen der Dimensionen der einfachen Werkzeuge.

Erstes Kapitel.

Grundsätze und Regeln, um die Stärke von Körpern zu bestimmen, welche in Stoff, Form und Stellung verschieden sind.

§. I.

Einleitung.

138) Wenn die Wahl der Theile, aus welchen ein Werkzeug bestehen soll, nach den Grundsätzen, welche für diesen Zweck erläutert worden sind, und in der Folge noch ferner entwickelt werden sollen, entschieden ist, so ist die Bestimmung der Dimensionen und Form dieser Theile in der Praxis ein sehr wichtiger Punkt; denn es muß jeder Theil eines Werkzeuges, welches durch die Uebertragung der Wirkungen einer Kraft durch das Emporhalten einer bestimmten Last rc. während der Bewegung oder im Gleichgewichte gedrückt wird, muß nothwendig eine

147) Das Tragvermögen von gutem grauem Gußeisen ist auf den niederländischen □Zoll in der Richtung der Länge . . . = k = 1070 N. ℔.

Nennt man dieses Tragvermögen 1, so beträgt es von geschmiedeten Eisen, 1,5 und für geschmiedetes Eisen ist also . . . . . k = 1605 N. ℔.

Man kann diese Werthe für mittelmäßig gutes Eisen ohne Gefahr annehmen; das beste schwedische Eisen, besonders geschmiedetes ist viel stärker und trägt auf den Quadratzoll . . . . k = 2000 N. ℔.

Bester Gußstahl, der gehärtet ist, trägt . . . . k = 1950 N. ℔.

Gehämmertes Kupfer trägt auf den □Zoll . . . . . k = 960 N. ℔.

Gegossenes Messing . k = 460 N. ℔.

Zinn . . . . k = 200 N. ℔.

Kanonenmetall . . . . k = 760 N. ℔.

Blei . . . . k = 100 N. ℔.

Eichenholz . . . . k = 270 N. ℔.

Man kann immer rechnen, daß die Stärke des Eichenholzes dem vierten Theile der Stärke des Gußeisens gleich steht, jedoch findet man unter verschiedenen Sorten dieses Holzes eine sehr große Verschiedenheit in der Stärke.

Buchenholz . . . . . . k = 200 N. ℔.

Das Buchenholz ist viel biegsamer als das Eichenholz und kann auch aus diesem Grunde manchmal eben so viel tragen, als das Eichenholz.

übteste Arbeiter ist nicht immer im Stande, die Dimensionen so zu bestimmen, daß sie genau das richtige Maß haben und nicht größer oder kleiner sein soll; gleichwohl ist eine mehr als nöthige Dicke hier selten nachtheilig, weil die Quantität des Holzes gar sehr vermehrt werden muß, wenn daraus eine sehr große Zunahme im Gewicht entstehen soll. Dasselbe ist der Fall beim Eisen, jedoch nimmt man hier einige Stücken nur um einen niederländischen Zoll zu dick oder zu breit, so kann daraus gar schnell eine beträchtliche Erschwerung entstehen, die in jeder Hinsicht nutzlos und nachtheilig sein muß. Man kann dagegen aus Versehen einige Stücken so dünn oder nicht breit genug zu nehmen, wo dann ein solches Verfahren in der Folge noch schädlicher wird, als im entgegengesetzten Fall. Besonders gilt dieses für große Werkzeuge, und leidet weniger Anwendung auf kleine Maschinen, deren Dimensionen leichter zu bestimmen sind. Es gibt sonach Fälle, in denen man die Regeln, welche die Werkzeugskunst an die Hand gibt, zu Hilfe nehmen muß, und eben diese Regeln sollen in der gegenwärtigen Abtheilung entwickelt, erklärt und zugleich jetzt, wie in der Folge angewendet werden. Dieses soll nun in sofern geschehen, als es für die Anwendung und Ausübung der Kunst höchst nöthig ist; denn die ganze Entwickelung dieses Stoffes und die Anwendung desselben auf die vielerlei Fälle der Bau- und Werkzeugskunst würde schon an und für sich einen ganzen Band in Anspruch nehmen. Aus diesem Grunde werden die angegebenen Regeln nicht immer bewiesen werden, theils weil die Gründe dieser Beweise oder Rechnungsarten zu schwierig sind und nicht verstanden werden würden, theils weil dieses für die blose Anwendung nicht von äußerster Nothwendigkeit ist.

Was die Belastung von Steinen anlangt, so lehrt die Erfahrung, und dieses läßt sich auch begreifen, daß diejenigen Steinsorten das größte Tragvermögen besitzen, welche am dichtesten und also auch am schwersten sind. Es besitzt deßhalb der natürliche Stein eine größere Stärke, als der durch Kunst verfertigte oder gebrannte Stein.

Die Belastung der Marmorarten kann im Durchschnitt gebracht werden bis zu 40000 niederl. ℔ auf die □ Palme; beim Namen'schen und Doornik'schen Stein bis auf 16000 niederl. ℔, und beim gewöhnlichen Mauerstein bis auf 1800 niederl. ℔. Dabei ist jedoch vorausgesetzt, daß diese Steine alsdann auf ihrer Grundfläche unbeweglich ruhen.

148) Das Gewicht anlangend, welches Metalldrähte halten können, so haben deßhalb angestellte Versuche zum Resultate gegeben, daß das zu Drähten gezogene Metall viel stärker ist, als das zu Stäben und Stangen geschmiedete; und ferner, daß je dünner die Drähte sind, um desto größer das Gewicht sein müsse, mit welchem sie auf jede □ Linie Oberfläche ihres Durchschnittes belastet werden können. Man muß dieses dem großen Zusammendrükken zuschreiben, welche die äußerste Oberfläche der Drähte erfährt, während sie durch den Drahtzug geht; denn, wenn dieses Zusammendrücken einen größern Zusammenhang, eine größere Stärke in der Richtung der Länge verursacht, so muß die Stärke eines dünnern Drahtes aus diesem Grunde größer sein, als die eines dickeren, weil das erwähnte Zusammendrücken, welches bei jedem Draht bis vielleicht $\frac{1}{5}$ Linie tief erfolgt, einen größeren Theil von der Dicke eines dünnen Drahtes, als von derjenigen eines dicken in Anspruch nimmt. Dieses ist natürlich der Fall bei Stäben und Stangen, die

nicht so stark sind als dicke Metalldrähte, und an sich selbst im Vergleich zu dickeren Stäben doch größere Stärke besitzen. Da nun die Metalldrähte verhältnißmäßig stärker sind, als das Stab- und Stangeneisen, so kann man an einen Bündel Drähte ein größeres Gewicht hängen, als an eine Stange von gleichem Durchschnitt mit den Durchschnitten aller Drähte zusammengenommen. Deßhalb ist es in dieser Hinsicht besser, die Sohlen der Hängebrücken an Eisendrahtbündel, als an Stangen oder Ketten zu hängen, zumal da die Anwendung von Drähten in dergleichen Fällen auch wohlfeiler zu stehen kommt.

Es sollen hier noch die Angaben, aus den Resultaten einiger Versuche abgeleitet, mitgetheilt werden:

Eisendraht von 0,85 Linien Durchmesser trägt ohne Gefahr auf die □ Linie	20 — 21 N. ℔.
Eisendraht von 1,90 Linien Durchmesser trägt ohne Gefahr auf die □ Linie	19 N. ℔.
Eisendraht von 2,10 Linien Durchmesser trägt ohne Gefahr auf die □ Linie	17,6 N. ℔.
Eisendraht von 2,75 Linien Durchmesser trägt ohne Gefahr auf die □ Linie	17 N. ℔.
Eisendraht von 3,70 Linien Durchmesser trägt ohne Gefahr auf die □ Linie	16 N. ℔.
Kupferdraht von 0,85 Linien Durchmesser trägt ohne Gefahr auf die □ Linie	22,8 N. ℔.
Kupferdraht von 1,90 Linien Durchmesser trägt ohne Gefahr auf die □ Linie	19,5 N. ℔.

Aus diesen Zahlen, verglichen mit den zuerst angegebenen für Eisen und Kupfer und für eine □Linie berechnet, ergibt sich zur Genüge, was so eben gesagt worden ist; auch sieht man, daß der Kupferdraht im Allgemeinen stärker ist, als der Eisendraht, er wird aber dagegen durch die Last mehr ausgedehnt und ist auch nicht so wohlfeil. Diese stärkere Ausdehnung findet auch Statt bei den dünnern Eisendrähten, und einem größeren Tragvermögen steht also eine größere Ausdehnungsfähigkeit gegenüber. Wenn man die Drähte ausglüht, d. h. sie glühend macht und langsam erkalten läßt, so verlieren sie ziemlich die Hälfte ihrer Kraft. Ueber die Stärke der Seile und der Ketten soll weiter unten gehandelt werden.

§. IV.

Formeln, durch welche man die Gewichte berechnen kann, mit denen Körper von verschiedenen Gestalten in verschiedenen horizontalen Stellungen aufs Höchste belastet werden können. — Angabe der Formeln, mittelst welcher man die Quantität der Verbiegung während der Belastung berechnet.

149) Die in Art. 139 angegebene Formel muß, wenn sie auch zur Grundlage der Berechnung dienen kann, jedoch in jedem Falle, welcher von demjenigen in Art. 139 verschieden ist, einige Veränderung erfahren; diese Veränderung tritt schon ein, wenn sich der Balken in einer anderen Stellung, wie z. B. in Fig. 181, 182 u. s. w. befindet, und wenn er entweder ungleich oder nicht in der Mitte belastet wird, wie sich aus Art. 142 rc. ergibt. Natürlich muß auch eine Veränderung Statt finden, wenn der Balken oder Stab einen anderen als viereckigen Durchschnitt hat, z. B. wenn der Durchschnitt

während die Beugungen dann natürlich in demselben Verhältniß abnehmen, wie auch die Form der Durchschnitte sein möge; denn für dieselben bleiben die oben genannten Verhältnisse immer gültig. Es soll dieses durch ein Beispiel gleich nachher erläutert werden.

Für die Beugungen von Stücken, welche anders gestellt sind, als in Fig. 179, oder anders belastet, sind jedoch drei Ausnahmen von den allgemeinen Regeln zu machen.

a) Wenn ein Stück in der Mitte unterstützt ist, wie in Fig. 180, oder wenn ein großer Theil seiner Länge in einer Mauer befestigt ist, so muß man der Beugung jedes Theiles Bb oder Aa noch eine andere Beugung hinzuaddiren, welche ihm durch die Beugung des anderen Theiles mitgetheilt wird; dieser Theil ist proportional den Verhältnissen der Längen Aa und Bb der beiden Theile dergestalt, daß wenn man die Länge des anderen Theiles mit der Länge des belasteten Armes dividirt und den Quotienten f nennt, die totale Beugung seyn muß:

$$B = \frac{2ul^2}{3d}(1 + f).$$

b) Wenn ein Stück Fig. 179, welches an dem einem Ende befestigt ist, über seine ganze Länge gleichförmig belastet worden, so wird die Beugung nur $\frac{3}{4}$ von jener Beugung betragen, die da Statt findet, wenn das ganze Gewicht der Last am Ende aufgehangen ist.

c) Ein Stück, welches an beiden Enden unterstützt oder befestigt, und über die ganze Länge gleichförmig belastet ist, hat in der Mitte nur $\frac{5}{8}$ der Beugung, die bestehen würde, wenn die ganze Last in der Mitte druckte. Die Beu-

gung wird also dieselbe sein, wenn die ganze Last gleich über die ganze Länge vertheilt ist, oder wenn $\frac{5}{8}$ der Last in der Mitte drücken.

152) Bevor wir einige Beispiele zur Erläuterung und Anwendung geben, ist es nöthig, das Maß anzudeuten, nach welchem sich Stücke aus verschiedenen Stoffen auszudehnen pflegen, wenn sie in der Richtung der Länge durch das größte Gewicht gezerrt werden, welches sie mit Beibehaltung der Federkraft ihrer Theile tragen können; oder mit anderen Worten, wir wollen hier die Werthe der Größe angeben, welche in Art. 150 u genannt worden ist. Diese Werthe sind aus vielfachen Versuchen abgeleitet und müssen deßhalb als mittlere oder Durchschnittszahlen betrachtet werden.

Für gegossen Eisen ist $u = \frac{1}{1204}$ der ganzen Länge, oder in Decimalzahlen ausgedrückt . . . u = 0,00083.
Für geschmiedetes Eisen . u = 0,000714.
Für Gußstahl . . . . u = 0,001400.
Für Gußmessing . . . . . u = 0,000750.
Für Zinn . . . . u = 0,000625.
Für Kanonenmetall . . . u = 0,001040.
Für Blei . . . . u = 0,002090.
Für Eichenholz . . . . . . u = 0,002320.
Für Buchenholz . . . . . . u = 0,001800.
Für Ulmenholz . . . . . . u = 0,002430.
Für Rothtannenholz . . . u = 0,002130.
Für Weißtannenholz . . u = 0,002000.
Für Fichtenholz . . . . . u = 0,002430.
Für Eschenholz . . . . . . u = 0,002600.

153) Beispiele zur Erläuterung und Anwendung.

1) Welches ist das größte Gewicht, das ein gegossenes, so wie in Fig. 179 befestigtes Eisenstück am Ende tragen kann,

mit Df als Radius beschrieben; aber Df ist das Doppelte von DC, deßhalb muß die Krümmung ef nur die Hälfte von der Krümmung Co betragen, indem ein kleiner Kreis mehr Krümmung hat, als ein größerer. Weil nun ef = Ce ist und die Krümmung a'ef als die Hälfte von ABC beträgt, so muß auch die Beugung am Ende A des Balkens Af nur die Hälfte betragen von der Beugung Aa des dünnern Balkens AC. Für eine dreifache Dicke wird die Beugung blos $\frac{1}{3}$ von AC betragen; folglich da die Beugung mit der verhältnißmäßigen Vermehrung der Dicke abnimmt, muß sich die Beugung umgekehrt wie die Dicke verhalten; es ist also die Beugung proportional mit $\frac{1}{d}$. Dieses findet jedoch nur dann Statt, wenn die Beugungen im Allgemeinen sehr klein sind, und da dieses in allen Theilen eines gut eingerichteten Werkzeuges Statt finden muß, so kann man das erwähnte umgekehrte Verhältniß für die Praxis als ganz genau betrachten, sobald man dabei berücksichtigt, daß es nur dann besteht, wenn die Belastung des Körpers so hoch als möglich gebracht ist.

Die Breite des Balkens trägt nichts bei zur stärkeren oder schwächeren Beugung; denn obschon ein breiter Balken stärker ist, als ein nicht so breiter, so wird doch hier vorausgesetzt, daß mit der Vermehrung oder Verminderung der Breite auch die Belastung zu- oder abnimmt. Aber mit der Länge des Balkens ist es eine andere Sache, indem bei kleinen Biegungen der Grad dieser Biegung genau sich verhält, wie das Quadrat der Länge, d. h. die Biegung für eine Länge von zwei Ellen wird viermal größer sein, als die Biegung für eine Länge von 1 Elle u. s. w.

Es sei, um dieses einigermaßen zu verdeutlichen, der Balken AD Fig. 185 noch einmal so lang, als der Balken AC Fig. 184 und C sei in der Mitte von AD. Das Gewicht, womit der Balken nun belastet werden muß, ist die Hälfte des Gewichtes G, welches vom Balken getragen werden kann, wenn er die Hälfte von AD d. i. CD zur Länge hat; wenn dann (die Schwere des Balkens einstweilen bei Seite gesetzt) in C ein Gewicht G, oder in A ein Gewicht $\frac{1}{2}$G hängt, so wird die Ausdehnung der Theile bei dem Punkte D gleich groß sein. Das Gewicht G, welches in C hängt, soll nun eine Beugung aC verursachen, und wenn nun ein Gewicht G bei A aufgehangen wird, so wird dieses natürlich bei C eine Beugung verursachen müssen, doppelt so groß, als die Beugung aC, welche das Gewicht G, das in C hängt, erzeugt hat, weil der Hebelarm ACD noch einmal so lang ist, als CD; die Beugung in C ist also gleich 2aC, oder bC, wenn G am Ende A hängt. Deßhalb muß die Beugung bei A sein Ad = 4aC, weil Ad = 2bC ist, denn dD = 2bD. Die Beugung bei A ist also das Vierfache der Beugung aC, die ein Gewicht G, auf der Hälfte des Balkens hängend, verursachen muß; wäre AD dreimal länger, als CD, so würde die Beugung Ad aus demselben Grunde neunmal größer sein, als die Beugung aC u. s. w., weßhalb die Beugungen sich verhalten, wie die Quadrate der Länge. Bei dieser Art von Beweis berücksichtige man jedoch, daß die Beugungen nicht groß sind; denn wäre dieses nicht der Fall, so müßte Ad größer, als 4aC werden, indem die Krümmung ACD zu sehr von einer geraden Linie abweichen würde, als daß das erwähnte Verhältniß Statt finden könnte; ferner ist dieser Beweis keinesweges genau; man kann sich zwar auf die Rich-

tigkeit des Resultates verlassen, doch muß man sich durch einen kleinen Versuch die Ueberzeugung verschaffen, daß die erwähnte Proportion ziemlich genau zutrifft, im Fall das oben Gesagte keine genugsame Ueberzeugung verschafft hätte.

Wenn nun ein Körper so stark belastet wird, als die Federkraft und der Zusammenhang der Theile dieses ertragen können, so muß der Grad der Beugung proportional sein mit

$$\frac{u \times l^2}{d},$$

d. h. er muß in einem Verhältnisse stehen, welches zusammengesetzt ist aus den geraden Verhältnissen der Ausdehnung (u), welche die Theile in der Richtung der Länge erfahren, und des Quadrates der Länge (l^2) und aus dem umgekehrten Verhältnisse der Dicke, so daß eine kleine Länge und eine große Dicke auch eine kleine Beugung geben müssen, was von selbst einleuchtet.

150) Man nenne das größte Tragvermögen eines Körpers D; die Ausdehnung, die der Stoff erfährt (durch den Druck des größten Gewichtes), aus welchem er besteht, und zwar in der Richtung seiner Länge werde u genannt; die Beugung des Körpers auf dem Punkte, wo die Last wirkt, werde mit B bezeichnet. Wenn dann der Körper mit dem einen Ende in eine Mauer befestigt und am andern Ende belastet wird, so hat man nach der verschiedenen Form desselben die folgenden Formeln um das Tragvermögen D und die Beugung B zu berechnen.

A. a) Wenn der Körper, oder das Stück überall gleich breit und dick ist, wie ein Balken oder ein viereckiger Stab, so hat man, wenn die Länge l, die

Die bis hierher behandelten Fälle sind ausreichend, um die Quantitäten der Beugungen zu berechnen, wenn der Balken oder Stab oder das Stück einen anderen als einen rechtwinkligen Durchschnitt hat; denn da man in der Praxis immer mit kleinen Beugungen zu thun hat, so müssen die Beugungen von Stücken, die eine ihren Stärken proportionale Last tragen, alle gleich sein, und dieselben, welche so eben für rechtwinklige Stücke angegeben worden sind. Im folgenden § soll dieses näher erläutert werden, und es wird darum jetzt genügen, blos das Tragvermögen für eine der gebräuchlichsten Formen von Körpern anzugeben.

B. Wenn der Durchschnitt des Balkens oder des Stabes ein Viereck ist, dessen eine Diagonale AB Fig. 187 horizontal liegt, und die andere vertikal, so daß der Balken mit keiner Seitenfläche, sondern blos mit seinen Ecken parallel mit dem Boden läuft, dann wird das Tragvermögen

$$B = \frac{k d^3}{8{,}484\, l} = 0{,}118 \times \frac{k d^3}{l},$$ wobei d die Seite AD oder DB u. s. w. ausdrückt. Läge der Balken mit einer seiner Seitenflächen horizontal, so würde das Tragvermögen sein

$$D = \frac{k d^3}{6 l};$$

deßhalb verhält sich dieses Tragvermögen zum ersten $= \frac{1}{6} : \frac{1}{8{,}484}$, oder $= 8{,}484 : 6$ oder ziemlich $= 1 : 0{,}7$.

C. Wenn der Durchschnitt eine Raute abcd gibt, deren horizontale Durchschnittslinie ab die Hälfte oder den dritten Theil von der Diagonale cd beträgt, so wird, wenn man die Seite ad oder bd durch d bezeichnet, und wenn $ab = \frac{1}{2}cd$ ist

$$D = \frac{k d^3}{8{,}41} = 0{,}119 \times \frac{k d^3}{l}$$

sein; wenn ab = ⅓ cd ist, so wird

$$D = \frac{k d^3}{10{,}31} = 0{,}097 \times \frac{k d^3}{l}$$

sein; es hat also der Stab des Durchschnitts Fig. 187, wenn ab = ½ cd ist, eine gleiche Stärke mit dem viereckigen ABCD, und besteht dennoch aus weniger Stoff, indem der Inhalt von abcd kleiner ist, als der Inhalt von ACBD.

D. Wenn man dem Durchschnitt die Gestalt einer Linse Fig. 188 gibt, so wird das Tragvermögen (wenn die vertikale größte Dicke cd mit d bezeichnet wird, und ab = ½cd oder = ⅓cd ist) betragen:

Wenn ab = ½d ist, so muß $D = 0{,}025 \times \frac{k d^3}{l}$

oder $= 0{,}141 \frac{k \times h^3}{l}$ sein; denn ac = h.

Wenn ab = ⅓d ist, so muß $D = 0{,}017 \times \frac{k d^3}{l}$

oder $= 0{,}119 \frac{k \times h^3}{l}$ sein; denn ac = h.

Mit wenig größerer Quantität des Stoffs gewinnen deßhalb die linsenförmigen Stäbe weit mehr an Stärke, als die rautenförmigen Fig. 187.

E. Wenn der Durchschnitt ein Dreieck ABC Fig. 189 ist, dessen Basis AB = b und dessen Höhe CD = d ist, so wird

$$D = \frac{0{,}339 \times k b d^2}{6 l}$$

sein; dieses Tragvermögen ist also ⅔ kleiner, als das eines rechtwinkligen Stabes, und da der dreieckige

Aus diesen Zahlen, verglichen mit den zuerst angegebenen für Eisen und Kupfer und für eine □Linie berechnet, ergibt sich zur Genüge, was so eben gesagt worden ist; auch sieht man, daß der Kupferdraht im Allgemeinen stärker ist, als der Eisendraht, er wird aber dagegen durch die Last mehr ausgedehnt und ist auch nicht so wohlfeil. Diese stärkere Ausdehnung findet auch Statt bei den dünnern Eisendrähten, und einem größeren Tragvermögen steht also eine größere Ausdehnungsfähigkeit gegenüber. Wenn man die Drähte ausglüht, d. h. sie glühend macht und langsam erkalten läßt, so verlieren sie ziemlich die Hälfte ihrer Kraft. Ueber die Stärke der Seile und der Ketten soll weiter unten gehandelt werden.

§. IV.

Formeln, durch welche man die Gewichte berechnen kann, mit denen Körper von verschiedenen Gestalten in verschiedenen horizontalen Stellungen aufs Höchste belastet werden können. — Angabe der Formeln, mittelst welcher man die Quantität der Verbiegung während der Belastung berechnet.

149) Die in Art. 139 angegebene Formel muß, wenn sie auch zur Grundlage der Berechnung dienen kann, jedoch in jedem Falle, welcher von demjenigen in Art. 139 verschieden ist, einige Veränderung erfahren; diese Veränderung tritt schon ein, wenn sich der Balken in einer anderen Stellung, wie z. B. in Fig. 181, 182 u. s. w. befindet, und wenn er entweder ungleich oder nicht in der Mitte belastet wird, wie sich aus Art. 142 rc. ergibt. Natürlich muß auch eine Veränderung Statt finden, wenn der Balken oder Stab einen anderen als viereckigen Durchschnitt hat, z. B. wenn der Durchschnitt

rund, oval, sechs- oder achteckig ist u. s. w. Für diese verschiedenen Fälle sollen nun die Formeln angegeben werden, jedoch wird sich dieses blos auf Angabe und Erläuterung beschränken, was in diesem Fall für die Anwendung auslangend ist; denn die Art der Berechnung, durch welche die Formeln gefunden werden, dürfte nicht für jeden verständlich sein. Was die verschiedenen Formen der Körper anlangt, so sind hier blos diejenigen behandelt, welche die verschiedenen Theile der Werkzeuge haben können.

Ueber dieses ist noch ein Umstand zu beachten, wovon wir noch nicht gehandelt haben, nämlich der Grad der Beugung, den die verschiedenen Körper erfahren, wenn sie so schwer als möglich belastet sind, ohne daß der Zusammenhang und die natürliche Federkraft der Theile oder Fasern vernichtet wird. Besonders soll die Bestimmung dieses Umstandes demjenigen zur Grundlage dienen, was im folgenden § vorgetragen werden wird. Die Formeln, durch welche man die Verbiegungen kennen lernt, sind durch besondere Berechnungen, von denen hier auch nicht gesprochen werden kann, mit bestimmt.

Es ist jedoch möglich, einigermaßen das Verhältniß der Verbiegungen anzudeuten, wenn die Belastungen der Körper so weit gebracht sind, als dieses der Cohäsion des Stoffes entsprechend möglich ist.

Wenn ein Balken AC Fig. 185 (gleich viel in welcher Stellung derselbe sich befindet, z. B. er sei mit einem Ende C in eine Mauer unbeweglich befestigt) belastet wird, so wird die Beugung aA natürlich verursacht werden durch die Ausdehnung der obersten Theile Cc, während die an der unteren Seite D liegenden Theile zusammengedrückt werden müssen. Je mehr nun die Theile bei C aus-

Stab die Hälfte des Stoffes enthält, d. h. die Hälfte weniger Gewicht hat, als der rechtwinklige, so ist bei Anwendung dreieckiger Stäbe oder Balken kein Vortheil, es müßte denn die Sache dieses ganz besonders erfordern. Uebrigens ist der dreieckige Stab von einerlei Stärke, es mag nun die Basis A B oder die scharfe Kante C niederwärts gewendet sein. Wird jedoch die scharfe Kante C um den zehnten Theil der Höhe CD abgenommen, so daß der Durchschnitt ein Trapezium T gibt, so nimmt dadurch die Stärke zu. Man wird in der That finden, daß die Stärke des ersten Durchschnittes Fig. 189 zu derjenigen des zweiten Durchschnittes derselben Figur sich verhält = 1 : 1,027. Der Grund davon liegt allein darin, daß die unveränderliche Axe, um welche herum die Ausdehnung und das Zusammendrücken der Theile erfolgt, im Trapezium eine vortheilhaftere Stellung hat, als im Dreieck.

F. Ist der Durchschnitt ein Achteck Fig. 190, so ist

$$D = 0{,}716 \times \frac{k\,d^3}{61};$$

in dieser Formel bezeichnet d die größte Dicke cd des Achteckes; wäre das um das Achteck beschriebene Viereck ab der Durchschnitt des Balkens, so würde das Tragvermögen sein:

$$D = \frac{k\,d^3}{61};$$

es gibt also der achteckige Durchschnitt ein kleineres Tragvermögen im Verhältnisse zu 1 : 0,716, also ein Tragvermögen, welches beinahe um $\frac{3}{7}$ kleiner ist, als dasjenige des viereckigen Durchschnittes, während doch das Achteck noch nicht $\frac{1}{5}$ weniger Inhalt, als das Viereck besitzt.

mit Df als Radius beschrieben; aber Df ist das Doppelte von DC, deßhalb muß die Krümmung ef nur die Hälfte von der Krümmung Cc betragen, indem ein kleiner Kreis mehr Krümmung hat, als ein größerer. Weil nun ef = Cc ist und die Krümmung a'ef als die Hälfte von ABC beträgt, so muß auch die Beugung am Ende A des Balkens Af nur die Hälfte betragen von der Beugung Aa des dünnern Balkens AC. Für eine dreifache Dicke wird die Beugung blos $\frac{1}{3}$ von AC betragen; folglich da die Beugung mit der verhältnißmäßigen Vermehrung der Dicke abnimmt, muß sich die Beugung umgekehrt wie die Dicke verhalten; es ist also die Beugung proportional mit $\frac{1}{d}$. Dieses findet jedoch nur dann Statt, wenn die Beugungen im Allgemeinen sehr klein sind, und da dieses in allen Theilen eines gut eingerichteten Werkzeuges Statt finden muß, so kann man das erwähnte umgekehrte Verhältniß für die Praxis als ganz genau betrachten, sobald man dabei berücksichtigt, daß es nur dann besteht, wenn die Belastung des Körpers so hoch als möglich gebracht ist.

Die Breite des Balkens trägt nichts bei zur stärkeren oder schwächeren Beugung; denn obschon ein breiter Balken stärker ist, als ein nicht so breiter, so wird doch hier vorausgesetzt, daß mit der Vermehrung oder Verminderung der Breite auch die Belastung zu- oder abnimmt. Aber mit der Länge des Balkens ist es eine andere Sache, indem bei kleinen Biegungen der Grad dieser Biegung genau sich verhält, wie das Quadrat der Länge, d. h. die Biegung für eine Länge von zwei Ellen wird viermal größer sein, als die Biegung für eine Länge von 1 Elle u. s. w.

vierecktiger Stab, welcher denselben Durchschnittsinhalt wie der hohle Cylinder besitzt, muß ins Gevierte 0,709 d enthalten, und wird ein Tragvermögen besitzen

$$= \frac{k\,(0{,}709 \times d)^3}{61} = 0{,}3564 \times \frac{k\,d^3}{61};$$

zu diesem Tragvermögen verhält sich deßhalb dasjenige des hohlen Cylinders = 1,45 : 1. Es ist in diesem Verhältniß also der Cylinder stärker als das Parallelepipedon.

I. Wenn der Durchschnitt ein Kreuz Fig. 193 ist, so ist das Tragvermögen

$$D = \frac{k}{61}\left(c\,d^2 + b\,c^2 - c^3\right).$$

Es ist nämlich die Länge der Arme $ab = b$ und $cd = d$ und ihre gleiche Breite oder Dicke c genannt. Und wenn die Arme ab und cd gleich lang sind, so wird $b = d$ und

$$D = \frac{k\,c}{61}\left(d^2 + d\,c - c^2\right)$$

setzt man die Breite $c = \frac{1}{4}$ der Dicke d, so ist

$$D = \frac{3}{10}\,\frac{k\,d^3}{61};$$ also ungefähr $\frac{1}{3}$ des Tragvermögens, wenn der Durchschnitt das umschriebene Viereck $efgh$ wäre, während der Inhalt des Durchschnitts nur $\frac{7}{16}$ vom Inhalte des Vierecks beträgt. Die Anwendung dieser Form gewährt meistentheils keinen Vortheil und dennoch wird dieselbe in manchen Fällen erheischt. Um dann größere Stärke hinzuzufügen, rundet man die Winkel im Kreuze ab und füllt dieselben mit Leisten aus Fig. 193 Nr. 2.

K. Auch ist die Form des Durchschnittes Fig. 194 Nr. 1 für Axen und Speichen von gußeisernen Rädern gebräuchlich. Setzt man $ab = \frac{1}{2}$

der Dicke bd und ac ebenfalls $\frac{1}{5}$ d, so muß das Tragvermögen sein

$$D = 0{,}268 \times \frac{kd^3}{6l},$$

während der Inhalt des Durchschnitts dann $\frac{11}{25}$ vom Inhalte des um das Kreuz beschriebenen Viereckes beträgt.

Die Form Nr. 2 besteht zwar aus nicht viel mehr Stoff, ist aber nach Verhältniß viel stärker.

Die Form des Durchschnittes Fig. 195, bei welcher die Axe oder der Stab demnach vier halbrunde Auskehlungen über seine ganze Länge hat, kann nicht viel vom Vierecke verschieden sein; deßhalb dürfen die Auskehlungen nicht zu tief gemacht werden, sonst werden die Ecken zu schwach. Der Durchmesser derselben darf höchstens die Hälfte von der Dicke oder Seite ab sein; oder man muß lieber statt eines Halbkreises ein Kreissegment nehmen, dessen Länge = $\frac{1}{2}$ d und dessen Tiefe = $\frac{1}{7}$ d bis $\frac{1}{8}$ d beträgt. Uebrigens soll über die Anwendung dieser Formen in der Folge ausführlicher gehandelt werden.

L. Unter der Form Fig. 196 kommen auch sehr viele gegossene Stücke vor, die theils am Balken zum Tragen, theils als bewegende Theile in Maschinen dienen sollen; es sei die Höhe ab = d, die Breite der Arme bc = c, die Breite ef in der Mitte = b und die Dicke ad = a, so ist das Tragvermögen

$$D = \frac{k \times bd^2}{6l} + \frac{ak}{3ld} \times (c-b) \times (3d^2 - 6ad + 4a^2).$$

Um mehrere Stärke zu geben, rundet man auch hier die inwendigen Winkel des Kreuzes aus, oder man setzt dieselbe mit Leisten aus, wie im Durchschnitte Fig. 198 angedeutet ist.

M. Fig. 197 gibt den Durchschnitt eines offenen Stückes, dessen Theile durch ein Zwischenstück mit einander verbunden sind, wie Fig. 197 Nr. 2 zeigt. Nennt man die Dicke im Dunkeln = d, die Dicke ab = c und die Breite ac = b, so wird das Tragvermögen

$$D = \frac{k\,b\,c}{3\,d\,l} \times (3d^2 - 6cd + 4c^2).$$

N. Ein Stück von einem Durchschnitt wie Fig. 199 hat zum Tragvermögen

$$D = 0{,}94\,\frac{k\,b\,d^2}{6\,l},$$

es ist die ganze Höhe oder Dicke = d und die obere oder untere Breite ab = b; es ist ferner angenommen ac = $\frac{1}{3}$d, und das Kreissegment cdf den fünften Theil von der Breite ab tief. Radspeichen haben manchmal diese Form.

O. Die Form des Durchschnittes Fig. 200 ist für die eine Hälfte bca der Fig. 199 ähnlich, während die andere Hälfte bdc gewissermaßen zur Unterstützung dient. Angenommen de sei = ab = b und der Bogen bd und dc habe sehr wenig Beugung oder gehöre einem sehr großen Kreise an, so wird das Tragvermögen sein

$$D = 0{,}685 \times \frac{k\,b\,d^2}{6\,l}.$$

151) Wir haben angenommen, daß die Stellung, in welcher der Balken oder Stab sich befindet, dessen Stärke für verschiedene Formen von Durchschnitten nun erwogen ist, die in Fig. 179 dargestellt sei. Hat das Stück eine andere Stellung, d. h. wird es an beiden Enden getragen oder ist es an beiden Enden in einer Mauer befestigt u. s. w., so muß man die Tragvermögen nach den Verhältnissen von Art. 142 u. s. w. vermehren,

während die Beugungen dann natürlich in demselben Verhältniß abnehmen, wie auch die Form der Durchschnitte sein möge; denn für dieselben bleiben die oben genannten Verhältnisse immer gültig. Es soll dieses durch ein Beispiel gleich nachher erläutert werden.

Für die Beugungen von Stücken, welche anders gestellt sind, als in Fig. 179, oder anders belastet, sind jedoch drei Ausnahmen von den allgemeinen Regeln zu machen.

a) Wenn ein Stück in der Mitte unterstützt ist, wie in Fig. 180, oder wenn ein großer Theil seiner Länge in einer Mauer befestigt ist, so muß man der Beugung jedes Theiles Bb oder Aa noch eine andere Beugung hinzuaddiren, welche ihm durch die Beugung des anderen Theiles mitgetheilt wird; dieser Theil ist proportional den Verhältnissen der Längen Aa und Bb der beiden Theile dergestalt, daß wenn man die Länge des anderen Theiles mit der Länge des belasteten Armes dividirt und den Quotienten f nennt, die totale Beugung seyn muß:

$$B = \frac{2ul^2}{3d}(1 + f).$$

b) Wenn ein Stück Fig. 179, welches an dem einem Ende befestigt ist, über seine ganze Länge gleichförmig belastet worden, so wird die Beugung nur $\frac{3}{4}$ von jener Beugung betragen, die da Statt findet, wenn das ganze Gewicht der Last am Ende aufgehangen ist.

c) Ein Stück, welches an beiden Enden unterstützt oder befestigt, und über die ganze Länge gleichförmig belastet ist, hat in der Mitte nur $\frac{5}{8}$ der Beugung, die bestehen würde, wenn die ganze Last in der Mitte druckte. Die Beu-

gung wird also dieselbe sein, wenn die ganze Last gleich über die ganze Länge vertheilt ist, oder wenn $\frac{5}{8}$ der Last in der Mitte drücken.

152) Bevor wir einige Beispiele zur Erläuterung und Anwendung geben, ist es nöthig, das Maß anzudeuten, nach welchem sich Stücke aus verschiedenen Stoffen auszudehnen pflegen, wenn sie in der Richtung der Länge durch das größte Gewicht gezerrt werden, welches sie mit Beibehaltung der Federkraft ihrer Theile tragen können; oder mit anderen Worten, wir wollen hier die Werthe der Größe angeben, welche in Art. 150 u genannt worden ist. Diese Werthe sind aus vielfachen Versuchen abgeleitet und müssen deßhalb als mittlere oder Durchschnittszahlen betrachtet werden.

Für gegossen Eisen ist $u = \frac{1}{1204}$ der ganzen Länge, oder in Decimalzahlen ausgedrückt . . . u = 0,00083.
Für geschmiedetes Eisen . u = 0,000714.
Für Gußstahl . . . . u = 0,001400.
Für Gußmessing . . . . . u = 0,000750.
Für Zinn . . . . u = 0,000625.
Für Kanonenmetall . . . u = 0,001040.
Für Blei . . . . u = 0,002090.
Für Eichenholz . . . . . . u = 0,002320.
Für Buchenholz . . . . . . u = 0,001800.
Für Ulmenholz . . . . . . u = 0,002430.
Für Rothtannenholz . . u = 0,002130.
Für Weißtannenholz . . u = 0,002000.
Für Fichtenholz . . . . . u = 0,002430.
Für Eschenholz . . . . . . u = 0,002600.

153) Beispiele zur Erläuterung und Anwendung.

1) Welches ist das größte Gewicht, das ein gegossenes, so wie in Fig. 179 befestigtes Eisenstück am Ende tragen kann,

vorausgesetzt, daß dasselbe 200 Zoll lang, 8 Zoll breit, am befestigten Ende 18 Zoll dick und am anderen Ende 9 Zoll dick ist? Welches ist ferner die Beugung am freien Ende.

Das Gewicht muß berechnet werden nach der Formel:

$D = \frac{k b d^2}{6 l}$, und die Beugung ist $B = \frac{1{,}09 u l^2}{d}$

(siehe Art. 150 Nr. A a und d). Es bezeichnet d die Dicke am befestigten Ende. Man setze deßhalb in dieser Formel k = 1070, b = 8, d = 18, l = 200 und u = 0,00083, so ist

$$D = \frac{1070 \times 8 \times 18 \times 18}{6 \times 200}$$

$$B = \frac{1{,}09 \times 0{,}00083 \times 200 \times 200}{18};$$

und rechnet man diese Werthe aus, so findet man für das Gewicht 2311 ℔, und die Beugung beträgt 1,99 niederl. Zolle.

2) Welches Gewicht wird ein an beiden Enden unterstützter achteckiger geschmiedeter Stab in seiner Mitte tragen können, und welche Beugung wird er daselbst annehmen, wenn die Länge 1 Elle und die Dicke der einen Seitenfläche bis zur gegenüberstehenden 1 Palm beträgt?

Wenn der Stab an dem einen Ende befestigt, aber an dem andern belastet ist, so wird das Tragvermögen sein

$$= 0{,}716 \times \frac{k d^3}{6 l}$$ (Art. 150 Nr. F),

aber da der Stab an beiden Enden unterstützt ist, hat er ein vierfaches Tragvermögen (Art. 142) und also wird das Gewicht

$$= 4 \times 0{,}716 \frac{k\,d^3}{6\,l} = 0{,}477 \times \frac{k\,d^3}{l};$$

setzt man nun k für geschmiedetes Eisen = 1605, d = 10 Zoll, l = 100 Zoll, so findet man für dieses Gewicht 7655 ℔.

War der Stab viereckig und an dem einen Ende befestigt, so muß die Beugung sein $= \frac{2\,u\,l^2}{3\,d}$ (Art. 150 a); in der Stellung, in welcher wir den Stab betrachtet haben, besitzt er ein vierfaches Tragvermögen und also eine viermal kleinere Beugung, die folglich $= \frac{r\,u\,l^2}{6\,d}$ sein muß. Obschon nun der Stab nicht viereckig, sondern achteckig im Durchschnitt ist, so wird dennoch die Beugung dieselbe, d. i. $= \frac{1\,u\,l^2}{6\,d}$ sein; denn das achteckige Stück trägt zwar ein geringeres Gewicht in der Mitte, als ein viereckiges, aber es ist auch weniger stark und deßhalb mehr zur Beugung geneigt, als der viereckige Stab; folglich verursacht das kleinere Gewicht bei dem mehr biegsamen Stab dieselbe Beugung, wie bei dem viereckigen Stab, welcher ein größeres Tragvermögen besitzt, doch weniger biegsam ist. Dasselbe findet Statt bei Stäben oder Stücken von einem anderen Durchschnitt; wenn die Durchschnitte der ganzen Länge nach gleich groß sind, oder verhältnißmäßig abnehmen, so wird die Beugung dieselbe sein, wie bei Stäben, deren Durchschnitt ein Rechteck ist, und wovon man die Beugungen für verschiedene Fälle in Art. 150 angegeben findet;

man muß jedoch den rechtwinkligen Stab alsdann in derselben Stellung betrachten, wie den Stab, dessen Beugung man berechnet.

Um deßhalb die Beugung in dem gegenwärtigen Falle zu berechnen, setze man u für geschmiedetes Eisen = 0,000714; l und d wie oben, dann findet man die Beugung

$$B = \frac{0{,}000714 \times 10 \times 1000}{6 \times 10} = \frac{0{,}714}{6} = 0{,}119 \, \mathrm{dm}.$$

3) Ein eichener Balken von 6 Ellen Länge, 21 Zoll Dicke, 15 Zoll Breite ist an beiden Enden unbeweglich in einer Mauer befestigt, und über seine ganze Länge gleichförmig belastet, wie groß kann die Last für den höchsten Fall sein, und welche Beugung wird der Balken dadurch in der Mitte erfahren?

Der Balken wird in diesem Fall ein sechszehnmal größeres Tragvermögen haben, als wenn er blos an einem Ende befestigt, und an dem anderen Ende belastet wäre (siehe Art. 142 und 145), deßhalb wird das Tragvermögen sein

$$= 16 \times \frac{k\,b\,d^2}{6\,l} = \frac{8\,k\,b\,d^2}{3\,l},$$

und da k für Eichenholz = 270 ist, so hat man für das ganze Gewicht

$$\frac{8 \times 270 \times 15 \times 21 \times 21}{3 \times 600} = 2 \times 9 \times 21 \times 21 = 7938 \text{ ℔};$$

jeder Zoll Länge muß also 13,23 niederl. ℔ tragen.

Ein an beiden Enden befestigter und in der Mitte belasteter Balken wird eine Beugung annehmen $= \frac{1}{8} \times \frac{2\,u\,l^2}{3\,d} = \frac{u\,l^2}{12\,d}$; das Gewicht der Belastung muß dann die Hälfte des über die ganze

Länge gleich vertheilten Gewichtes sein. War nun dieses halbe Gewicht über die ganze Länge vertheilt, so muß die Beugung in der Mitte $\frac{5}{8}$ von $\frac{u\,l^2}{12d}$ sein (siehe Art. 152 Nr. 3), d. i $\frac{5}{96} \times \frac{u\,l^2}{d}$; aber es druckt auf die ganze Länge das doppelte Gewicht von dem, was in der Mitte hängen kann; dieses doppelte Gewicht muß dann auch eine doppelte Beugung verursachen, die

$$= \frac{5}{48} \times \frac{u\,l^2}{d} \text{ sein muß;}$$

u ist für Eichenholz = 0,00232 und die Beugung muß dann werden

$$= \frac{5}{48} \times \frac{0{,}00232 \times 600 \times 600}{21} = 4{,}14$$ niederl. Zoll.

154) Die angegebenen Formeln können auch benutzt werden, um eine oder zwei Dimensionen von Stücken zu bestimmen, welche mit den größtmöglichen Gewichte belastet sind. Zwei Beispiele sollen dieses näher erläutern.

1) Ein viereckiger eiserner Stab von 1,5 Ellen Länge ist an dem einen Ende befestigt und muß am anderen Ende 2000 ℔ Gewicht tragen können, wie dick muß der Stab ins Gevierte sein?

Das Tragvermögen eines solchen eisernen geschmiedeten Stabes ist:

$$D = \frac{k\,d^3}{6\,l} = \frac{1605 \times d^3}{6\,l};$$

man setze nun in dieser Formel l = 150 und D = 2000, so ist

$$2000 = \frac{1605}{900} \times d^3,$$

oder $d^3 = \frac{2000 \times 900}{1605} = 1121{,}5$;

und aus dieser Zahl die Kubikwurzel gezogen bekommt man für

d ungefähr $= 10{,}4$.

2) Wenn der Stab nicht viereckig sein muß, so ist die Zahl 1121,5 nicht $= d^3$, sondern $= bd^2$ zu setzen; wenn dann weder Dicke noch Breite gegeben sind, so müssen diese beiden bestimmt werden aus der Gleichung

$bd^2 = 1121{,}5$;

eine von beiden Größen muß jedoch bekannt sein, um die andere bestimmen zu können, so daß man sowohl für die Breite, als für die Dicke eine gewisse Zahl Zoll oder ein gewisses Verhältniß zwischen diesen Dimensionen annehmen muß; z. B. wenn sich die Dicke zur Breite verhalten muß, wie 7 zu 5, so hat man

$7 : 5 = d : b$

und $b = \frac{5}{7} \times d$, deßhalb ist $bd^2 = \frac{5}{7} d \times d^2 = \frac{5}{7} d^3$, also $\frac{5}{7} d^3 = 1121{,}5$ oder $d^3 = 1570$; die Kubikwurzel aus dieser Zahl beträgt nun ziemlich genau 11,515, weßhalb die Dicke 11,515 Zoll, und die Breite $= \frac{5}{7}$ der Dicke $= 8{,}225$ Zoll genommen werden muß.

155) Obschon die Formen, welche verschiedene Theile von Werkzeugen haben müssen, um bei der geringsten Quantität des Stoffes den meisten Widerstand leisten zu können, sämmtlich an ihrem Ort angegeben werden sollen, so dürfte es doch nicht überflüssig sein, hier die Formen für den größten und gleichmäßigen Widerstand und für Stücke zu bezeichnen, die nur zu tragen haben, ohne daß sie bewegt werden. Die Anwendung dafür kann sich in demjenigen Theile der Werkzeugswissenschaft fin-

den, der sich mit dem Bauwesen beschäftigt. Dieselben Formen, obschon sie ganz besonders für Stücke passen, welche aus Eisen oder aus irgend einem anderen Metalle gegossen worden, können dennoch zum Modelle genommen werden, wenn die verschiedenen Theile aus Holz verfertigt werden müssen; sie erfahren dann nur die Modificationen, welche wegen der Art dieses Stoffes eintreten müssen, obschon der Fall eintreten kann, daß derselbe im Großen nicht immer gleich gut für allerhand Form sich bearbeiten läßt.

a) Ist ein Stück mit dem einen Ende befestigt und mit dem anderen belastet, so wird durch diese Last das größte Vermögen auf den Durchschnitt am Punkte der Befestigung ausgeübt, weil daselbst der Hebelarm der Kraft oder des Gewichtes am längsten ist; von diesem Punkt an bis zum Ende brauchen demnach die verschiedenen Durchschnitte nicht gleich groß zu sein, sondern können immer kleiner und kleiner genommen werden. Jedoch muß die Abnahme von solcher Beschaffenheit sein, daß die Stärke der Durchschnitte auf jedem Punkte im Verhältnisse der Entfernung von der Last dieselbe bleibt. Um dieses genau auszuführen, muß der Umfang des Stückes krummlinig, oder die Oberfläche gebogen sein und meistens in einen einzigen Punkt auslaufen, da jedoch diese Formen in der Praxis niemals genau oder zu schwierig erlangt werden können, so muß man davon etwas abweichen und die nächstfolgende Form, die mit Leichtigkeit hergestellt werden kann, annehmen.

Wenn der Durchschnitt ein Rechteck sein soll, so gebe man dem Stück die Form Fig. 201, in welcher die Breite überall gleich ist und die Dicke dergestalt abnimmt, daß sie am Ende a b $\frac{1}{2}$ von der Dicke c d beträgt; man kann a b auch $= \frac{1}{3}$ c d

nehmen und noch kleiner, doch über $\frac{1}{6}$ hinaus darf dieses nicht gehen. Die untere Seite cb kann geradlinig sein, wollte man sie jedoch ein wenig krummlinig machen, so würde sie der wahren Form nur um so näher kommen.

Wenn der Durchschnitt überall einen Kreis bilden soll, so wird das Stück ein abgestumpfter Kegel, welcher am freien Ende $\frac{2}{3}$ Durchmesser von demjenigen am befestigten Ende hat, und es wird dieser letzte Durchmesser bestimmt aus der Formel

$$D = 0{,}589 \times \frac{k\,d^3}{61} \text{ (Art. 150 Nr G).}$$

Eine abgestumpfte viereckige Pyramide wird auch genügen.

Wenn das Stück auf seiner ganzen Länge eine Last gleichförmig tragen soll, so gebe man ihm die Form eines abgestumpften Kegels Fig. 202, dessen Oberfläche jedoch nicht durch die Umdrehung einer geraden Linie ac beschrieben ist, sondern durch einen Kreisbogen aec, dessen Mittelpunkt auf einer Verlängerung der Linie ab liegt und durch die Punkte a und c läuft, so daß der Durchmesser cd gleich ist $\frac{1}{3}$ ab.

b) Die Form eines Stückes, welches an beiden Enden unterstützt wird und irgend wo in der Mitte eine Last tragen muß, ist in Fig. 203 dargestellt; es muß die größte Dicke ab natürlich da angebracht werden, wo die Last angehängt ist. Die Dicke an den Enden, d. i. de und cf wird dann gewöhnlich $= \frac{1}{2}$ ab genommen; ac und ad sind gerade Linien und die Breite ist überall dieselbe.

Will man jedoch die Dicke unverändert lassen (was häufig vorzuziehen ist, weil auch dann die Beugung geringer wird, als wenn die Breite gleich bleibt und die Dicke abnimmt), so ist es zweckmä-

§. V.

Formeln und Regeln, durch welche man die Gewichte bestimmen muß, mit denen man die ruhenden und sich bewegenden Theile der Maschinen unter verschiedenen Umständen je nach dem Grade der Beugung, den sie ohne irgend einen Nachtheil aushalten können ꝛc., allein belasten darf.

156) Die im vorigen § abgehandelten Fälle sind unter der Voraussetzung aufgestellt, daß die größtmöglichen Belastungen und Beugungen Statt finden; selten kann man jedoch besonders bei den sich bewegenden Theilen der Werkzeuge und Maschinen die Belastung aufs Aeußerste treiben, weil meistentheils die daraus entstehende Beugung zu groß ist und durch eine langdauernde oder anhaltende Wirkung bei einer kleinen Vergrößerung nachtheilig werden kann. Es ist ein gefahrloser Weg, die Last zu bestimmen, nach dem Verhältnisse der Beugung, welche man nach den Statt findenden Umständen für unschädlich hält; dieses läßt sich sehr leicht ausführen, indem Ueberlegung und Erfahrung lehren, daß, so lange die Federkraft und der Zusammenhang der Theile vollkommen fortdauern, **die Quantitäten der Beugungen stets proportional sein müssen den druckenden Gewichten.** Ein doppeltes, dreifaches Gewicht u. s. w. verursacht also eine doppelte, dreifache Beugung ꝛc. Hierdurch wird alsdann das Gewicht, mit welchem man irgend ein Stück bis nur zu einer bestimmten Beugung belasten kann, auf diese Weise festgestellt: man nenne die Quantität der gegebenen Beugung a; das Gewicht, durch welches diese Beugung erzeugt wird, G. und nehme an, daß das Stück ein rechteckiger Balken oder Stab sei, welcher mit dem einen Ende unbeweglich befestigt ist. Das größte Gewicht, mit welchem dieses Stück am freien Ende

schriebenen Formen bei der geringsten Quantität Stoff den gleichmäßigsten Widerstand leisten und eben so viel Tragvermögen besitzen, als wenn sie auf jedem Punkt denselben Durchschnitt hätten; dagegen nehmen sie eine größere Beugung an, als die letzterwähnten Stücke.

e) Die Form des Durchschnittes anlangend, welche die größte Stärke gibt, erlangt man dieselbe am besten, wenn der Durchschnitt so viel wie möglich aus der Vereinigung zwei gleichförmiger Figuren besteht, damit die Theile, welche von oben oder auf der einen Seite ausgedehnt werden, dieselbe Kraft haben als diejenigen, welche von unten oder von der andern Seite des Stückes zusammengedrückt werden. Durchschnitte von einer Form wie in Fig. 186 bis 188, 191 bis 199 abgebildet sind, erfüllen diese Anforderung; sind jedoch die Stücke blos zum Tragen bestimmt und dabei in Ruhe zu bleiben, dann müssen sie bei der geringsten Quantität des Stoffes die größte Dicke haben. Die Form eines länglichen Viereckes, ferner diejenigen Formen, welche Fig. 196 bis 199 angegeben sind, entsprechen diesem Zweck am besten. Ferner muß man scharfe oder hakenartige einspringende Ecken vermeiden, sondern dieselben lieber rund ausarbeiten und mit Leistenwerk ausfüllen. Endlich sei man darauf bedacht, die Dicke oder Breite großer Stücke so viel wie möglich an allen Punkten gleich zu machen, wenn sie aus Eisen gegossen werden sollen, weil eine große Verschiedenheit in der Dicke der Theile desselben Stückes meistentheils ein unregelmäßiges Verkühlen oder Erstarren des Metalles in den Gießformen zur Folge hat und daraus wiederum eine sehr ungleiche Dichtheit oder Stärke entsteht, so daß die Stücken blos in Folge der ungleichartigen Verkühlung der Theile nicht selten brechen.

§. V.

Formeln und Regeln, durch welche man die Gewichte bestimmen muß, mit denen man die ruhenden und sich bewegenden Theile der Maschinen unter verschiedenen Umständen je nach dem Grade der Beugung, den sie ohne irgend einen Nachtheil aushalten können ꝛc., allein belasten darf.

156) Die im vorigen § abgehandelten Fälle sind unter der Voraussetzung aufgestellt, daß die größtmöglichen Belastungen und Beugungen Statt finden; selten kann man jedoch besonders bei den sich bewegenden Theilen der Werkzeuge und Maschinen die Belastung aufs Aeußerste treiben, weil meistentheils die daraus entstehende Beugung zu groß ist und durch eine langdauernde oder anhaltende Wirkung bei einer kleinen Vergrößerung nachtheilig werden kann. Es ist ein gefahrloser Weg, die Last zu bestimmen, nach dem Verhältnisse der Beugung, welche man nach den Statt findenden Umständen für unschädlich hält; dieses läßt sich sehr leicht ausführen, indem Ueberlegung und Erfahrung lehren, daß, so lange die Federkraft und der Zusammenhang der Theile vollkommen fortdauern, die Quantitäten der Beugungen stets proportional sein müssen den drückenden Gewichten. Ein doppeltes, dreifaches Gewicht u. s. w. verursacht also eine doppelte, dreifache Beugung ꝛc. Hierdurch wird alsdann das Gewicht, mit welchem man irgend ein Stück bis nur zu einer bestimmten Beugung belasten kann, auf diese Weise festgestellt: man nenne die Quantität der gegebenen Beugung a; das Gewicht, durch welches diese Beugung erzeugt wird, G, und nehme an, daß das Stück ein rechteckiger Balken oder Stab sei, welcher mit dem einen Ende unbeweglich befestigt ist. Das größte Gewicht, mit welchem dieses Stück am freien Ende

deßhalb $G = \frac{k}{4,8u} \times \frac{abd^3}{l^3}$;

und betrug die Breite am freien Ende $\frac{1}{3}$, so wird man auf dieselbe Weise finden

$$G = \frac{k}{4,95 \times u} \times \frac{abd^3}{l^3}.$$

c) Nimmt die Dicke gegen das Ende hin bis zu $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ ab, so sind die Gewichte der Belastung zu finden nach Angabe des Art 150 A, d,

$G = \frac{k}{6,54u} \times \frac{abd^3}{l^3}$, und $G = \frac{k}{5,37u} \times \frac{abd^3}{l^3}$,

und wenn die Ecken, wie in Fig. 186 rund gearbeitet sind, so wird dieses Vermögen

$$G = \frac{k}{5,4 \times u} \times \frac{abd^3}{l^3}.$$

Befindet sich ferner der Balken oder Stab in einer anderen Stellung, so nimmt das Gewicht G in demselben Verhältniß ab oder zu, wie das Tragvermögen und die entsprechende Beugung in Art. 142 bis 146 und 151 angegeben sind, folglich wird

d) wenn dieses Stück an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet ist, das Tragvermögen vierfach und die Beugung viermal kleiner sein, als wenn das Stück nur an einem Ende befestigt wäre. Deßhalb wird die Proportion von Art. 156,

$$\frac{2kbd}{3l} : G = \frac{ul^2}{6d} : a,$$

und $G = \frac{4k \times abd^3}{ul^3}$.

e) Ist das Stück an beiden Enden befestigt, so ist das Tragvermögen achtmal größer und die Beugung achtmal kleiner, als wenn dasselbe nur an

facht also eine achtmal größere Beugung als bei der einzelnen Länge Statt findet, während bei einer doppelten Dicke die Beugung nur den achten Theil derjenigen bei einfacher Dicke beträgt, weil in beiden Fällen der Cubus von 2 acht beträgt.

Für jedes Stück von verschiedener Form und in verschiedener Stellung läßt sich nun das Gewicht der Belastung, einem gewissen Grade der Beugung entsprechend, sehr leicht und immer nach derselben Regel bestimmen, was in der Folge aus einander gesetzt werden soll.

157) Zuerst sind nun die Formeln der Tragvermögen für die in Art. 150 aufgestellten Fälle aus der Formel

$$G = \frac{1}{4} \times \frac{k}{u} \times \frac{a b d^3}{l^3}$$

sehr leicht abzuleiten, indem man die Verhältnisse der Beugungen blos verändert; so ist z. B.

a) Die Beugung eines Stückes, dessen Breite im Verhältnisse zur Länge abnimmt, um $\frac{1}{2}$ größer, als wenn die Breite sich gleich bleibt; es muß also für diesen Fall das Gewicht G um $\frac{2}{3}$ kleiner sein, wenn es eine gleiche Beugung a erzeugen soll, deßhalb wird

$$G = \frac{k}{6u} \times \frac{a b d^3}{l^3}.$$

b) Nimmt die Breite dergestalt ab, daß sie am Ende nur noch die Hälfte der Breite am Befestigungspunkte beträgt, so wird nach Art. 150 c,

$$B = \frac{0{,}8\, u\, l^2}{d} \text{ sein, also}$$

$$\frac{k b d^2}{6 l} : G = \frac{0{,}8\, u\, l^2}{d} : a,$$

deßhalb $G = \frac{k}{4,8u} \times \frac{abd^3}{l^3}$;

und betrug die Breite am freien Ende $\frac{1}{3}$, so wird man auf dieselbe Weise finden

$$G = \frac{k}{4,95 \times u} \times \frac{abd^3}{l^3}.$$

c) Nimmt die Dicke gegen das Ende hin bis zu $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ ab, so sind die Gewichte der Belastung zu finden nach Angabe des Art 150 A, d,

$$G = \frac{k}{6,54\,u} \times \frac{abd^3}{l^3}, \text{ und } G = \frac{k}{5,37\,u} \times \frac{abd^3}{l^3},$$

und wenn die Ecken, wie in Fig. 186 rund gearbeitet sind, so wird dieses Vermögen

$$G = \frac{k}{5,4 \times u} \times \frac{abd^3}{l^3}.$$

Befindet sich ferner der Balken oder Stab in einer anderen Stellung, so nimmt das Gewicht G in demselben Verhältniß ab oder zu, wie das Tragvermögen und die entsprechende Beugung in Art. 142 bis 146 und 151 angegeben sind, folglich wird

d) wenn dieses Stück an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet ist, das Tragvermögen vierfach und die Beugung viermal kleiner sein, als wenn das Stück nur an einem Ende befestigt wäre. Deßhalb wird die Proportion von Art. 156,

$$\frac{2kbd}{3l} : G = \frac{ul^2}{6d} : a,$$

und $G = \frac{4k \times abd^3}{ul^3}$.

e) Ist das Stück an beiden Enden befestigt, so ist das Tragvermögen achtmal größer und die Beugung achtmal kleiner, als wenn dasselbe nur an

einem Ende befestigt ist; darum wird das Gewicht

$$G = \frac{16k \times abd^3}{ul^3}.$$

f) Wenn die Last, die sonst am Ende oder in der Mitte hängt, gleichförmig über die ganze Länge vertheilt ist, so bleibt das Tragvermögen dasselbe und die Beugung ist nur $\frac{5}{8}$ von derjenigen, welche eintritt, wenn das Gewicht in der Mitte hängt; oder das Tragvermögen verdoppelt sich und die Beugung wird $\frac{5}{4}$ der letztgenannten. In beiden Fällen wird man finden:

1) Wenn das Stück an dem einen Ende befestigt ist,

$$G = \frac{2}{5} \times \frac{k}{u} \times \frac{abd^3}{l^3}.$$

2) Wenn es an beiden Enden unterstützt wird,

$$G = \frac{32k}{5u} \times \frac{abd^3}{l^3}.$$

3) Wenn dasselbe an beiden Enden befestigt ist,

$$G = \frac{128}{5} \times \frac{k}{u} \times \frac{abd^3}{l^3}.$$

Hat nun das Stück eine andere Durchschnittsform als die rechtwinklige, so müssen die durch obige Formeln ausgedrückten Gewichte nur im Verhältnisse der Tragvermögen der verschiedenen Stücke abnehmen oder zunehmen. Für die gebräuchlichsten Formen sind die Verhältnisse in Art. 150 angegeben worden. Wenn man z. B. wissen will, mit welchem Gewichte man eine achteckige, an beiden Enden unterstützte Achse belasten darf, ohne über einen bestimmten Grad der Beugung a hinauszugehen, dann schließe man folgendermaßen: War die

nur die Last nicht so groß ist, daß die Elasticität oder der natürliche Zusammenhang der Theile eine nachtheilige Veränderung erfährt; denn bei Stücken von obigen Dimensionen kann die Beugung erst sehr merkbar und nachtheilig werden, wenn das Gewicht die genannte Grenze überschreitet. Es sollen übrigens die Quantitäten der Beugungen in der Folge für die verschiedenen Anwendungen etwas näher bestimmt werden. Dennoch bleibt dieser Punkt zu viel von Umständen abhängig, als daß die allgemeinen Angaben in jedem besondern Falle als untrügliche Vorschriften sollten betrachtet werden können.

§. VI.

Ueber die Torsion oder ringende Axendrehung (wringing).

159) Die Torsion ist die Aeußerung einer Kraft, durch welche die Theile eines langschäftigen Körpers in der Richtung der Breite oder Dicke gedehnt werden, obschon an verschiedenen Punkten der Länge in einem verschiedenen Grade, so daß die Theile in Folge dieser Ausdehnung mehr oder weniger auf einander umgebogen werden, ungefähr wie die Fäden eines Garnsträhnes, oder wie die verschiedenen Theile eines Tuches, welches man ausringt. Diese Aeußerung findet meistentheils Statt bei Uebertragung der Bewegung durch horizontale und schrägstehende Axen, stehende Wellen u. s. w. Auch die Wellen der Axen sind der Torsion unterworfen.

Es sei A B Fig. 206 eine horizontale Axe, welche bei A und B in Pfannen ruht, und an welcher mittelst eines Rades, oder sonst auf eine Weise bei a, eine Kraft wirkt, um eine Last zu bewegen, welche auf der anderen Seite und am anderen Ende bei b Widerstand leistet. Die Hebelarme der Kraft und Last sind also a c und b d; doch man nehme

für einen Augenblick an, daß beide am Umfange der Axe an den Punkten cd wirken, so haben beide dennoch einen Abstand von der mathematischen Axe (um welche die Drehung eigentlich erfolgt), welche gleich der halben Dicke der wirklichen Axe ist; auf diese Weise dient dann zu Anfang der Bewegung und während der Bewegung selbst der Punkt d der Kraft zum Unterstützungspunkt, welche so zu sagen an dem schrägen Hebel dc wirkt, den sie um den Punkt d herumzuführen strebt. Sobald dieses nun geschehen kann, wird die ganze Axe in der Richtung ihrer Länge umgebogen; aber sie muß auch wegen der Richtung ce der Kraft, welche lothrecht auf die Länge wirkt, umgebogen werden in der Richtung der Breite; und diese beiden Umbiegungen zusammengenommen, stellen die schräge spiralförmige Bewegung dar, welche wir die Torsion genannt haben. Da diese Torsion so weit gehen kann, daß sie nachtheilig wird und ein Brechen zur Folge hat, so muß man das Mäß derselben kennen, um danach die zweckmäßige Dicke einer Axe, welche der Torsion unterworfen ist, bestimmen zu können, und hierzu kann Folgendes dienen.

160) Man kann sich leicht überzeugen, daß der Widerstand, den eine Axe der Torsion entgegensetzt, oder daß das Gewicht, welches einen bestimmten Grad der Torsion a hervorbringt, proportional sein müsse:

1) Dem Quadrate der Dicke d, wie bei der Stärke der Körper, die in horizontaler Lage tragen, es auch der Fall ist;

2) dem Quadrate der Breite b, weil während der Umdrehung die Breite beständig Dicke wird, und eben so die Dicke Breite.

3) Im umgekehrten Verhältnisse zur Länge l der Axe stehen müsse, die vom Punkte c gerechnet

wird, von welchem an die Kraft bis zum Punkte d wirkt, um welchen die Torsion erfolgt. Eine längere Axe wird allerdings einer größeren Torsion ausgesetzt sein, als eine kürzere, und je länger oder kürzer also die Axe ist, desto kleiner oder größer wird das Gewicht sein müssen, das dazu dient, einen bestimmten Grad der Torsion zu verursachen.

4) Im umgekehrten Verhältnisse des Hebelarmes a c, an welchem die Kraft wirkt, wie dieses auch beim Haspel, beim Hebel u. s. w. Statt findet.

Ferner ist es einleuchtend, daß das Gewicht, welches man ohne Gefahr auf die Axe wirken lassen kann, auch abhängen müsse von der Cohäsionskraft k der Theile, und von der Ausdehnung u, welche die Theile aufs Aeußerste vertragen können.

Nennt man nun den Grad der Torsion, d. h. die Anzahl Grade, Minuten u. s. w., welche in dem Umfange der Torsion beim Punkte d begriffen sind = a, den Hebelarm a c der Kraft = R, so wird das Gewicht oder der Druck W, den man auf die Axe wirken lassen kann, proportional sein mit

$$\frac{a \times d^2 b^2}{R \times l}.$$

Wenn die Axe deßhalb viereckig ist, so wird W proportional sein mit

$$\frac{a d^4}{R \times l}.$$

Dieses findet Statt, so lange die Axe von demselben Stoff ist; sobald aber hierin eine Verschiedenheit eintritt, so müssen k und u mit in Rechnung gebracht werden. Wenn dieses geschieht, so ergibt sich, daß für eine viereckige Axe das Gewicht W werden müsse:

$$W = \frac{a k \times d^4}{1400 \times u \times R \times l};$$

für einen Augenblick an, daß beide am Umfange der Axe an den Punkten cd wirken, so haben beide dennoch einen Abstand von der mathematischen Axe (um welche die Drehung eigentlich erfolgt), welche gleich der halben Dicke der wirklichen Axe ist; auf diese Weise dient dann zu Anfang der Bewegung und während der Bewegung selbst der Punkt d der Kraft zum Unterstützungspunkt, welche so zu sagen an dem schrägen Hebel dc wirkt, den sie um den Punkt d herumzuführen strebt. Sobald dieses nun geschehen kann, wird die ganze Axe in der Richtung ihrer Länge umgebogen; aber sie muß auch wegen der Richtung ce der Kraft, welche lothrecht auf die Länge wirkt, umgebogen werden in der Richtung der Breite; und diese beiden Umbiegungen zusammengenommen, stellen die schräge spiralförmige Bewegung dar, welche wir die Torsion genannt haben. Da diese Torsion so weit gehen kann, daß sie nachtheilig wird und ein Brechen zur Folge hat, so muß man das Maß derselben kennen, um danach die zweckmäßige Dicke einer Axe, welche der Torsion unterworfen ist, bestimmen zu können, und hierzu kann Folgendes dienen.

160) Man kann sich leicht überzeugen, daß der Widerstand, den eine Axe der Torsion entgegensetzt, oder daß das Gewicht, welches einen bestimmten Grad der Torsion a hervorbringt, proportional sein müsse:

1) Dem Quadrate der Dicke d, wie bei der Stärke der Körper, die in horizontaler Lage tragen, es auch der Fall ist;

2) dem Quadrate der Breite b, weil während der Umdrehung die Breite beständig Dicke wird, und eben so die Dicke Breite.

3) Im umgekehrten Verhältnisse zur Länge l der Axe stehen müsse, die vom Punkte c gerechnet

wird, von welchem an die Kraft bis zum Punkte d wirkt, um welchen die Torsion erfolgt. Eine längere Axe wird allerdings einer größeren Torsion ausgesetzt sein, als eine kürzere, und je länger oder kürzer also die Axe ist, desto kleiner oder größer wird das Gewicht sein müssen, das dazu dient, einen bestimmten Grad der Torsion zu verursachen.

4) Im umgekehrten Verhältnisse des Hebelarmes a c, an welchem die Kraft wirkt, wie dieses auch beim Haspel, beim Hebel u. s. w. Statt findet.

Ferner ist es einleuchtend, daß das Gewicht, welches man ohne Gefahr auf die Axe wirken lassen kann, auch abhängen müsse von der Cohäsionskraft k der Theile, und von der Ausdehnung u, welche die Theile aufs Aeußerste vertragen können.

Nennt man nun den Grad der Torsion, d. h. die Anzahl Grade, Minuten u. s. w., welche in dem Umfange der Torsion beim Punkte d begriffen sind $= a$, den Hebelarm a c der Kraft $= R$, so wird das Gewicht oder der Druck W, den man auf die Axe wirken lassen kann, proportional sein mit

$$\frac{a \times d^2 b^2}{R \times l}.$$

Wenn die Axe deßhalb viereckig ist, so wird W proportional sein mit

$$\frac{a d^4}{R \times l}.$$

Dieses findet Statt, so lange die Axe von demselben Stoff ist; sobald aber hierin eine Verschiedenheit eintritt, so müssen k und u mit in Rechnung gebracht werden. Wenn dieses geschieht, so ergibt sich, daß für eine viereckige Axe das Gewicht W werden müsse:

$$W = \frac{a k \times d^4}{1400 \times u \times R \times l};$$

und um hieraus das Gewicht für eine cylindrische achteckige hohle Axe u. s. w. zu finden, hat man das Gewicht W blos im Verhältnisse der Tragvermögen dieser Axen zu multipliciren. Auf diese Weise verhält sich das Tragvermögen oder lieber die Stärke einer viereckigen Axe zu einer cylindrischen $= 1 : 0{,}589$ (siehe Art. 150 H), deßhalb wird für eine cylindrische Axe

$$W = 0{,}589 \times \frac{a \times k \times d^4}{1400 \times u \times R \times l};$$

diese Bestimmung muß folglich für andere Formen von Durchschnitten auf dieselbe Weise gesucht werden.

Was den Grad der Torsion a anlangt, so muß bemerkt werden, daß dieser ganz und gar nach Umständen zu bestimmen ist. Wenn die Bewegung mit großer Genauigkeit geschehen muß, so darf a weniger Grade enthalten, als wenn einige Unregelmäßigkeit in der Bewegung von keinen Folgen auf die Thätigkeit der Maschine sein kann. Erfolgt die Uebertragung der Bewegung jedesmal mit Stößen, so darf a auch nicht groß sein; eben so auch nicht, wenn die Bewegung einer einzigen Axe vielen Axen zugleich mitgetheilt werden muß. Der Grad der Torsion a hängt auch von der Schnelligkeit der Bewegung ab, so daß er mit Zunahme der Schnelligkeit immer kleiner genommen werden muß. In gewöhnlichen Fällen und wenn die Axen von Holz sind, muß man 2 oder 3 Grad Torsion gestatten; a wird alsdann $= 2$ oder $= 3$. Bei Anwendung gegossener Axen, und wenn die Bewegung regelmäßig hervorgebracht und fortgepflanzt wird, darf a nicht um $\frac{3}{4}$ Grad zu weit gehen. Geschmiedete Axen können in demselben Fall 1 Grad Torsion vertragen, und wenn dieselbe Axe eine Menge ande-

bevor es bricht, gebogen werden, wie die Figur andeutet. Findet dieses Statt, so wird die Richtung des Druckes, welcher senkrecht niederwärts wirkt, außerhalb der mathematischen Axe a b fallen; der Druck wird deßhalb von dieser Axe einen Hebelarm erlangen, welcher mit der Beugung stets zunimmt, so daß er zuletzt auf der Seite A des Körpers die Richtung der senkrechten Linie A C haben wird. Mit dieser Voraussetzung sind die weiter unten folgenden Formeln gebildet; denn wiewohl es in der That selten der Fall ist, so kann man bei diesen Formeln (weil es sich zutragen kann, daß der Druck auf die Seite des Körpers zu wirken kommt) versichert sein, daß man in der Bestimmung der Tragvermögen die äußerste Vorsicht angewendet habe.

162) Das Tragvermögen von Stücken anlangend, welche, wie Balken, Stützen und Säulen senkrecht, oder in der Richtung ihrer Länge gedrückt werden, so wollen wir zuerst annehmen, daß, wenn ihre Länge nicht mehr beträgt, als das Vier- oder Fünffache ihrer kleinsten Dicke, sie wenig oder im Ganzen nicht werden gebogen, sondern eher zerquetscht werden, im Fall der Druck zu hoch gesteigert würde. Könnte man deßhalb annehmen, daß der Druck in der Richtung der mathematischen Axe erfolgte, so würde man das Tragvermögen auf so viele Pfunde für den niederl. □ Zoll bringen können, als nur ohne die natürliche Federkraft der Theile zu verändern, möglich ist. Für Gußeisen wird dieser Druck deßhalb 1070 ℔ auf den □ Zoll der Oberfläche des Durchschnittes, für Eichenholz 270 ℔ u. s. w. betragen, doch die Vorsicht gebietet selbst in diesem Falle nicht so weit zu gehen, sondern vorauszusetzen, daß der Druck außerhalb der mathematischen Axe dicht zur Seite des Stückes gerichtet sei. Für diesen Fall lehrt nun eine Berechnung, daß man nur

Länge durch irgend eine Last gedrückt oder gespannt werden, und so eine Compression oder Ausdehnung erfahren.

Die Bestimmungen der Tragvermögen und Dimensionen sind jedoch in diesem Falle keine von den leichtesten, und deßhalb sind auch die dazu dienenden Formeln meistentheils complicirt und schwierig zu behandeln, wenn man mit äußerster Genauigkeit zu Werke gehen will. Eine solche Genauigkeit ist jedoch für viele Fälle in der Praxis gar nicht erforderlich, und sie kann auch, die Sache beim Lichte betrachtet, durch keine Art von Berechnung in allen Fällen erlangt werden, weil die Kenntniß, die wir von der Beschaffenheit der Baumaterialien besitzen, eines Theils zu unvollkommen ist, und anderen Theils dieselbe Art der Materialien in ihrer Qualität zu sehr verschieden sind, weßhalb auch, obschon die einfachen Formeln, welche wir in diesem § angegeben haben, nicht äußerst genau sind, sie dennoch für die verschiedenen Anwendungen als ausreichend betrachtet werden können.

Es wird nicht schwierig sein zu begreifen, daß, wenn die Last, mit welcher ein im Lothe stehendes Stück AB Fig. 207 gedrückt oder gespannt wird, immer genau in der Richtung der mathematischen Axe ab, welche durch die Mitte von AB läuft wirken kann, dieses Stück unter keiner Last sich beugen wird, sondern daß allein die Zerquetschung oder Zersplitterung der Theile die Folge einer allzuschweren Belastung sein wird. Eine solche Uebereinstimmung der Richtung der Kraft mit der Axe des Körpers, letzterer werde nun von oben gedrückt, oder es hänge an demselben unten ein Gewicht, ist selten möglich, oder man darf es wenigstens in der Praxis nicht voraussetzen. Wenn die Länge AB um eine gewisse Anzahl Mal die Dicke BD übertrifft, wird das Stück,

ner die Tragvermögen weniger proportional gesetzt, als für Metalle, weil 1) das Holz dem Verfaulen der Abnahme seiner Qualität u. s. w. unterworfen ist; und 2) weil eine Beugung, welche beim Eisen z. B. noch nicht im Geringsten nachtheilig ist, es bei Holz für die Dauer zuverlässig werden kann.

Für das Eisen und die Metalle muß man setzen

$$D = \frac{k b d^3}{101^2 u};$$

und für das Holz

$$D = \frac{k b d^3}{211^2 u};$$

es haben hier k und u dieselbe Bedeutung wie oben. Wenn der Durchschnitt der Stücke rund ist, verhält sich die Stärke derselben zu derjenigen des umschriebenen viereckigen Durchschnittes = 0,589 : 1 = 1 : 1,7; deßhalb werden die Formeln alsdann

für Metalle : $D = \frac{k d^4}{171^2 u}$;

für Holz : $D = \frac{k d^4}{34{,}71^2 u}$.

Wenn man gußeiserne Säulen anwendet, um hochgelegene Theile von Maschinen zu unterstützen, so macht man dieselben zur Ersparniß von Stoff ꝛc. sehr häufig hohl; sie sind dann verhältnißmäßig stärker, als massive gegossene Säulen, sobald nämlich die Inhalte ihrer Durchschnitte in beiden Fällen gleich sind. Wenn der Durchmesser im Lichten $\frac{3}{5}$ des Durchmessers im Dunkeln beträgt, so muß man das Tragvermögen eines hohlen Cylinders zu demjenigen eines massiven Cylinders von gleicher Dicke setzen = 1 : 1,25, und im Fall die Last, die sie tragen müssen, durch die Bewegung der Theile der

Maschine geschüttelt und geschaukelt wird = 1 : 1,5; in beiden Fällen wird die Formel

$$D = \frac{k\,d^4}{21{,}25\,l^2 u},$$

und $$D = \frac{k\,d^4}{25{,}5\,l^2 u}.$$

Diese für die Metalle und Holzarten aufgestellten Formeln werden in den meisten Fällen für die Praxis von hinlänglicher Genauigkeit sein. Auf eine entsprechende Weise müssen ferner eintretende Umstände beurtheilt und danach die Ergebnisse etwas modificirt werden.

163) Das Gewicht, welches man an eine Stange oder an einen Stab hängen kann, ohne daß er zerbricht, oder ohne daß die Theile in der Richtung der Länge aus einander gerissen, oder im Zusammenhange verändert werden, ist viel größer als das Gewicht, mit welchem dieselbe Stange oder Stab, selbst als eine Säule aufgestellt, belastet werden kann, weil in diesem Falle die Theile oder Fasern einander zu Unterstützungspunkten dienen, um welche sie sich biegen können, wodurch also das Zusammendrücken viel leichter erfolgt, als das Ausdehnen. Die Größe des Gewichtes hängt hier außer der Breite und Dicke auch von der Länge ab; jedoch wird die Länge keinen Einfluß haben auf die Veränderung des Gewichtes, wie in dem Falle, daß der Stab oder die Stange ein Zusammendrücken aushalten muß; und wenn die Stange oder der Stab durch die Bewegung des anhängenden Gewichtes, oder durch eigene Bewegung nicht zu sehr schwankt und sich beugt, kann man ihre Stärke derjenigen kurzer Stäbe oder Säulen, welche gedrückt werden, gleich setzen; man bekommt deßhalb für das Gewicht, welches ein recht-

ner die Tragvermögen weniger proportional gesetzt, als für Metalle, weil 1) das Holz dem Verfaulen der Abnahme seiner Qualität u. s. w. unterworfen ist; und 2) weil eine Beugung, welche beim Eisen z. B. noch nicht im Geringsten nachtheilig ist, es bei Holz für die Dauer zuverlässig werden kann.

Für das Eisen und die Metalle muß man setzen

$$D = \frac{k b d^3}{10 l^2 u};$$

und für das Holz

$$D = \frac{k b d^3}{21 l^2 u};$$

es haben hier k und u dieselbe Bedeutung wie oben. Wenn der Durchschnitt der Stücke rund ist, verhält sich die Stärke derselben zu derjenigen des umschriebenen viereckigen Durchschnittes = 0,589 : 1 = 1 : 1,7; deßhalb werden die Formeln alsdann

für Metalle : $D = \frac{k d^4}{17 l^2 u};$

für Holz : $D = \frac{k d^4}{34,7 l^2 u}.$

Wenn man gußeiserne Säulen anwendet, um hochgelegene Theile von Maschinen zu unterstützen, so macht man dieselben zur Ersparniß von Stoff &c. sehr häufig hohl; sie sind dann verhältnißmäßig stärker, als massive gegossene Säulen, sobald nämlich die Inhalte ihrer Durchschnitte in beiden Fällen gleich sind. Wenn der Durchmesser im Lichten $\frac{5}{8}$ des Durchmessers im Dunkeln beträgt, so muß man das Tragvermögen eines hohlen Cylinders zu demjenigen eines massiven Cylinders von gleicher Dicke setzen = 1 : 1,25, und im Fall die Last, die sie tragen müssen, durch die Bewegung der Theile der

Maschine geschüttelt und geschaukelt wird = 1 : 1,5; in beiden Fällen wird die Formel

$$D = \frac{k\,d^4}{21,25\,l^2 u},$$

und $$D = \frac{k\,d^4}{25,5\,l^2 u}.$$

Diese für die Metalle und Holzarten aufgestellten Formeln werden in den meisten Fällen für die Praxis von hinlänglicher Genauigkeit sein. Auf eine entsprechende Weise müssen ferner eintretende Umstände beurtheilt und danach die Ergebnisse etwas modificirt werden.

163) Das Gewicht, welches man an eine Stange oder an einen Stab hängen kann, ohne daß er zerbricht, oder ohne daß die Theile in der Richtung der Länge aus einander gerissen, oder im Zusammenhange verändert werden, ist viel größer als das Gewicht, mit welchem dieselbe Stange oder Stab, selbst als eine Säule aufgestellt, belastet werden kann, weil in diesem Falle die Theile oder Fasern einander zu Unterstützungspunkten dienen, um welche sie sich biegen können, wodurch also das Zusammendrücken viel leichter erfolgt, als das Ausdehnen. Die Größe des Gewichtes hängt hier außer der Breite und Dicke auch von der Länge ab; jedoch wird die Länge keinen Einfluß haben auf die Veränderung des Gewichtes, wie in dem Falle, daß der Stab oder die Stange ein Zusammendrücken aushalten muß; und wenn die Stange oder der Stab durch die Bewegung des anhängenden Gewichtes, oder durch eigene Bewegung nicht zu sehr schwankt und sich beugt, kann man ihre Stärke derjenigen kurzer Stäbe oder Säulen, welche gedrückt werden, gleich setzen; man bekommt deßhalb für das Gewicht, welches ein recht-

nügt es, die dazu dienlichen Formeln anzugeben und zu beweisen.

165) **Erster Fall. Wenn ein Körper, dessen Schwere oder Gewicht durch Z ausgedrückt ist, gegen einen anderen Körper anstößt.**

Man nenne die Höhe, aus welcher der Körper Z herabfällt, H; das Gewicht des Körpers, welcher gestoßen wird, z; es nehme der Körper durch den Effect des Stoßes eine Beugung an = B, und es sei das Gewicht, welches blos durch seinen Druck dieselbe Beugung hervorbringt = G, so muß der Effect des Stoßes gleich sein dem Effecte des Drukkes G und die Formel um die Dimensionen für den Theil, welcher gestoßen wird, zu bestimmen, ist dann

$$HZ^2 = G \times B \times (Z + z) \ldots\ldots\ldots (1)$$

Man setze voraus, daß der Körper Z im Augenblicke des Stoßes eine Schnelligkeit = S besitze; daß der Körper Z sich in Ruhe befinde und zugleich der Körper z als vollkommen hart zu betrachten ist (was vielleicht nicht so ist, aber diese Voraussetzung gibt ein sichereres Resultat, weil harte Körper stärker stoßen, als elastische), so wird die Schnelligkeit, mit welcher die Körper nach dem Stoße zusammen sich fortbewegen und den kleinen Raum u durchlaufen, sein

$$\frac{ZS}{Z + z}$$

(siehe die Formel Nr. 1 Art. 47, in welcher nun 5 = 0 wird, während die Massen M und m, durch die Lasten oder Gewichte der Körper hier ersetzt werden können; denn ist die Masse $= \frac{Z}{g}$ (Art. 41)

§. VIII.

Ueber die Art und Weise, wie man die Stärke oder die Dimensionen von Stücken zu bestimmen hat, welche gleichförmig oder ungleichförmig, anhaltend oder abwechselnd bewegt werden, oder auf welche große Stöße ausgeübt werden.

164) Wenn die Theile einer Maschine gleichförmig und nicht sehr schnell bewegt werden, so werden sie genugsame Stärke besitzen, wenn die Dimensionen nach den Formeln der vorigen Paragraphen bestimmt werden, als ob sich diese Theile im Zustande der Ruhe befänden. Ist die Bewegung zwar regelmäßig, aber sehr schnell, so können bei einer kurzstündigen Berührung der Theile die Dimensionen kleiner genommen werden; sie müssen jedoch größer genommen werden, sobald die genannte Berührung mit Stößen verbunden ist. Harte Stöße finden mehr oder weniger Statt, wenn die Bewegung beständig beschleunigt oder verzögert wird, deßgleichen wenn die Richtung der Bewegung jedesmal sich verändert, d. h. wenn sie nicht anhaltend, sondern abwechselnd ist, z. B. wenn der in Bewegung gesetzte Theil beständig in seiner Bewegung aufgehalten werden muß, welches einigermaßen mit der Wirkung eines Stoßes verglichen werden kann. Es leuchtet von selbst ein, daß, da der Effect eines Stoßes viel größer ist, als derjenige eines Druckes, die Dimensionen irgend eines Theiles, welcher starke Stöße auszuhalten hat, größer genommen werden müssen, als bei irgend einem Theil, welcher blos den Druck eines Gewichtes zu ertragen hat. Beispiele davon werden in der Folge vorkommen und Regeln, die zur Bestimmung der Dimensionen in Acht genommen werden müssen, sollen alsdann ebenfalls vorgetragen und angewendet werden; jetzt ge-

Wenn der Körper Z nicht mit einer beschleunigten Bewegung aus einer Höhe fällt, sondern mit einer regelmäßigen Schnelligkeit S bewegt wird, so kann man obige Formel noch gebrauchen, indem man die Höhe H sucht, aus welcher ein Körper fallen muß, um die Schnelligkeit S zu erlangen (siehe Art. 37), und da diese Höhe $= \frac{S^2}{2g}$ ist, so wird die Formel, wenn die Schnelligkeit S gegeben ist,

$$Z^2 S^2 = 2g \cdot GB\ (Z + z); \ldots\ldots (2)$$

dieses ist z. B. der Fall bei den Theilen einer Maschine, welche gegen andere Theile mit einer gewissen Schnelligkeit S bewegt werden.

Wenn man in der Formel die Schwere des gestoßenen Körpers vernachlässigt, so ist dieses eher beruhignd, als unvorsichtig, indem die Dimensionen des gestoßenen Körpers dann größer werden; setzt man dann in der angeführten Formel $z = 0$ und dividirt man beide Glieder der Gleichung mit Z, so wird die Formel:

$$HZ = GB, \ldots\ldots\ldots (3)$$

oder $ZS^2 = 2g \times GB \ldots\ldots (4)$

g ist $= 9{,}8126$.

Wir wollen annehmen, um für diese Formeln ein Beispiel zu geben, daß ein rechtwinkliger Stab aus gegossenen Eisen von 4 Ellen Länge auf beiden Seiten unterstützt sei und in der Mitte durch ein Gewicht von 50 ℔ gestoßen werde, welches aus einer Höhe von 0,5 Ellen fällt, so fragt sichs nun, welche Breite und Dicke der erwähnte Stab haben müsse, um dem Stoße widerstehen zu können?

Aus Art. 143, 150 und 154, 2tes Beispiel, weiß man, daß das größte Tragvermögen eines auf

und $\frac{z}{g}$, so wird $\frac{M}{M + m} = \frac{\frac{Z}{g}}{\frac{Z}{g} + \frac{z}{g}} = \frac{\frac{Z}{g}}{\frac{Z + z}{g}}$

$= \frac{Z}{g} \times \frac{g}{Z + z} = \frac{Z}{Z + z}$).

Die Masse, welche nun in Bewegung ist, wird $= \frac{Z + z}{g}$ sein, und diese Masse gibt, mit dem Quadrate der Schnelligkeit (d. i. mit $\frac{Z^2 S^2}{(Z + z)^2}$) multiplicirt eine lebende Kraft

$$= \frac{Z^2 S^2}{(Z + z)^2} \times \frac{Z + z}{g} = \frac{Z^2 S^2}{(Z + z)\, g}$$

(siehe Art. 44); aber die Schnelligkeit S ist hier diejenige eines Körpers, welcher aus der Höhe H fällt; folglich wird, da $S^2 = 2gH$ (Art. 37 Formel Nr. 6) ist, aus obiger Formel

$$\frac{Z^2 \cdot 2gH}{(Z + z)g} = \frac{2 Z^2 H}{Z + z};$$

Dieses ist nun das Doppelte der Quantität der Wirkung, welche der Stoß des fallenden Körpers verursacht; dagegen wird ein Gewicht G, welches am Körper hängt, denselben um den Betrag von B beugen, und deßhalb, indem es den Raum B durchläuft, eine Quantität der Wirkung $= G \cdot B$ haben; da die Quantitäten der Wirkung, die sowohl durch den Stoß, als durch den Druck erzeugt werden, sich nun gleich sein müssen, so ist

$$\frac{Z^2 H}{Z + z} GB,$$

oder mit $Z + z$ multiplicirt:

$$Z^2 H = G \cdot B\, (Z + z).$$

zu verursachen, und Gefahr zu vermeiden, unter diesem Gewichte bleiben muß. Will man darauf nun Rücksicht nehmen, so erwäge man, welcher Grad der Beugung noch nicht als nachtheilig betrachtet werden darf. Man nenne diese Beugung a, so ist B = a und setze dann nach Art. 157 das Gewicht G gleich dem Gewichte, welches mit dieser Beugung übereinstimmt. Dieses Gewicht ist dann, im Fall der Stab an beiden Enden unterstützt wird $= \frac{4k \times abd^3}{ul^3}$, so daß die Formel nun wird

$$ZH = \frac{4k \times abd^3}{ul^3} \times a;$$

fällt das Urtheil z. B. dahin aus, daß eine Beugung von 0,8 niederl. Zoll die einzige sei, welche nicht nachtheilig werden kann, so hat man:

$$50 \times 50 = \frac{4 \times 1070 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times bd^3}{0{,}00083 \times 400 \times 400 \times 400},$$

welches wird:

$$bd^3 = 29089;$$

nimmt man die Dicke zu 18 Zoll, so ist $d^3 = 18 \times 18 \times 18 = 5832$, und die Breite b ungefähr = 5.

Meistentheils wird es der Vorsicht gemäß sein, die Beugung nur auf die Hälfte zu setzen, so daß die Formel wird:

$$ZH = \tfrac{1}{2} GB.$$

Dieser Fall kann in der Werkzeugswissenschaft nicht allein, sondern auch in der Baukunst seine Anwendung finden, wenn es z. B. gilt, die Dimensionen von Flurbalken, eisernen Brückenlagern u. s. w. zu bestimmen, welche gegen Stöße vollkommen fest sein müssen.

166) Zweiter Fall. Wenn ein Körper durch eine Kraft, welche einen Druck von K Pfunden, und eine Schnelligkeit S mittheilen kann, gestoßen oder plötzlich in Bewegung gesetzt wird, so wird die Formel, um die Dimensionen dieses Körpers zu bestimmen:

$$K^2S^2 = 2g \times GBZ \ldots\ldots (5)$$

g der Effect der Schwere ist = 9,8126, und Z die Schwere des Körpers, hergeleitet auf den Punkt, wo die Kraft K wirkt. Diese Formel, welche im ersten § des folgenden Kapitels angewendet werden soll, läßt sich überhaupt für jeden Fall anwenden, wo die Theile eines Werkzeuges oder einer Maschine plötzlich bewegt werden oder jedesmal einer anderen Richtung der Bewegung.

Diese Formel kann abgeleitet werden aus der Formel (Nr. 1) des Art. 165, doch läßt sie sich auch folgender Gestalt beweisen:

Der Druck, welchen die Kraft erzeugen kann, multiplicirt mit der Schnelligkeit der Bewegung, gibt eine Quantität der Wirkung in 1 Secunde $= K \times S$; diese Quantität der Wirkung wird Quantität der Bewegung, indem man K, welches ein drückendes Gewicht vorstellt, mit dem Effecte der Schwere g dividirt. Deßhalb wird die Quantität der Bewegung $\frac{KS}{g}$ dem Gewichte Z oder der Masse $\frac{Z}{g}$ ganz und gar mitgetheilt, so daß man annehmen kann, es erlange jedes Theilchen der Masse eine Schnelligkeit $\frac{KS}{g} : \frac{Z}{g} = \frac{KS}{Z}$ (obschon die Masse $\frac{Z}{g}$ verbunden mit anderen Theilen und mit dem Theile, auf welchen die Kraft wirkt, in Berührung

zu verursachen, und Gefahr zu vermeiden, unter diesem Gewichte bleiben muß. Will man darauf nun Rücksicht nehmen, so erwäge man, welcher Grad der Beugung noch nicht als nachtheilig betrachtet werden darf. Man nenne diese Beugung a, so ist B = a und setze dann nach Art. 157 das Gewicht G gleich dem Gewichte, welches mit dieser Beugung übereinstimmt. Dieses Gewicht ist dann, im Fall der Stab an beiden Enden unterstützt wird $= \frac{4k \times abd^3}{ul^3}$, so daß die Formel nun wird

$$ZH = \frac{4k \times abd^3}{ul^3} \times a;$$

fällt das Urtheil z. B. dahin aus, daß eine Beugung von 0,8 niederl. Zoll die einzige sei, welche nicht nachtheilig werden kann, so hat man:

$$60 \times 50 = \frac{4 \times 1070 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times bd^3}{0{,}00083 \times 400 \times 400 \times 400},$$

welches wird:

$$bd^3 = 29089;$$

nimmt man die Dicke zu 18 Zoll, so ist $d^3 = 18 \times 18 \times 18 = 5832$, und die Breite b ungefähr = 5.

Meistentheils wird es der Vorsicht gemäß sein, die Beugung nur auf die Hälfte zu setzen, so daß die Formel wird:

$$ZH = \tfrac{1}{2} GB.$$

Dieser Fall kann in der Werkzeugswissenschaft nicht allein, sondern auch in der Baukunst seine Anwendung finden, wenn es z. B. gilt, die Dimensionen von Flurbalken, eisernen Brückenlagern u. s. w. zu bestimmen, welche gegen Stöße vollkommen fest sein müssen.

2) wenn man in einem Werkzeug, welches aus dem Hebel besteht, oder worin derselbe vorkommt, so viel wie möglich dafür sorgen muß, die Theile leicht zu machen, und es deßhalb nöthig ist, von der Stärke des Hebels versichert zu sein, ohne denselben schwerer zu machen, als nöthig ist; besonders gilt dieses für den Fall, daß der Hebel aus Eisen gegossen oder geschmiedet ist. Es gibt aber auch andere Fälle, in welchen eine dergleichen mathematische Bestimmung unnöthig ist, z. B. wenn der Hebel sehr klein ist, oder aus Holz besteht und kein bleibendes Werkzeug ist, oder keinen Theil eines bleibenden Werkzeuges bildet u. s. w. Nur in den beiden zuerst erwähnten Fällen ist es nützlich und nöthig, dem Hebel eine besondere Form zu geben; aber dieses ist nicht erforderlich, wenn er entweder kein bleibendes Werkzeug ist, oder nur dazu dient, eine Last im Gleichgewicht zu halten, ohne daß er in Bewegung erhalten werden soll; oder wenn er aus einem einzigen Stück Holz besteht u. s. w. Die Wahl der Form und die mathematische Bestimmung der Stärke des Hebels, erstreckt sich also blos auf den Fall, daß dieses Werkzeug einen Theil einer Maschine ausmacht, welche gleich einer Maschine in einer Fabrik bleibend ist, und in allen ihren Theilen gut geordnet sein muß. Unter dieser Voraussetzung allein wird die Stärke des Hebels wie aller anderen einfachen Werkzeuge, sowohl jetzt, als in der Folge dieses Werks in Betrachtung gezogen werden.

168) Form des Hebels. Diese Form muß verschieden sein, je nachdem der Hebel aus Holz, aus Gußeisen oder aus geschmiedeten Eisen, aus Kupfer u. s. w. bestehen sollen. Die Umstände schreiben vor, welcher dieser Stoffe gebraucht werden soll, hat man jedoch die Wahl, so muß man im Allgemeinen die Metalle über Holzarten setzen, und zwar:

1) Weil sie in allerhand Formen gebracht werden können und meistentheils in jeder Richtung dieselbe verhältnißmäßige Stärke haben, was bei Holz gar nicht der Fall ist;

2) weil das Holz der Fäulniß unterworfen und eine weit geringere Dauer besitzt, als ein Metall;

3) Die Metalle geben bei viel geringerem Volumen dieselbe Stärke und sind also auch dem Holze vorzuziehen, sobald Zusammengedrängtheit ein Punkt ist, welcher bei der Einrichtung einer Maschine vorzugsweise beachtet werden muß.

Die Metalle sind bei gleicher Stärke zwar schwerer als die Holzarten, leisten jedoch bei ihrem kleineren Volumen meistentheils einen viel geringeren Widerstand der Trägheit. Ferner ist es, wenn man die Wahl hat, meistentheils besser, sich des gegossenen Metalles zu bedienen: Gußeisen anzuwenden ist z. B. vortheilhafter, als geschmiedetes Eisen, weil man die gehörigen Formen von größter Stärke durch das Gießen leichter und weniger kostbar erlangt, als durch das Schmieden. Eben dieser Formen halber pflegen auch gegossene Stücke stärker zu sein als geschmiedete, obschon sie keine größere Schwere haben. Die Größe des Stückes läßt es auch häufig nicht zu, dasselbe zu schmieden. In anderen Fällen ist das Schmieden wiederum nothwendig, sobald z. B. die Breite oder Dicke des Stückes sehr gering sein muß u. s. w. Es lassen sich hierüber mit einem Worte keine allgemeinen Vorschriften geben, außer vielleicht für besondere Maschinen, und darum müssen hier die Fälle in der Voraussetzung erwogen werden, daß sowohl die Holzarten, als die geschmiedeten und gegossenen Metalle für den Gebrauch gewählt werden können.

Die Form, welche einem aus Eisen oder irgend einem anderen Metall zu gießenden Hebel die größte

Stärke gibt, ist in Fig. 208 dargestellt. An den Enden A und B und an allen zwischen liegenden Punkten D, wo Kräfte und Lasten wirken, braucht der Hebel nämlich keine Dicke zu haben, die so groß ist als beim Unterstützungspunkte. Der Grund davon ist im vorhergehenden Kapitel zur Genüge entwickelt worden. Wenn man die Dicke an den Enden A und B halb so stark macht, als in der Mitte, und ferner die Seiten nicht geradlinig macht, wie in Fig. 209, sondern ein wenig krummlinig, so wird diese Form des Hebels bei der geringsten Quantität Stoff ziemlich diejenige von gleicher und größter Stärke sein. Die Dicke in der Mitte sei so groß, als nur möglich, und die Breite so gering als es angehen will. Um jedoch das, was an der Breite fehlt, zu ersetzen, und den Hebel an der oberen und unteren Seite, wo das Zerbrechen seinen Anfang nehmen muß, vollkommen zu verstärken, legt man längs dieser Seiten einander gegenüber einen Rand; auch eine durchlaufende, halb erhabene Leiste in der Mitte trägt viel zur Vermehrung der Stärke bei, da die Beugung in diesem Falle dann geringer wird. In Fig. 208 Nr. 3 findet man die Form dieses angesetzten Randes im Durchschnitt dargestellt; in Fig. 208 Nr. 4 ist eine andere Form im Durchschnitte dargestellt, welche sich leichter herstellen läßt, doch nicht so stark, als Nr. 3 ist. Endlich werden, um die Oeffnungen A B C D, durch welche die Spindeln laufen, welche sowohl für den Hebel, als für die Lasten u. s. w. zu Unterstützungs- oder Aufhängungspunkten dienen, ebenfalls Ränder gelegt, um dasjenige, was wegen dieser Oeffnungen an Dicke fehlt, zu ersetzen. Diese Ränder werden, wie aus dem Aufrisse Nr. 2 des Hebels erhellt, erhabener gemacht, als die andern Ränder, besonders um die Oeffnung herum, durch welche die Spindel

oder Welle läuft, um die der Hebel sich drehen muß, damit die Oeffnung in einer festen Stellung bleibe, und in der Richtung der Breite nicht schwanken oder wackeln kann.

In Fig. 209 ist eine sogenannte offene Form des Hebels dargestellt, überall von gleicher Breite und ohne Randung. Diese Form kann in Betrachtung kommen, sobald der Widerstand, welchen der Hebel aushalten soll, nicht so groß ist, daß die vertikale Dicke des Stückes in der Mitte zu schwach wird.

Man kann die Randung der massiven Stücken und die Verbindungen der Theile der offenen Stükken noch anders einrichten, aber die obige Beschreibung nebst den Abbildungen stellt das Wichtigste bereits dar, und ist ausreichend, alles in Stand zu setzen, so wie auch diese Einrichtungen nach guten Grundsätzen und nach den Umständen zu modificiren. Die Form des Hebels verändert sich fast gar nicht, wenn er zur zweiten oder dritten Art gehört, obschon dieses nicht für die Art und Weise gilt, wie die Dimensionen der Breite und Dicke berechnet werden.

Hebel von geschmiedeten oder stark gewalzten Eisen können besonders im Großen mit keiner verstärkenden Randung massiv umgeben werden; sie bekommen dann eine gleiche Breite oder horizontale Dicke Fig. 210 Nr. 1 und bekommen machmal in der Mitte der Dicke eine andere Formel, wie Fig. 210 Nr. 3 zeigt. Wenn die bestimmte Breite des Stückes zu groß ist, so daß man nur mit vieler Mühe einige Platten fest an einander fügen kann, um die Breite zu erlangen, so vereinige man zwei oder drei Hebel, welche mit einander die volle Breite haben, auf derselben Axe, wie in Fig. 210 Nr. 2 im Aufrisse angedeutet ist. Hat man die Hebel auf diese Weise mit einigem Abstand neben einander ge-

Stärke gibt, ist in Fig. 208 dargestellt. An den Enden A und B und an allen zwischen liegenden Punkten D, wo Kräfte und Lasten wirken, braucht der Hebel nämlich keine Dicke zu haben, die so groß ist als beim Unterstützungspunkte. Der Grund davon ist im vorhergehenden Kapitel zur Genüge entwickelt worden. Wenn man die Dicke an den Enden A und B halb so stark macht, als in der Mitte, und ferner die Seiten nicht geradlinig macht, wie in Fig. 209, sondern ein wenig krummlinig, so wird diese Form des Hebels bei der geringsten Quantität Stoff ziemlich diejenige von gleicher und größter Stärke sein. Die Dicke in der Mitte sei so groß, als nur möglich, und die Breite so gering als es angehen will. Um jedoch das, was an der Breite fehlt, zu ersetzen, und den Hebel an der oberen und unteren Seite, wo das Zerbrechen seinen Anfang nehmen muß, vollkommen zu verstärken, legt man längs dieser Seiten einander gegenüber einen Rand; auch eine durchlaufende, halb erhabene Leiste in der Mitte trägt viel zur Vermehrung der Stärke bei, da die Beugung in diesem Falle dann geringer wird. In Fig. 208 Nr. 3 findet man die Form dieses angesetzten Randes im Durchschnitt dargestellt; in Fig. 208 Nr. 4 ist eine andere Form im Durchschnitte dargestellt, welche sich leichter herstellen läßt, doch nicht so stark, als Nr. 3 ist. Endlich werden, um die Oeffnungen A B C D, durch welche die Spindeln laufen, welche sowohl für den Hebel, als für die Lasten u. s. w. zu Unterstützungs- oder Aufhängungspunkten dienen, ebenfalls Ränder gelegt, um dasjenige, was wegen dieser Oeffnungen an Dicke fehlt, zu ersetzen. Diese Ränder werden, wie aus dem Aufrisse Nr. 2 des Hebels erhellt, erhabener gemacht, als die andern Ränder, besonders um die Oeffnung herum, durch welche die Spindel

oder Welle läuft, um die der Hebel sich drehen muß, damit die Oeffnung in einer festen Stellung bleibe, und in der Richtung der Breite nicht schwanken oder wackeln kann.

In Fig. 209 ist eine sogenannte offene Form des Hebels dargestellt, überall von gleicher Breite und ohne Randung. Diese Form kann in Betrachtung kommen, sobald der Widerstand, welchen der Hebel aushalten soll, nicht so groß ist, daß die vertikale Dicke des Stückes in der Mitte zu schwach wird.

Man kann die Randung der massiven Stücken und die Verbindungen der Theile der offenen Stükken noch anders einrichten, aber die obige Beschreibung nebst den Abbildungen stellt das Wichtigste bereits dar, und ist ausreichend, alles in Stand zu setzen, so wie auch diese Einrichtungen nach guten Grundsätzen und nach den Umständen zu modificiren. Die Form des Hebels verändert sich fast gar nicht, wenn er zur zweiten oder dritten Art gehört, obschon dieses nicht für die Art und Weise gilt, wie die Dimensionen der Breite und Dicke berechnet werden.

Hebel von geschmiedeten oder stark gewalzten Eisen können besonders im Großen mit keiner verstärkenden Randung massiv umgeben werden; sie bekommen dann eine gleiche Breite oder horizontale Dicke Fig. 210 Nr. 1 und bekommen machmal in der Mitte der Dicke eine andere Formel, wie Fig. 210 Nr. 3 zeigt. Wenn die bestimmte Breite des Stückes zu groß ist, so daß man nur mit vieler Mühe einige Platten fest an einander fügen kann, um die Breite zu erlangen, so vereinige man zwei oder drei Hebel, welche mit einander die volle Breite haben, auf derselben Axe, wie in Fig. 210 Nr. 2 im Aufrisse angedeutet ist. Hat man die Hebel auf diese Weise mit einigem Abstand neben einander ge-

krümmte Theile C und D gelegt und mit den dikkern Theilen gegenseitig mittelst Durchlaufen der Schraubenbolzen a vereinigt sind. An den Enden sind diese Theile wie beim Hebel Fig. 215 in Cirkelstücke ausgearbeitet. Die große Dicke, welche der Hebel haben muß, ist auch leicht aus vielen auf einander gelegten Theilen herzustellen, während die Vereinigung dieser Theile zu einem Ganzen an Stärke einem einzigen massiven Stück am nächsten kommt. Da Holzverbindungen im Großen mit dem dazu gehörigen Eisenwerk immer theuer zu stehen kommen, so ist leicht zu begreifen, daß sehr große Hebel in Maschinen, die beständig arbeiten sollen, selten und mit Vortheil aus Holz verfertigt werden, wenn man ohne große Frachtkosten u. s. w. diese Stücke aus Eisengießerei bekommen kann.

169) Formeln zur Bestimmung der Dimensionen der Hebel. Man hat hier drei Fälle zu unterscheiden:

1) Wenn der Hebel nur eine Last tragen muß und nicht bewegt werden soll;

2) wenn er eine sanfte Bewegung hat und ohne Stöße gehemmt und zurückgeführt wird;

3) wenn die Bewegung schnell ist, z. B. wenn sie eine Elle in der Secunde beträgt und die Veränderungen in den Richtungen der Bewegung auf einmal erfolgen. Für jeden dieser Fälle können die unten angegebenen Formeln benutzt werden, um die Breite oder Dicke des Hebels zu bestimmen, vorausgesetzt, daß die Länge in Gemäßheit der Umstände und Zwecke bestimmt sei. In diesen Formeln bezeichnet nun l′ die Länge des kürzesten Armes; G das Gewicht, welches am längsten Hebelarme hängt; a den Betrag der Beugung an den Enden, in Zollen ausgedrückt.

A. Erster Fall. Wenn der Hebel in Ruhe ist.

a) Wenn der Hebel überall eine gleiche Dicke und Breite hat, wie in Fig. 211 und ein Hebel der ersten Art ist.

Alsdann wird in Gemäßheit der ersten Anmerkung von Art. 151 und nach der Regel von Art. 156 die allgemeine Formel, um das Gewicht G zu bestimmen

$$G = \frac{1}{4}\frac{k}{u} \times \frac{a\,b\,d^3}{l^3\left(1 + \frac{l'}{l}\right)},$$ woraus sich ergibt

$$bd^3 = \frac{4Gul^3\left(1 + \frac{l'}{l}\right)}{ka};$$

die Werthe von k u sind in Art. 147 und 152 angegeben.

Die Breite und Dicke müssen dann durch diese Formeln bestimmt werden:

1) Für Gußeisen mit der Voraussetzung, daß die Beugung auf die Elle 2 Linien betrage und also a = 0,002 l in Zollen sei;

$$b\,d^3 = 0{,}00155\ G \times l^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right) \ldots\ldots (1).$$

2) Für geschmiedetes Eisen, die Beugung zu 2,5 Linien auf die Elle angenommen,

$$b\,d^3 = 0{,}000714 \times G \times l^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right) \ldots. (2).$$

3) Für Eichenholz, die Beugung auch zu zwei Linien auf die Elle angenommen,

$$b\,d^3 = 0{,}0172\ G \times l^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right) \ldots\ldots (3).$$

Für Rothtannenholz, läßt sich die letzte Formel auch gebrauchen, indem sie wenig von der Wahrheit abweicht.

b) Wenn die Breite gleichförmig ist, aber die Dicke am Ende nur die Hälfte der Dicke am Drehungspunkte beträgt.

Die Beugung beträgt dann $= \frac{0{,}9\, u\, l^2}{d}$ (siehe Art. 150 A, d), oder auch, da man die Beugung des andern Armes ebenfalls mit in Rechnung bringen muß $= 0{,}9 \times \frac{u\, l^2}{d}\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$; deßhalb ist (s. Art. 157 c).

$$G = \frac{k}{5{,}4 \times u} \times \frac{a\, b\, d^3}{l^3\left(1 + \frac{l'}{l}\right)};$$

hieraus folgt:

$$b\, d^3 = \frac{5{,}4 \times u \times G \times l^3}{k\, a} \times \left(1 + \frac{l'}{l}\right).$$

Die Formeln werden dann für diesen Fall:

1) Für Gußeisen, wenn der Durchschnitt ein Rechteck bildet:

$$b\, d^3 = 0{,}002\ G\, l^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right) \ldots\ldots (4)$$

wenn der Durchschnitt so wie in Fig. 208 Nr. 3 ist, wo die Breite der Leisten dem achten Theile der Dicke d, und die Tiefe oder Dicke der Leisten gleich der halben Breite, oder dem sechzehnten Theil der Dicke gleich sind, unter der Voraussetzung noch, daß die Breite b $\frac{1}{4}$ der Dicke d beträgt:

$$b\, d^3 = 0{,}0015\ G\, l^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right) \ldots\ldots (5).$$

Diese Formel ist berechnet mit Hilfe der Formel Nr. L in Art. 150.

Man kann diese Formel auch anwenden, wenn der Durchschnitt von solcher Beschaffenheit ist, wie in Fig. 208 Nr. 4.

Wenn das Stück Oeffnungen hat, wie in Fig. 209 und man die Dicke A B Fig. 197 überall gleich nimmt dem vierten Theile der ganzen Dicke auf diesem Punkte, so wird

$$bd^3 = 0{,}003\ G \times l^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right) \ldots . (6).$$

2) Für geschmiedetes Eisen, wenn der Durchschnitt rechtwinklig ist und die Breite folglich sich überall gleich (siehe Fig. 210),

$$bd^3 = 0{,}0012\ G \times l^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right) \ldots . (7).$$

3) Für Eichen- oder Ulmenholz, wenn das Stück die Form von Fig. 216 oder 218 hat, welche etwas offen ist (es darf die Oeffnung nicht größer sein, als zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ der Dicke),

$$bd^3 = 0{,}025\ Gl^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right) \ldots . (8).$$

In den Formeln (4) . . . und (8) ist die Beugung zu zwei Linien auf die Elle gerechnet.

c) Für Hebel der zweiten und dritten Art erleiden diese Formeln einige Veränderung; denn diese Hebel werden an dem einen Ende von dem Unterstützungspunkte S Fig. 219, und an dem anderen Ende K durch Kraft oder Last getragen, von Kraft oder Last in L gedrückt, wie ein Balken, welcher frei auf zwei Unterstützungspunkten liegt, und an irgend einem Punkte in der Mitte belastet ist; deßhalb muß die Stärke dieser Hebel in Uebereinstimmung mit der Gleichung über das Tragvermögen

von Balken oder Stäben in solcher Stellung bestimmt werden. Hierzu können nun ebenfalls die obigen Formeln von (1) bis (8) benutzt werden, indem man dieselben blos mit $\frac{m^2 n^2}{l^4}$ multiplicirt und mit $\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$ dividirt. Es bezeichnet hier m die Entfernung SL, und n die Entfernung LK, so daß, wenn Kraft oder Last gerade in der Mitte wirken, $m = n = \frac{1}{2}SK = \frac{1}{2}l$ wird, $m^2 \times n^2 = \frac{1}{16}l^4$, und die Zahl, mit welcher man alsdann multipliciren muß, wird $= \frac{1}{16}$.

Um für den ersten Fall eine Vorschrift zu geben, sei der Hebel aus gegossenen Eisen und von derselben Form, wie Fig. 208; wenn er nun zur zweiten Art gehört, so muß die Formel (5) multiplicirt werden mit $\frac{m^2 n^2}{l^4}$ und dividirt mit $\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$ d. h. $\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$ muß in der Formel weggelassen werden; sie wird dann

$$b d^3 = \frac{0{,}0015 G m^2 n^2}{l^2}.$$

Den Grund, warum man hier gerade mit $\frac{m^2 n^2}{l^4}$ multipliciren und mit $\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$ dividiren muß, ergibt sich leicht aus Art. 144 und 151, und aus den Regeln des V. §. Art. 156, nach welchen das Tragvermögen eines an beiden Enden unterstützten und irgendwo in der Mitte belasteten Körpers gefunden wird. Die Vergleichung der Formel

$$b\,d^3 = \frac{4\,u\,G\,m^2\,n^2}{l\,k\,a},$$

die man alsdann bekommt mit der ersten allgemeinen Formel, oben unter Lit. a wird das Behauptete bestätigen. Dieses wird auch bestätigt durch die zweite allgemeine unter Lit. b mitgetheilte Formel, wenn man nämlich das Tragvermögen für den Fall ausmittelt, wo die Dicke des Stückes an den Enden nur die Hälfte der Dicke in der Mitte trägt.

Anmerkungen. Durch die obenstehenden Formeln kann man in jedem Falle die Dimensionen der Breite und Dicke der Mitte eines Hebels bestimmen, wenn man nämlich die Länge seiner Arme und das Gewicht oder den Druck der Kraft kennt, welche auf den längsten Arm wirkt. Man kann auch den kürzesten Arm hierzu gebrauchen, sobald $\frac{l'}{l}$ alsdann in $\frac{l}{l'}$ verwandelt wird 2c. Sobald man die Breite und Dicke in der Mitte gefunden hat, ist Alles bestimmt; denn die Berechnung braucht blos für einen Arm ausgeführt zu werden, da eine Berechnung für den anderen Arm dasselbe Resultat geben müßte. Da die Zahl der Fälle groß ist, in welchen die Form und die Länge des Hebels nebst dem drukkenden Gewicht G verschieden sein können, so sind nach diesen Formeln keine Tabellen berechnet; man kann dieses thun, sobald man in einem bestimmten Falle die Dimensionen eines Hebels für verschiedene Tragvermögen zu wissen wünscht. Zum Ueberflusse möge noch folgendes Beispiel zur Erläuterung der Formeln dienen.

Wie breit und dick wird ein geschmiedeter eiserner Waagbalken in der Mitte

sein müssen, um an jedem Arme, mit Einschluß der Schwere der Waagschalen, ein Gewicht von 300 ℔ ohne Gefahr tragen zu können? Es ist nämlich die Länge der Armen zu 8 Palmen oder 80 niederl. Zollen angenommen.

Da die Durchschnitte eines Waagbalkens meistentheils rechtwinklig sind und die Dicke an den Enden halb so groß, wie in der Mitte, so muß hier die Formel Nr. (7) angewendet werden, d. i.

$$bd^3 = 0{,}0012 \; Gl^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right).$$

Da nun die Arme l' und l gleich lang sind, so ist $\frac{l'}{l} = 1$ und $\left(1 + \frac{l'}{l}\right) = 1 + = 2$; setzt man nun $G = 300$ und statt l^2, $80 \cdot 80$ (damit Alles in Zollen ausgedrückt sei), so ist

$bd^3 = 0{,}0012 \cdot 300 \times 80 \times 80 \cdot 2 = 4608.$

Nimmt man nun z. B. die Breite zu 3 Zoll, so wird die Dicke $d^3 = \frac{4608}{3} = 1536$, wovon die Kubikwurzel ungefähr 11,5 Zoll beträgt. Schon eine Dicke von 10 Zoll mag ausreichend sein für eine Waage, welche nicht anhaltend das größtmögliche Gewicht zu tragen hat. Es ist hier die Beugung zu 2 Linien auf die Elle angenommen, kann aber für geschmiedetes Eisen und die kurze Länge von 80 Zoll noch größer angenommen werden.

Die zweckmäßigste Form eines Waagebalkens möchte die Fig. 208 angegebene sein; da aber die angehängten Gewichte vom Waagebalken nur getragen werden müssen und er nicht in Bewegung zu bleiben braucht, so ist es auch nicht nöthig, daß er an der oberen und unteren Seite schräg oder ab-

$$b\,d^3 = \frac{4\,n\,G\,m^2\,n^2}{l\,k\,a},$$

die man alsdann bekommt mit der ersten allgemeinen Formel, oben unter Lit. a wird das Behauptete bestätigen. Dieses wird auch bestätigt durch die zweite allgemeine unter Lit. b mitgetheilte Formel, wenn man nämlich das Tragvermögen für den Fall ausmittelt, wo die Dicke des Stückes an den Enden nur die Hälfte der Dicke in der Mitte trägt.

Anmerkungen. Durch die obenstehenden Formeln kann man in jedem Falle die Dimensionen der Breite und Dicke der Mitte eines Hebels bestimmen, wenn man nämlich die Länge seiner Arme und das Gewicht oder den Druck der Kraft kennt, welche auf den längsten Arm wirkt. Man kann auch den kürzesten Arm hierzu gebrauchen, sobald $\frac{l'}{l}$ alsdann in $\frac{l}{l}$ verwandelt wird ꝛc. Sobald man die Breite und Dicke in der Mitte gefunden hat, ist Alles bestimmt; denn die Berechnung braucht blos für einen Arm ausgeführt zu werden, da eine Berechnung für den anderen Arm dasselbe Resultat geben müßte. Da die Zahl der Fälle groß ist, in welchen die Form und die Länge des Hebels nebst dem drukkenden Gewicht G verschieden sein können, so sind nach diesen Formeln keine Tabellen berechnet; man kann dieses thun, sobald man in einem bestimmten Falle die Dimensionen eines Hebels für verschiedene Tragvermögen zu wissen wünscht. Zum Ueberflusse möge noch folgendes Beispiel zur Erläuterung der Formeln dienen.

Wie breit und dick wird ein geschmiedeter eiserner Waagbalken in der Mitte

sein müssen, um an jedem Arme, mit Einschluß der Schwere der Waagschalen, ein Gewicht von 300 ℔ ohne Gefahr tragen zu können? Es ist nämlich die Länge der Armen zu 8 Palmen oder 80 niederl. Zollen angenommen.

Da die Durchschnitte eines Waagebalkens meistentheils rechtwinklig sind und die Dicke an den Enden halb so groß, wie in der Mitte, so muß hier die Formel Nr. (7) angewendet werden, d. i.

$$bd^3 = 0{,}0012\ Gl^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right)$$

Da nun die Arme l' und l gleich lang sind, so ist $\frac{l'}{l} = 1$ und $\left(1 + \frac{l'}{l}\right) = 1 + 1 = 2$; setzt man nun $G = 300$ und statt l^2, $80 \cdot 80$ (damit l also in Zollen ausgedrückt sei), so ist
$bd^3 = 0{,}0012 \cdot 300 \times 80 \times 80 \cdot 2 = 4608.$
Nimmt man nun z. B. die Breite zu 3 Zoll, so wird die Dicke $d^3 = \frac{4608}{3} = 1536$, wovon die Kubikwurzel ungefähr 11,5 Zoll beträgt. Schon eine Dicke von 10 Zoll mag ausreichend sein für eine Waage, welche nicht anhaltend das größtmögliche Gewicht zu tragen hat. Es ist hier die Beugung zu 2 Linien auf die Elle angenommen, kann aber für geschmiedetes Eisen und die kurze Länge von 80 Zoll noch größer angenommen werden.

Die zweckmäßigste Form eines Waagebalkens möchte die Fig. 208 angegebene sein; da aber die angehängten Gewichte vom Waagebalken nur getragen werden müssen und er nicht in Bewegung zu bleiben braucht, so ist es auch nicht nöthig, daß er an der oberen und unteren Seite schräg oder ab-

dessen man sich in der Berechnung der Formeln bedienen muß. Wirkt dieses zweite Gewicht in einer entgegengesetzten Richtung, so ist es natürlich, daß man dasselbe statt zu addiren, von G abziehen muß.

B. Zweiter Fall. Wenn der Hebel eine sanfte Bewegung hat und ohne Stöße zurückgeführt wird.

In diesem Falle kann man von den Formeln des ersten Falles ohne Gefahr Gebrauch machen, jedoch immer in der Voraussetzung, daß die Schnelligkeit nicht größer, als 3 Palmen sei und daß die Veränderung der Richtung der Bewegung nicht mit Kraft, sondern ganz sanft erfolge; im entgegengesetzten Fall müssen die Dimensionen nach den Formeln des dritten Falles bestimmt werden.

C. Dritter Fall. Wenn die Schnelligkeit der Bewegung beträchtlich ist, und der Hebel mit einemmal gehemmt und zurückgeführt wird.

In diesem Falle muß man von der in Art. 166 angegebenen Formel Gebrauch machen.

Diese Formel ist $K^2S^2 = 981{,}26 \times 2G \times B \times Z$. Setzt man nun einen Hebel von der in Fig. 210 angegebenen Form voraus, so ist das größte Tragvermögen $G = \frac{kbd^2}{6l}$; die Beugung B ist hiermit übereinstimmend, $= \frac{0{,}9 \times ul^2}{d}\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$, folglich $G \times B = 0{,}9 \times \frac{k \times ubdl}{6}\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$. das Gewicht des Armes beträgt ziemlich $\frac{2}{3}$ von dem Gewichte, wenn die Dicke überall gleich ist. Nennt man also das Gewicht eines Kubikzoll Stoffes, aus welchem der Hebel besteht f, so ist das Gewicht des

+ ½ 5,75 × 80 = 690 □Zoll; diese mit der Breite 3 Zoll multiplicirt, geben den Kubikinhalt des Armes = 2070 Kubikzoll, dieses ist etwas mehr, als 2 Kubikpalmen; zwei Kubikpalmen geschmiedetes Eisen wiegen beinahe 16 ℔. Bringt man nun den Schwerpunkt des Armes in den Punkt A, welcher ziemlich genau in ⅖ der Länge liegt, also in ⅖ × 80 = 32 Zoll vom Drehungspunkte b, so kann man sich das Gewicht von 16 Pfunden in diesem Punkte vereinigt denken, doch muß dasselbe für den Punkt e, wo die Last hängt, reducirt werden; dieses geschieht nach den Regeln, die wir bei Betrachtung des Gleichgewichtes des Hebels aufgestellt haben, indem man nämlich 16 mit dem Arme Aa = 32 multiplicirt und das Produkt mit 80 = be dividirt, wodurch das Gewicht des Armes bd, auf das Ende e reducirt, = 6,4 ℔ beträgt. Die Proportion, von welcher wir oben gesprochen haben, wird dann

300 ℔ : 6,4 ℔ = 3 Zoll : x Zoll = 0,06 Zoll,

so daß die eigentliche Breite dann = 3,06 Zoll genommen werden muß. Diese Vermehrung der Breite ist nun so gering, daß man sie in diesem Beispiele vernachlässigen kann, und das Gewicht des Hebels nicht in Rechnung zu bringen braucht; man muß dieses indessen in Rechnung bringen, sobald das Gewicht beträchtlich ist, und z. B. 50 oder mehr ℔ beträgt.

Wenn außer dem Gewicht, oder dem Druck G am Ende noch auf einen anderen Punkt des Hebels ein Gewicht wirkt, so muß man dasselbe (wie im vorausgeschickten Beispiele in Bezug auf die Schwere des Wagbalkens geschehen ist) auf ein Gewicht reduciren, welches an dem genannten Ende wirkt; dieses Gewicht zu demjenigen addirt, welches in der That am Ende wirkt, ist dann das Totalgewicht G,

dessen man sich in der Berechnung der Formeln bedienen muß. Wirkt dieses zweite Gewicht in einer entgegengesetzten Richtung, so ist es natürlich, daß man dasselbe statt zu addiren, von G abziehen muß.

B. Zweiter Fall. Wenn der Hebel eine sanfte Bewegung hat und ohne Stöße zurückgeführt wird.

In diesem Falle kann man von den Formeln des ersten Falles ohne Gefahr Gebrauch machen, jedoch immer in der Voraussetzung, daß die Schnelligkeit nicht größer, als 3 Palmen sei und daß die Veränderung der Richtung der Bewegung nicht mit Kraft, sondern ganz sanft erfolge; im entgegengesetzten Fall müssen die Dimensionen nach den Formeln des dritten Falles bestimmt werden.

C. Dritter Fall. Wenn die Schnelligkeit der Bewegung beträchtlich ist, und der Hebel mit einemmal gehemmt und zurückgeführt wird.

In diesem Falle muß man von der in Art. 166 angegebenen Formel Gebrauch machen.

Diese Formel ist $K^2S^2 = 981{,}26 \times 2G \times B \times Z$. Setzt man nun einen Hebel von der in Fig. 210 angegebenen Form voraus, so ist das größte Tragvermögen $G = \frac{k\,b\,d^2}{6\,l}$; die Beugung B ist hiermit übereinstimmend, $= \frac{0{,}9 \times u l^2}{d}\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$, folglich $G \times B = 0{,}9 \times \frac{k \times u b d l}{6}\left(1 + \frac{l'}{l}\right)$, das Gewicht des Armes beträgt ziemlich $\frac{2}{3}$ von dem Gewichte, wenn die Dicke überall gleich ist. Nennt man also das Gewicht eines Kubikzoll Stoffes, aus welchem der Hebel besteht f, so ist das Gewicht des

Armes $= \frac{2}{3} f \times b d l$. Dieses Gewicht im Schwerpunkte vereinigt und aufs äußerste Ende reducirt, dann ziemlich genau $= \frac{4}{15} f \times b d l$ werden, weil vorausgesetzt werden kann, daß die Entfernung des Schwerpunktes ziemlich genau $= \frac{2}{5}$ der Länge des Armes ist, weßhalb hier $Z = \frac{4}{15} f b d l$ ist; die Formel wird dann

$$K^2 S^2 = 981{,}26 \times 0{,}9 \times 2 \times \frac{k u b d l}{6}$$

$$\times \frac{4}{15} \times f b d l \times \left(1 + \frac{l'}{l}\right),$$

oder $K^2 S^2 = 78{,}6 \times k u f b^2 d^2 l^2 \left(1 + \frac{l'}{l}\right)$;

daraus folgt $b d = l \sqrt{\left\{78{,}6 \times k \times u \times f \left(1 + \frac{l'}{l}\right)\right\}}$,

nach dieser Formel sind die unten folgenden (9), (11), (12) und (13) berechnet. Die Formel (10) bestimmt sich durch die Berücksichtigung, daß sich das Tragvermögen des Stückes (hinsichtlich des Durchschnittes der Fig. 208 Nr. 3 gleich) zum Tragvermögen eines Hebels von gleicher Breite Fig. 210 verhält, wie sich 4 zu 3 verhält. Um diese Formeln ferner für den Gebrauch bequemer zu machen, ist $l = l'$ genommen, was im Resultate nie einen groben Irrthum verursachen kann, wenn auch l nicht $= l'$ sein sollte.

Setzen wir eine Form des Hebels voraus, wie sie in Fig. 208, 210 oder 218 angegeben ist, so wird die Formel für die folgenden Stoffe also;

1) Für Gußeisen, wenn der Durchschnitt wie in Fig. 210 rechtwinklig ist:

$$b d = \frac{K S}{0{,}991} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Nimmt man die Breite zu 8,5 Zoll, so wird die Dicke 40 Zoll; das Stück hat in diesem Fall eine mehr als ausreichende Dicke, um außer der Last rc. noch seine eigne Schwere tragen zu können.

Es wird überflüssig sein zu bemerken, daß alle die gegebenen Formeln, sowohl auf krummlinige, als auf geradlinige Hebel anwendbar sind. Im zweiten Theile dieses Werkes werden dieselben Formeln angewendet, um die Dicke der Arme an drehbaren Axen zu berechnen.

170) Axen. Die Dicke der Axen, um welche sich die Hebel drehen, müssen im Verhältnisse stehen zur Last, welche sie zu tragen haben, und die keine andere ist, als der Druck von Kraft, Last und Schwere des Hebels zusammengenommen. Axen dürfen besonders im Großen aus keinem anderen Stoff, als aus Gußeisen oder geschmiedetem Eisen verfertigt und müssen dabei hübsch rund gedreht werden. Das geschmiedete Eisen hat für diesen Zweck vor dem Gußeisen den Vorzug, weil es 1) sich weniger abnutzt, und weil 2) eine geschmiedete Axe von gleicher Stärke mit einer gegossenen einen kleineren Durchmesser als letztere hat, und auf diese Weise weniger Reibung verursacht; dennoch ist die Anwendung gußeiserner Axen in vielen Fällen gar nicht zu tadeln.

Meistentheils wird die Axe fest mit dem Hebel verbunden, indem man dieselbe durch den Hebel schlägt oder auf eine andere Weise an denselben befestigt. Dieses Verfahren hat große Vortheile vor einem anderen, nach welchem die Axe an beiden Enden befestigt ist, während der Hebel gleich der Rolle eines Flaschenzuges sich mit einigem Spielraum um die Axe dreht. Wird dieser Spielraum durch Abnutzung

werden, um die Stärke eines Hebels oder eines Waagbalkens zu bestimmen, der keinen festen Unterstützungspunkt hat, sondern mit demselben beständig auf und niedergeführt wird.

Was im ersten Fall über das Gewicht des Hebels gesagt worden ist, und wenn derselbe auf mehr als einem Punkte belastet ist, gilt hier ebenfalls, aber die Dicke und Breite müssen durch die letzten Formeln meistentheils von solcher Art werden, daß die Schwere außer Rechnung bleiben kann.

Bei der Berechnung der Formeln ist vorausgesetzt, daß die durch den Druck verursachte Beugung die größtmögliche sei; dieses darf aber in der Ausführung nicht Statt finden, wie dieses auch selten der Fall sein wird, wenn die Durchschnitte der Stücke nach den oben angegebenen Formeln bestimmt worden sind. Hat man jedoch hierüber keine völlige Sicherheit, so muß man den Druck K der Kraft um so viel größer, als sie wirklich ist, voraussetzen, um wie viel kleiner man, als die größtmögliche die Beugung sehen will.

Beispiel. Wie groß muß die Breite und Dicke eines Hebels der ersten Art am Unterstützungspunkte genommen werden, wenn jeder Arm 3 Ellen lang ist, während die wirkende Kraft einen Druck von 1000 ℔ mit der Schnelligkeit von 1 Elle erzeugt; es wird dabei ferner vorausgesetzt, daß der Hebel von Gußeisen sei, an allen Punkten eine gleiche Breite habe und an den Enden halb so dick als in der Mitte sei?

In diesem Fall muß die Formel (9) angewendet werden, welche dann ist

$$bd = \frac{1000 \times 100}{0{,}99 \times 300} = 337 \text{ oder beinahe } 340.$$

Nimmt man die Breite zu 8,5 Zoll, so wird die Dicke 40 Zoll; das Stück hat in diesem Fall eine mehr als ausreichende Dicke, um außer der Last 2c. noch seine eigne Schwere tragen zu können.

Es wird überflüssig sein zu bemerken, daß alle die gegebenen Formeln, sowohl auf krummlinige, als auf geradlinige Hebel anwendbar sind. Im zweiten Theile dieses Werkes werden dieselben Formeln angewendet, um die Dicke der Arme an drehbaren Axen zu berechnen.

170) Axen. Die Dicke der Axen, um welche sich die Hebel drehen, müssen im Verhältnisse stehen zur Last, welche sie zu tragen haben, und die keine andere ist, als der Druck von Kraft, Last und Schwere des Hebels zusammengenommen. Axen dürfen besonders im Großen aus keinem anderen Stoff, als aus Gußeisen oder geschmiedetem Eisen verfertigt und müssen dabei hübsch rund gedreht werden. Das geschmiedete Eisen hat für diesen Zweck vor dem Gußeisen den Vorzug, weil es 1) sich weniger abnutzt, und weil 2) eine geschmiedete Axe von gleicher Stärke mit einer gegossenen einen kleineren Durchmesser als letztere hat, und auf diese Weise weniger Reibung verursacht; dennoch ist die Anwendung gußeiserner Axen in vielen Fällen gar nicht zu tadeln.

Meistentheils wird die Axe fest mit dem Hebel verbunden, indem man dieselbe durch den Hebel schlägt oder auf eine andere Weise an denselben befestigt. Dieses Verfahren hat große Vortheile vor einem anderen, nach welchem die Axe an beiden Enden befestigt ist, während der Hebel gleich der Rolle eines Flaschenzuges sich mit einigem Spielraum um die Axe dreht. Wird dieser Spielraum durch Abnutzung

größer, so hört die genaue Bewegung des Hebels um die Axe herum auf, während letztere dann mehr in Gefahr steht, zerbrochen zu werden.

Die nachstehende kleine Tabelle gibt die Gewichte in niederl. Pfunden an, womit man Axen von 1 bis 20 niederl. Zollen, die sich an beiden Seiten in Büchsen drehen, ohne Gefahr belasten kann. Die Tabelle ist berechnet nach der Formel

$$G = 0{,}11\,k\,d^2.$$

Setzt man im aller ungünstigsten Falle voraus, daß die halbe Last $\frac{1}{2}G$ auf das Ende der Last wirkt, auf gleiche Weise, wie auf einen Cylinder, welcher an dem einen Ende befestigt ist; nimmt man ferner an, daß die Abnutzung nach Verlauf von Zeit die Axe bis auf $\frac{3}{4}$ ihrer Dicke bringen könne; daß die Axe auf eine Strecke von $\frac{5}{8}$ der Dicke in der Büchse ruht, und daß der Spielraum zwischen dem Hebel und der Büchse $\frac{1}{8}$ beträgt, so daß die ganze Länge der Axe ihrer Dicke gleich wird, so wird man nach Art. 150 G ohne Mühe die obenstehende Formel finden. Beugung, oder Torsion kommen hier bei der geringen Länge der Axe nicht in Anschlag.

Die Axen können auch, wie diejenige an manchen Haspeln, oder an Drehbänken am Ende kegelförmig ausl[illegible] kegelförmigen Zapfen haben [illegible] im Kleinen an[illegible] die cylindr[illegible] dieser Axen [illegible] man [illegible] der Dimen[illegible] ist.)

Tabelle über die Stärke der Axen.

Diameter d. Axen in niederl. Zollen.	Tragvermögen d. Axen.		Diameter d. Axen in niederl. Zollen.	Tragvermögen d. Axen.	
	Gegossene Axen.	Geschmiedete Axen.		Gegossene Axen.	Geschmiedete Axen.
1,0	118	176	10,5	12976	19464
1,5	265	397	11,0	14241	21361
2,0	470	705	11,5	15565	23347
2,5	735	1102	12,0	16960	25440
3,0	1060	1590	12,5	18390	27585
3,5	1442	2163	13,0	19890	29835
4,0	1880	2820	13,5	21450	32175
4,5	2385	3577	14,0	23072	34608
5,0	2942	4413	14,5	24746	37113
5,5	3560	5340	15,0	26480	39720
6,0	4240	6360	15,5	28272	42417
6,5	4972	7458	16,0	30080	45120
7,0	5768	8652	16,5	32044	48060
7,5	6625	9937	17,0	34015	51022
8,0	7520	11280	17,5	36046	54069
8,5	8504	12252	18,0	38136	57204
9,0	9534	14301	18,5	40282	60423
9,5	10622	15933	19,0	42490	63735
10,0	11770	17655	20,0	47080	70620

171) **Pfannen oder Zapfenlager.** Bei gröberen Werkzeugen, deren Einrichtung und Verfertigung besonders nicht viel kosten soll, und bei denen auch auf die Verminderung der Reibung nicht zu sehr gesehen zu werden braucht, schmiedet man die Pfanne oder Büchse, in welcher der Zapfen oder die Axe laufen muß, eben so, wie den Zapfen selbst, aus Eisen, und umschließt dieselbe mit einer eisernen Zapfenbüchse, welche nur mit einem eisernen Nagel oder einem Krampen festgestellt wird, und am anderen Ende mit einem Scharnier versehen ist.

Manchmal, wenn der Druck auf die Pfannen nicht sehr groß ist, kann man sie, um die Reibung zu vermindern, aus Blei gießen, oder besser, aus einer Legirung von 1 Theil Antimon und 10 Theilen Blei (die Legirung für die Buchdruckertypen, welche bekanntlich eine größere Härte als das Blei besitzt). Obschon Pfannen aus solchen weichen Metallen einer schnellen Abnutznng unterworfen zu sein scheinen, so lehrt doch die Erfahrung gerade das Gegentheil: der Stoff nämlich, der sich zwischen dem Boden der Pfanne und die Axe setzt, verhindert diese schnelle Abnutzung vollkommen. Soll dagegen ein Werkzeug im Kleinen oder im Großen mit Genauigkeit verfertigt werden, so müssen die Pfannen oder Büchsen aus Messing oder aus Glockenspeise (9 Theile Kupfer und 1 Theil Zinn) gegossen sein.

Eine solche Büchse muß meistentheils aus zwei Theilen bestehen, nämlich aus einem Untertheil a Fig. 221, der die eigentliche Pfanne oder das Zapfenlager bildet, und aus einem Obertheil b, dem sogenannten Axendeckel oder der Zapfenbüchse. Diese beiden Stücke müssen in den Stuhl oder Balken A gesetzt werden, welcher dem Hebel zum Unterstützungspunkte dient, und in das Deckstück P, welches durch zwei Schraubenbolzen mit dem Stuhl vereinigt wird, so daß man dasselbe nach Willkühr oder wenn es sich nöthig macht, abnehmen, und auch durch Anziehen der Schraubenmüttern den Axendeckel genauer um die Axe schließend machen kann, wenn der Spielraum durch die Reibung zu groß geworden sein sollte. Diese Stücke sind in ihrer Dicke im äußern Umfang mit einer Hohlkehle versehen Fig. 222, so daß die Theile A und B Fig. 221 vollkommen in die Hohlkehlen passen und die Pfanne deßhalb nicht verschoben werden kann. Sie ragt dann zu beiden Seiten mit Rändern a b c und

de Fig. 222 aus dem Stuhl. Manchmal sind die Hohlkehlen im Stuhl A und im Deckstück B angebracht; die Pfannen haben dann die Gestalt Fig. 222*; jedoch diese Einrichtung ist mühsamer, als die vorhergehende, besonders, wenn der Stuhl aus Holz besteht, in welchem Falle das Schließstück ab Fig. 222* auch nicht viereckig, sondern dreieckig sein muß.

Die Formen der Pfannen, so wie sie in Fig. 222 und 222* dargestellt sind, um gut im Stuhl und im Deckstücke zu schließen, sind nicht die einzigen und einfachsten, welche man für diesen Zweck aussinnen kann. Wenn man diese Form bestimmt, so wie in den kleinen Figuren neben Fig. 222 und 222* angedeutet ist, erreicht man denselben Zweck auf eine einfachere Weise.

Es ist von Wichtigkeit, daß die Axe immer mit Fett oder Oel geschmiert werde; sie muß auch beständig geschmiert werden, da man jedoch an Werkzeugen, welche anhaltend in Thätigkeit sind, die Zapfenbüchsen nicht immer abnehmen kann, so bohrt man in das Deckstück A Fig. 221 gerade über der Mitte der Axe eine Oeffnung cb, in welche man jeden Augenblick Oel gießen kann. Diese Oeffnung wird mit einem Stöpsel geschlossen, um zu verhindern, daß fremdartige Stoffe ꝛc. hineingelangen. Damit sich nun das Oel auch gleichförmig über die ganze Oberfläche der Axe vertheile, so müssen sich an der inneren Seite des Deckstückes Fig. 223 zwei Riefen befinden, welche einander in der Oeffnung, durch welche das Oel eingetragen wird, schneiden. Das Oel fließt nun in diese 4 Kanäle, und die Axe braucht sich alsdann nur einmal umzudrehen, um auf der ganzen Oberfläche mit Oel überzogen zu werden. Diese Einrichtung gehört zu denjenigen, welche einfach und vernünftig sind.

Je nachdem der Stuhl anders gestellt werden muß, hat er andere Formen, und nach diesen Umständen wird auch das Deckstück anders eingerichtet. Wie nun auch diese Formen beschaffen sein mögen, so müssen sie doch immer zusammengedrängt sein, und Stärke und Festigkeit des Ganzen befördern. Dieses kann man erreichen, wenn die Stühle aus Eisen gegossen werden. Bei Anwendung von Holz, wovon man im Großen nur gerade Balken, Säulen und Theile verbinden kann, hat man häufig eine sehr complicirte Zimmerung nöthig. Die Besichtigung und Erwägung aller Theile einer wohlgeordneten Maschine kann über diese Einrichtungen mehr Licht verbreiten, als eine ausführliche Beschreibung und Erklärung. Die Grundsätze, welche im vorigen Kapitel entwickelt worden sind, sind in jeder Hinsicht ausreichend, um die gehörigen Dimensionen der in die Baukunst einschlagenden Theile einer Maschine zu bestimmen, und es muß hier nur noch bemerkt werden, daß, wenn ein Stuhl, welcher zum Unterstützungspunkt eines Hebels z. B. eines Haspels dienen soll, auf zwei dicht neben einander gestellten Säulen oder Stützen CD und EF Fig. 221 ruht und in der Mitte offen ist, die Dicke ad, welche zwischen der Pfanne und dem Anfange der Oeffnung liegt, nicht geringer sein darf, als $1\frac{1}{2}$ mal bis 2 mal die Dicke der Axe.

Fig. 224 stellt einen Stuhl von einer andern Form, jedoch ebenfalls aus Gußeisen dar. An demselben wird das Deckstück mit zwei langen Schrauben, welche durch vorgebohrte Löcher laufen, angeschraubt. Diesen Stuhl kann man z. B. gebrauchen, wenn die Axe nothwendig höher liegen muß, als das massive Stück der Grund oder die Basis AB, mit welcher er verbunden ist.

§. II.

Ueber die Stärke der Seile und Ketten und über die Dimensionen der Rollen.

172) Da die Stärke eines Seiles zum großen Theil von der Genauigkeit und Sorgfalt abhängt, mit welcher dasselbe verfertigt ist, und da eben diese Verfertigung nicht immer und überall mit derselben Ueberlegung und auf dieselbe Weise bewerkstelligt wird, so muß nothwendig zwischen der Stärke verschiedener Seile eine große Verschiedenheit bestehen. Die vollkommene Stärke eines Seiles hängt natürlich ab von der Oberfläche des Durchschnitts, aber sie verändert sich auch mit der Art des Seiles. Von allen Sorten von Seilen besitzen wir indessen keine genügenden Versuche; denn man hat blos die Erfahrung zu Rathe gezogen über Seile, welche aus dünnen Strähnen, und über andere, welche aus Kabelsträhnen gedreht waren. Das Resultat der Erfahrung hat darin bestanden, daß die erste Sorte von Seilen, welche fester zusammengedreht und schwerer sind, $\frac{2}{3}$ mehr Stärke haben, als die letztere; jedoch ist dieses Verhältniß nur eine mittlere Durchschnittszahl, wie man denn auch ohne einen bestimmten Versuch die Stärke eines Seiles blos nach einem mittleren Durchschnitt schätzen kann. Wenn man das vollkommene Gewicht, welches ein Seil in der Richtung der Länge tragen kann, den vierten Theil nimmt für die Last, mit welcher dasselbe ohne Gefahr beschwert werden kann, so wird man im Durchschnitt finden, daß ein fest gedrehtes Seil von 1 Zoll Dicke 150 ℔ tragen kann. Nennt man also den Durchmesser eines Seiles d, so kann man das Tragvermögen eines festgedrehten Seiles durch die Formel

$150\,d^2$

berechnen, oder wenn p den Umfang in Zollen ausdrückt, durch

$$15{,}15\,p^2.$$

Besteht nun ein Seil aus schwerem, nicht fest zusammengedrehten Kabelgarn, so muß man $\frac{3}{5}$ ($= 1 : 1 + \frac{2}{3} = 1 : \frac{5}{3}$) von diesen Formeln nehmen, so daß sie werden:

$$90\,d^2,$$

oder

$$9{,}9\,p^2.$$

Die Länge eines Seiles hat auch Einfluß auf seine Stärke, so daß ein längeres Seil schwächer ist, als ein kürzeres. Dieselbe Bemerkung gilt auch in Bezug auf Ketten, doch ist es schwierig, die Länge mit in Rechnung zu bringen. Wenn man jedoch, wie dieses Statt finden kann, mehrere dünne Seile statt eines dicken anwendet, so hat die Länge keinen Einfluß auf die Stärke, während das Gesammttragvermögen mehrerer dünner Seile größer sein muß, als dasjenige eines einzigen Seiles, dessen Durchschnitt gleich ist der Summe der Durchschnitte dieser dünneren Seile. (Vergl. Art. 148). Aus diesen Gründen wendet man auch für solche mechanische Zwecke, zu denen sehr schwere Seile erheischt werden, statt derselben Litzenseile und platte Seile an.

Litzenseile bestehen aus Bündeln dünnerer Seile, die sämmtlich mit einer dünnen Schnur umwickelt sind, so daß sie zusammen ein einziges dickes Seil auszumachen scheinen. Platte Seile bestehen aus 3 oder 4, oder mehr Stricken, die neben einander gelegt und mit durchgezogenen Fäden dergestalt mit einander verbunden sind, daß diese vereinigten Stricke einen breiten Riemen zu bilden, scheinen. Die platten Seile eignen sich ganz besonders gut, wenn es

gilt, schwere Lasten über große Rollen zu bewegen. Man kann auch die platten Seile sogleich in der Seilerbahn verfertigen, und sie sind dann stärker, als neben einander verbundene Stricke. Um wie viel Litzenseile und platte Seile im Verhältniß zu einander stärker sind, darüber hat man keine besonderen Erfahrungen.

Das Theeren der Seile geschieht blos, um sie gegen den nachtheiligen Einfluß von Feuchtigkeit und Trockenheit zu schützen, doch werden sie durchs Theeren keineswegs stärker; denn die ungetheerten Seile sind ziemlich um den vierten Theil stärker. Wenn ein getheertes Seil vor dem Gebrauch 1 bis 2 Monate aufbewahrt werden kann, so ist es jedoch stärker, als wenn man dasselbe bald nach dem Theeren anwendet. Endlich ist noch zu bemerken, daß mit Lohe gegärbte Seile stärker sind, als getheerte. Die oben stehenden Formeln sind natürlich blos anwendbar auf Seile, die sich in einem guten Stande befinden, da z. B. nasse Seile sehr ungleich in der Stärke abnehmen und auch die Stärke gebrauchter Seile keineswegs durch Berechnung bestimmt werden kann.

173) Die Stärke der Ketten hängt außer von der Qualität des Eisens u. s. w. auch von der Form der Kettenglieder ab; diese ist sehr verschieden und es sind bis jetzt mit Ketten von verschiedenen Formen keine genügenden Versuche angestellt. In Ermangelung derselben kann man annehmen, daß die beiden langen Seiten der Kettenglieder die ganze Last tragen müssen, und nehme alsdann $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ des größten Gewichtes, welches die Kette muß tragen können. Dieses Gewicht ist für geschmiedetes Eisen = 1605 ℔ auf den Quadratzoll Oberfläche des Durchschnittes der Kettenglieder, und daraus folgt, daß, wenn die Dicke der Kettenglieder d ge-

nannt wird, das sichere Tragvermögen einer Kette gefunden wird durch Berechnung der Formel

$$625\,d^2 \text{ oder } 500\,d^2.$$

Damit die Stärke der Kette zunehme, müssen sich die Glieder mit Leichtigkeit um einander drehen können, überall in der Dimension gleich und so kurz als möglich sein. Ferner müssen die Kettenglieder von unten nach oben verhältnißmäßig an Breite und Dicke zunehmen, wenn die Kette dazu benutzt werden soll, Lasten in große Tiefen niederzulassen, oder sehr hoch zu heben.

174) Form und Dimensionen der Rollen. Die Form der Rollen muß so beschaffen sein, daß diese Werkzeuge leicht und fest werden; darum müssen hölzerne Scheiben oder Rollen von einer beträchtlichen Größe in der Mitte der flachen Seite ausgehöhlt und um die Oeffnung, durch welche der Nagel gesteckt wird, ein Rand oder Kranz gelassen werden, um das Wackeln der Scheibe zu verhindern. Große eiserne Scheiben oder Rollen versehe man mit Speichen oder Armen, wie es bei den Rädern der Fall ist.

Die Axe oder der Nagel kann fest mit dem Bügel oder mit der Büchse der Rolle verbunden sein, so daß sich die Scheibe dann um den Nagel dreht; oder es kann auch der Nagel fest in die Scheibe gesetzt werden und mit derselben sich zugleich in Pfannen oder Büchsen drehen, welche im Flaschenzuge befestigt sind. Bei ersterer Einrichtung hat die Scheibe oder Rolle einen leichtern Gang, doch ist diese Einrichtung bei sehr großen Scheiben nicht anwendbar. Hölzerne Scheiben werden von Pockholz, einer sehr harten Holzart, verfertigt; dessen ungeachtet findet ein beträchtlicher Grad der Abnutzung Statt, und um diese zu verhüten, auch zugleich die Reibung zu vermindern, wird in die

Mitte der Scheibe ein kupfernes oder metallenes Herz eingesetzt, mit einer glatten runden Oeffnung, um den Nagel durchzuführen. Dieses wendet man auch bei eisernen Scheiben an, die auf festen eisernen Axen laufen; und wenn die Scheiben mit ihren Nägeln oder Axen fest verbunden sind, so laufen letztere in metallenen Büchsen. Für die Dauer findet jedoch noch immer große Abnutzung Statt, und dabei ist diese Einrichtung auch kostbar. Würde man Scheiben aus einem härteren Stoff anwenden, so würde obige Einrichtung überflüssig sein. Man hat hierzu das Glas und das Porzellan vorgeschlagen und Versuche damit angestellt, und es leuchtet von selbst ein, daß gläserne oder porzellanene Scheiben mit Erfolg und mit geringeren Kosten die hölzernen und eisernen Scheiben mit metallenen Herzen ersetzen können.

Wenn hölzerne Scheiben sich um hölzerne Nägel drehen (was bei kleinen und mittelmäßig großen Scheiben, die für den Schiffsgebrauch bestimmt sind, der Fall sein kann), so werden die Scheiben, wie oben gesagt ist, aus Pockholz verfertigt; die Nägel mache man von sogenannten Pferdefleischholz, die Flasche oder den Block gewöhnlich aus Eschen- oder Ulmenholz. Sehr große hölzerne Scheiben macht man aus Eichen- oder aus Buchenholz. Eiserne Scheiben schließt man meistentheils in eiserne Flaschen oder Blöcke ein; wenn jedoch große eiserne Scheiben zum Heben schwerer Lasten in beträchtliche Höhen gebraucht werden sollen, thut man besser, statt der eisernen hölzerne Blöcke anzuwenden, die noch durch eiserne Bänder verstärkt sind; denn die Seile und Ketten nutzen sich weit weniger ab, wenn sie sich an einem hölzernen Blocke reiben, und man hat auch weit weniger die Gefahr eines Zerbrechens zu fürchten, was bei eisernen Flaschen oder Blöcken

wegen verborgener Fehler im Eisen und einer schlechten Verbindung der verschiedenen Theile des Blokkes leicht Statt finden kann.

Die Dicke einer Scheibe oder Rolle muß etwas größer sein, als die Dicke des Seiles oder der Kette, welche über die Rolle laufen soll; die Hohlkehle auf dem Kranze der Rolle braucht nicht so weit zu sein, als das Seil dick ist, und auch weniger tief, als die halbe Dicke des Seiles, indem ein genaues Anschließen des Seiles in der Hohlkehle des Laufes eine stärkere Reibung zur Folge haben muß.

Die Dicke der Axe oder des Nagels hängt auch von der Dicke des Seiles ab, und letztere muß im Verhältnisse zur Größe der Last stehen; sie muß jedoch so gering als möglich sein, indem die Reibung hier in einem größeren Verhältnisse zunimmt, als beim Hebel. Der Nagel kann auch dünner sein, als wie beim Hebel, weil der Abstand seiner Unterstützungspunkte sehr kurz ist. Man pflegt die Vorschrift zu geben, den Nagel halb so dick zu machen, als die Rolle, wenn er aus Holz verfertigt ist; eiserne Nägel erhalten den dritten oder den vierten Theil dieser Dicke. Dieses stimmt auch ganz gut mit den Berechnungen überein, welche man in diesem Betreff anstellen kann, obschon man diese Regel bei Verfertigung der Scheiben oder Rollen nicht befolgt.

Wenn der Durchmesser der Scheibe größer ist, so sind die Widerstände der Steifigkeit und Reibung geringer. Ein großer Durchmesser ist deßhalb immer vortheilhaft. In den meisten Fällen hat dieses indessen seine Grenzen und man findet selten, daß der Durchmesser das Fünf- oder Sechsfache der Dicke der Scheibe überschreitet.

Wenn die Scheiben blos dazu dienen, die Richtung einer gewissen Kraft zu leiten oder überzutra-

gen, so haben sie manchmal eine besondere Einrichtung, um die Bewegung nach Belieben verschieben zu können. Von diesen Einrichtungen wird es jedoch zweckmäßiger sein, im folgenden Theile dieses Werkes, wo von den mechanischen Verbindungen gehandelt wird, ausführlicher zu sprechen.

§. III.

Ueber die Dimensionen der Haspel rc.

175) Ein Haspel, welcher sich horizontal um seine Welle dreht, muß nicht allein stark genug sein, um die Last sammt dem Drucke der Kraft aushalten zu können, sondern die Dimensionen müssen zu gleicher Zeit so beschaffen sein, daß wenig oder keine Biegung Statt findet; denn nimmt man z. B. an, daß auf der Stelle, wo Last oder Kraft wirken, eine merkliche Beugung Statt findet, so werden natürlich die Axen aus der horizontalen Lage gebracht, und da diese Lage ein nothwendiges Erforderniß zur regelmäßigen Umdrehung der Axe ist, so bekommt die Axe während des Drehens eine zitternde Bewegung, weil die Beugung dann jedesmal an einem anderen Punkte des Umfanges erfolgt. Ist also die Beugung merkbar, so kann endlich das erwähnte Zittern der Axe sehr nachtheilig werden, wenigstens werden dergleichen Axen oder Wellen, wenn sie nicht wirklich zerbrechen, einer sehr nachtheiligen Abnutzung unterworfen sein. Die Axe muß ferner in der Länge und Dicke von solchen Dimensionen sein, daß ungeachtet der drehenden Reibung, welcher sie unterworfen ist, der Zusammenhang und die Federkraft der Theile nicht abnehme, daß sie nicht spalte u. s. w. Beim Widerstande der Axenreibung muß besonders die Form der Axe, d. h. die Gestalt ihres Durchschnittes, berücksichtigt werden; gewöhnliche Haspel

und Schiffswinden, welche zum eigentlichen Winden von Lasten dienen müssen, haben runde Wellen. Wellen, welche zur Uebertragung der Bewegung durch Räderwerk oder andere mechanische Theile bestimmt sind, können viereckig, achteckig, kreuzförmig &c. sein; besonders bei solchen Axen macht es sich nöthig, die drehende Reibung in Anschlag zu bringen, weil dergleichen Wellen eine ansehnliche Länge haben können. Es wird deßhalb gegenwärtig weniger zweckmäßig sein, darüber zu sprechen, wie die Dimensionen der Wellen zu bestimmen sind, welche mehr zur Fortpflanzung der Bewegung, als zum Aufwinden von Lasten bestimmt sind, weil dieser Gegenstand einen passendern Platz findet, wenn wir vom Räderwerk handeln werden. Es sollen demnach jetzt die nöthigen Erläuterungen über die Länge und Dicke des gewöhnlichen oder eigentlichen Haspels und über die Ankerwinden gegeben werden.

Ein gewöhnlicher Haspel oder eine Ankerwinde besteht aus Holz oder Eisen. Man verfertigt sie nämlich aus Ulmen- oder Eichenholz oder gießt sie aus Eisen. In letzterem Falle sind sie meistentheils hohl. Die Länge dieser Werkzeuge ist im Verhältniß zu ihrer Dicke selten groß. Die Dicke muß indessen so groß sein, daß der Haspelbaum durch den Druck der Kraft und der Last keine merkliche Beugung erfährt, und deßhalb muß die Dicke wenigstens $\frac{1}{7}$ oder $\frac{1}{12}$ der Länge betragen, je nachdem der Haspelbaum aus Holz oder Eisen besteht (Art. 158), unter der Bedingung, daß die Dicke dann ausreichend sei, den Druck von Kraft und Last mit Sicherheit auszuhalten.

Für verschiedene Lasten, welche durch einen Haspel, oder eine Schiffswinde gehoben oder versetzt werden sollen, wendet man Seile von verschiedener Dicke an; die Steifigkeit der Seile nimmt sehr viel

mit ihrer Dicke zu, weßhalb man eben den Durchmesser des Haspelbaumes nicht zu klein nehmen darf. Wenn eine Last von 600 Pfund gehoben werden soll, so ist dazu ein zwei Zoll starkes Seil erforderlich, so daß der Druck auf den Haspel im ungünstigsten Fall über 1200 ℔ betragen muß. Ein solcher Haspel von der Länge einer Elle muß eine Dicke von 15 Zoll haben, um sich nicht zu biegen, und bei dieser Dicke seines Haspelbaumes wird er die Last von 1200 ℔ vollkommen sicher aushalten können; wenn nun aber z. B. die Länge nur 6 Palmen betrüge, so dürfte man doch die Dicke nur bis auf 13 oder 14 Zoll vermindern, weil bei einer geringeren Dicke, z. B. bei einer Dicke von 9 Zoll, der Widerstand der Steifheit zu sehr wächst, es sei denn, daß die Aufwindung der Last unter den günstigsten Umständen erfolgte. Dieses zur Grundlage nehmend, kann man sich folgender Bestimmungen in der Praxis gefahrlos bedienen.

Für ein Seil von	2 Zoll Dicke	gebe man dem Haspel oder der Schiffswinde eine Dicke von	15 bis 20 Zoll
	3 „ „		25 „ 30 „
	4 „ „		30 „ 35 „
	5 „ „		36 „ 40 „
	6 „ „		40 „ 42 „
	u. s. w.		u. s. w.

Die Länge der Axe oder des Haspelbaumes beträgt dann höchstens je nach den Umständen die siebenfache Dicke. Sind die Haspelbäume von Eisen, hohl und kegelförmig, so nehme man die angegebenen Maße für die kleinste Dicke. Bei Anwendung von Ketten darf die Dicke nicht viel schwächer genommen werden, weil die angegebenen Zahlen besonders dem auszuhaltenden Druck proportional sind, und weil jede Axe durch den Gebrauch stets schwächer wird.

Wenn der Haspelbaum aus Eisen und zugleich hohl gegossen ist, so kann man in der Voraussetzung, daß die Dicke des Eisens $\frac{1}{5}$ des ganzen Durchmessers beträgt, um gleiche Stärke mit einem massiven Haspelbaum zu haben, die angegebenen Durchmesser in Verhältnissen von 10 zu 6, von 5 zu 7 kleiner machen; diese Verkleinerung darf jedoch nicht so weit gehen, wenn die Steifheit des Seiles oder der Kette dadurch zu viel wachsen sollte.

Diese Regeln sind ausreichend, um die Dicke der Haspelbäume und der stehenden Wellen der Schiffswinden zu bestimmen; man muß dieselbe jedoch im Verhältnisse der Länge vermehren, sobald die Länge mehr als das Siebenfache der angegebenen Dicke beträgt. Die Axenreibung, welche sowohl durch die Stöße der Last, als auch durch andere Veranlassungen Statt finden kann, wird bei dem erwähnten Verhältnisse der Länge zur Dicke meistentheils unbemerkbar sein, so daß man dieselbe gar nicht in Rechnung zu bringen braucht.

176) Zapfen. Die Zapfen eines hölzernen Haspelbaumes sind entweder von Holz und machen dann einen Theil des ganzen Haspels aus, oder sie sind aus geschmiedetem Eisen, wo sie dann besonders mit dem hölzernen Haspel verbunden werden müssen. Da das Eisen stärker ist, als das Holz, so muß man, wo dieses angeht, sich eiserner Zapfen bedienen, zumal da sie alsdann von geringerer Dicke, als hölzerne sind und auch weniger Reibung verursachen.

Der Zapfen eines gewöhnlichen Haspels ist cylindrisch oder kegelförmig; wenn derselbe kegelförmig ist Fig. 225, so findet dieses aus zwei Gründen Statt:

1) Weil, wenn die Zapfen durch eine Seitenwirkung der Kraft auf den Haspel gegen die ver-

tikale Wand a des Zapfenlagers angedrückt werden, die daraus entstehende Reibung geringer sein wird. Sind die Zapfen cylindrisch, so erfolgt diese Reibung an der ganzen flachen Seite des Zapfens, und es ergibt sich daraus von selbst, daß die Reibung um vieles geringer sein müsse, wenn der kegelförmige Zapfen mit seiner runden, oder immer schwächer zulaufenden Spitze gegen die hintere Wand des Zapfenlagers andrückt.

2) Aber die kegelförmigen Zapfen verursachen auch bei gleicher Stärke mit den cylindrischen Zapfen weniger Reibung; denn da der Durchmesser des Kegels gegen das Ende hin immer kleiner wird, so ist auch die Reibung kleiner, als wenn, wie bei dem überall gleichen Durchmesser eines cylindrischen Zapfens, die Reibung überall dieselbe ist. Ueberall, wo die Dicke des Zapfens sehr groß sein muß, ist es vortheilhafter, denselben kegelförmig, als cylindrisch zu nehmen. Dieses ist z. B. bei den Zapfen der Ankerwinden der Fall. Dünne Zapfen kegelförmig zu machen, wird in gewöhnlichen Fällen wenig Nutzen bringen. Man bemerke ferner, daß die Unterstützungspunkte, in welchen die kegelförmigen Büchsen befestigt sind, vollkommen unverrückbar sein müssen; denn sie haben nicht nur einen senkrechten, sondern auch einen seitlichen oder horizontalen Druck auszuhalten, der ganz allein aus der Form der Zapfen entspringt. Sind die Unterstützungspunkte nun nicht unverrückbar, so werden sie in Folge eines großen Druckes ausweichen können, wo dann die Axe sogleich aus ihren Büchsen gleiten muß. Die kegelförmigen Zapfen haben, obschon sie an Dicke stets abnehmen, dieselbe Stärke, wie die cylindrischen Zapfen, und zwar aus denselben Gründen, aus welchen ein Hebel, ohne an Tragvermögen zu verlieren, am freien Ende schwächer, als am Unter-

stützungspunkte ausgearbeitet werden darf. Die Dicke kegelförmiger Zapfen muß dann an der Axe eben so groß genommen werden, als ob der Zapfen cylindrisch sein sollte; deßhalb sind die Regeln, welche hierüber aufgestellt werden sollen, sowohl auf kegelförmige, als auf cylindrische Zapfen anwendbar.

Bei dem Einsetzen der Zapfen in die Axen sind zwei Hauptbedingungen zu erfüllen: zuerst muß der Zapfen gerade in den Mittelpunkt der Axe kommen, und alsdann auch unbeweglich in der Axe befestigt werden. Wenn die letzte Bedingung erfüllt ist, ist es meistentheils leicht, die erste zu erfüllen, indem man nämlich die Welle mit ihren Zapfen dann erst rund abdreht, wenn alle Verbindungen, Verstärkungen ꝛc. vollendet sind. So kommen die Zapfen immer in den Mittelpunkt der Axe zu stehen. Sind die Wellen so lang, daß die Bearbeitung derselben auf der Drehbank ausgeführt werden kann, so muß man die Zapfen so genau wie möglich in die Mitte der Axe setzen, durch das Umdrehen derselben sich von der Genauigkeit überzeugen und in Ermangelung der letztern die Arbeit mit der gehörigen Genauigkeit vollenden.

Die verschiedene Art und Weise, wie man eiserne Zapfen mit hölzernen Axen verbindet oder verbinden kann, müssen je nach den Umständen, in welchen sich eine Axe befindet, angewendet werden. Ein leichter und kurzer Haspelbaum erfordert eine weniger starke Verbindung, als ein schwerer und langer. Im Kleinen braucht man gewöhnlich auf die Festigkeit der Verbindung wenig Rücksicht zu nehmen. Wenn die Lasten sanft und regelmäßig bewegt werden sollen, so muß die Verbindung sorgfältiger bewerkstelligt werden, als wenn die Bewegung ruckweise und stoßweise erfolgt ꝛc. Eine allgemeine Vorschrift, wie die Zapfen an einem Haspelbaume befestigt werden

müssen, wie dieses bei allen Verbindungsarten der Fall ist, welche durch besondere Umstände vorgeschrieben werden, läßt sich also nicht angeben; jedoch kann man die erwähnten verschiedenen Arten der Verbindung als eine allgemeine Vorschrift betrachten, die auch in den meisten besonderen Fällen anwendbar ist *).

Die Zapfen müssen an sich selbst am stärksten und zugleich auch auf die festeste Weise mit der Axe vereinigt sein, wenn sie mit letzterer nur einen einzigen eisernen Stab ausmachen a b Fig. 226, der gerade mitten durch die hölzerne Axe läuft; von A bis B ist der Stab viereckig und nur die Enden a und b sind rund gedreht. Im Fall die Axe kurz ist, kann man durch die ganze Länge ein rundes Loch bohren, dasselbe viereckig ausarbeiten oder ausbrennen, und alsdann die Spindel a b durchschlagen, nachdem man zuvor die Enden der Axe mit zwei eisernen Bändern c c gegen das Spalten verwahrt hat. Wenn jedoch die Länge der Axe 1 bis $1\frac{1}{2}$ Elle beträgt, so muß man sie aus 4 oder mehr Stücken zusammensetzen, welche um die eiserne Spindel herum gelegt, genau mit einander verbunden und an jedem Ende durch zwei Bänder c und d zusammengehalten werden; außerdem ist es noch zweckmäßig, quer durch die Axe ein Paar Bolzen e und f zu schlagen, welche durch zwei entsprechende Löcher der durchlaufenden Spindel a b dringen; denn wenn durch Eintrocknen des Holzes, durch Abnutzung rc. die Fugen der zusammengesetzten Stücke sich öffnen,

*) Und diese Verfahrungsarten sind dann nicht allein auf gewöhnliche Haspel und Schiffswinden anwendbar, die blos angewendet werden, um Seile aufzuwinden, sondern auch auf alle Arten der Axen und Wellen, z. B. auf diejenigen des Räderwerkes, deren Wirkung nur mit derjenigen der Haspel und der Schiffswinde sich vergleichen läßt.

so wird dadurch auch der Zusammenhalt der Bänder vermindert.

Obschon man dieses Verfahren auch für längere Axen anwenden kann, so wird es doch alsdann zu schwierig und zu kostbar. Sehr häufig braucht man auch kürzere Axen nicht auf diese Weise einzurichten, besonders, wenn die Lasten nicht sehr schwer sind; denn die Verbindung kann alsdann auf folgende Weise bewerkstelligt werden: nachdem man ein rundes Loch von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Elle Tiefe mitten in die Axe (d. h. in der Richtung ihrer Länge) gebohrt hat, brennt man dasselbe mit einem flachen glühenden Eisen so sorgfältig als möglich aus, so daß der viereckige Zapfen A B Fig. 227 Nr. 1 beinahe in die Oeffnung paßt. Dieser wird alsdann mit Hammerschlägen in die Oeffnung getrieben, nachdem man die Enden der Axe gegen das Spalten zuvor mit eisernen Bändern verwahrt hat. Die Axe und die Zapfen werden hierauf gehörig rund gedreht. Auf diese Weise werden z. B. die eisernen Zapfen in die Ankerwinden eingesetzt, wiewohl man auch viele derselben antrifft, die keine eisernen Zapfen haben, sondern blos einen nach den Enden hin kegelförmig zulaufenden Haspelbaum, was auch sehr gut ist.

Man pflegt auch wohl in die beiden Enden der Axe einen viereckigen Falz zu arbeiten, tiefer als der Mittelpunkt des Durchschnittes der Axe Fig. 227 Nr. 2. In diese Falze werden die viereckigen Enden der Zapfen eingesetzt und alsdann mittelst eines viereckigen Schlußstückes festgestellt. Man legt alsdann eiserne Bänder um die Axe und kann auch, wenn es sich nöthig macht, die erwähnten Schlußstücke noch fester durch Nägel oder Keile mit der Axe verbinden, um eine Verschiebung dieser Stücke zu verhindern. Die Zapfen dürfen nicht unter zwei Palmen tief in die Axe eingesetzt werden, und man

muß sie noch tiefer einsetzen, wenn die Axe lang und schwer ist, oder eine starke drehende Reibung auszuhalten hat. Die genannte Tiefe kann alsdann zwei bis acht Palmen betragen.

Das zuletzt beschriebene Verfahren ist besonders dann anzuwenden, wenn die Axen eine große Länge haben, z. B. $2\frac{1}{2}$ Ellen und mehr. Sie ist alsdann eben so gut auf liegende, als auf schräg gestellte und stehende Wellen oder Axen anwendbar. Da aber im letzten Fall, wo die Wellen, wie bei Schiffswinden, eine vertikale Stellung haben, ihre ganze Schwere auf dem Zapfen ruhen muß, so würde durch ein großes Gewicht eine Quetschung der Holzfasern im Körper der Axe entstehen können, sobald dieses Gewicht blos auf das Ende e Fig. 280 drückte. Um diesem vorzubeugen, legt man deßhalb eine schwache eiserne Platte ab auf das untere Ende der Axe; diese Platte ist viereckig durchlocht, um den Theil des Zapfens ef aufzunehmen, und dafür gesorgt, daß der Durchmesser cd des äußeren Zapfenendes an dieser Platte größer sei, als derjenige des Theiles fe. Alsdann wird das Gewicht der Axe größtentheils von der Platte ab und von dem äußeren Zapfen getragen, und ist also auf eine größere Oberfläche vertheilt, als wenn alles auf dem Ende e des Zapfens ruhen müßte. Die erwähnte Platte wird auf der hölzernen Axe fest genagelt und verhindert dann zugleich das Verdrehen des Zapfens. Die Zapfen schräg gestellter Axen können auf gleiche Weise gegen das Verdrehen gesichert werden und eben so auch horizontale Axen. Man kann jedoch diese erwähnten Platten vermeiden und dennoch die Zapfen in langen Axen auf eine bessere Weise gegen das Verrücken und Verdrehen schützen, zugleich auch dadurch das Holz in dem Zapfenloche vor dem Ausarbeiten durch den beweglich gewordenen Zapfen

sichern, indem man nämlich in das flache Ende der Axe Fig. 227 Nr. 3 sechs oder mehr dicke eiserne Streifen ab, cb, db u. s. w. legt, welche zwischen dem äußeren, um die Axe gelegten Band und dem Zapfen b festsitzen.

Fig. 229 stellt eine viereckige stehende Welle vor, welche an Wirkung einer Schiffswinde gleich kommt. Der eiserne Zapfen wird in dieser Axe oder Welle auf dieselbe Weise befestigt, wie oben Fig. 227 und 228 beschrieben worden ist, aber das eiserne Band besteht hier aus 4 Stücken, welche die Welle umschließen und durch Bolzen genau verbunden sind, während das Schlußstück von oben noch durch zwei gegen einander eingeschlagene Keile oder durch einen hölzernen Nagel an die Welle geschlossen ist.

Man pflegt auch wohl den Zapfen, in sofern sie im Körper des Holzes festsitzen sollen, die Form eines Ankers Fig. 230 oder eines Kreuzes Fig. 231 zu geben, und solche Stücke, wenn man sie sehr genau im Holz fest schließen kann, müssen allerdings mit Dauer der Verbindung eine große Stärke vereinigen, und zugleich gegen die drehende Axenreibung ganz besonders geschützt sein; aber wiewohl es nicht schwierig ist, den Zapfen Fig. 230 in die hölzerne Axe einzusetzen, so dürfte man doch meistentheils die Erfahrung gemacht haben, daß die Stücke ab keine großen Dienste leisten, weil die Axe für die Aufnahme obiger Stücke durchbohrt werden muß, und dadurch schwächer wird. Diese Schwächung nimmt durch Abnutzung des Holzes, durch den Rost des Eisens u. s. w. beständig zu. Der kreuzförmige Einsatz des Zapfens Fig. 231 nimmt weniger Holz weg, jedoch hält es immer schwer, denselben fest mit den Enden der Axe zu verbinden, selbst für den Fall, daß die Arme des Kreuzes durch eine Felge oder Rand Fig. 232 Nr. 1 mit einander ver-

bunden werden; und zwar dergestalt, daß dieselbe gleich einem Band oder Reif den Umfang der Axe umgibt. Die Axe muß alsdann an ihren Enden auf die Fig. 232 Nr. 2 angegebene Weise ausgemeiselt und abgedreht werden.

Wäre es in den meisten Fällen nicht zu mühsam und zu kostbar, so könnte man die Zapfen in den Axen am dauerhaftesten auf die Weise befestigen, daß man in letztere Schraubenmuttern schnitte, an die einzusetzenden Zapfen Vaterschrauben und sie nun in erstere einschraubte.

Wenn ein Haspel an dem einen, oder an beiden Enden des Haspelbaumes viereckige durchlochte Köpfe hat, um in dieselben Arme einzusetzen, so können die Zapfen auf keine der beschriebenen Arten mit der Axe oder dem Haspelbaume verbunden werden, indem diese Löcher nahe an den Enden die Mitte der Axe ihrer ganzen Dicke nach durchsetzen. In diesem Fall gibt es dreierlei Auskunftsmittel, indem man nämlich:

1) Keine eisernen Zapfen anwendet, sondern die Enden des hölzernen Haspelbaumes zu Zapfen abdrebt und denselben eine Dicke von ungefähr $\frac{5}{12}$ der Dicke der Axe gibt; die Zapfen können jedoch dünner werden, wenn man um dieselbe herum eine eiserne Büchse a Fig. 233 legt, welche an eine eiserne Platte b angeschlossen, oder festgenagelt ist, oder fest am Sperrrade sitzt.

2) Wenn man keine Zapfen am Haspelbaume anbringt, sondern denselben auf festen Zapfen c Fig. 234 auf ähnliche Weise sich drehen läßt, wie die Rollen der Flaschenzüge um ihre festen Nägel. Es müssen alsdann in die gegenüberliegenden ebenen Seiten des Haspelbaumes runde Löcher b gebohrt werden, welche inwendig mit Eisen gefüttert sind, um die schnelle Abnutzung zu verhindern.

3) Wenn man endlich an den eisernen Zapfen S Fig. 235 vier Bänder abc kreuzweise anschmieden läßt, diese Bänder mit dem Zapfen bis auf eine Tiefe von etwa 3 Zoll an die flache Seite des Haspelbaumes befestigt oder festnagelt, und ferner die Enden bc dieser Bänder um den viereckigen Kopf biegt und an den Seiten dieses Kopfes, welcher für diesen Zweck mit einem Falz versehen ist, festnagelt. Alle Theile werden außerdem noch durch zwei Bänder bdb, cdc zusammengehalten, die an den Seiten des Haspelbaumes angenagelt sind. Letztere Bänder sind jedenfalls nöthig, indem sie besonders das Spalten des Haspelbaumes verhindern, wenn die durch denselben gesteckten Arme mit Ruck und Stoß in Umdrehung gesetzt werden, was die Wirkung haben könnte, die einander gegenüberliegenden Theile des Haspelbaumes von einander zu trennen.

Unter diesen drei Auskunftsmitteln ist das zweite am wenigsten in Gebrauch; das erste wird zwar häufig angewendet, gewährt aber kein starkes Werkzeug; das letztere gibt zwar auch keine feste Verbindung, wird jedoch am meisten angewendet bei kleinen Haspeln, die dann und wann gebraucht werden sollen; es ist dann auch vollkommen ausreichend. Durchlochte man nicht der Einfachheit halber die Köpfe der Haspelbäume mit viereckigen Löchern und sollte das Einsetzen des Zapfens auf die letztbeschriebene Weise nicht genugsame Stärke geben, so könnte man auch leicht die Köpfe der Haspelbäume so einrichten, daß die Arme, ohne Löcher in den Haspelbaum zu stämmen, mit demselben auf andere Weise fest verbunden und nach Belieben abgenommen werden könnten. Man könnte alsdann die Zapfen in der Axe befestigen.

Wenn eine Axe sehr schwer ist und einen starken senkrechten Druck auszuhalten hat, so müssen

die Zapfen ebenfalls eine dem Druck proportionale Dicke haben; häufig ist es schwierig und sehr kostbar, die Zapfen von solcher Dicke gut geschmiedet zu bekommen, oder es kann dann auch noch schwierig sein, dieselbe gut in der Axe zu befestigen und sie gegen Abnutzung in Folge der drehenden Axenbewegung und des Beugens der Axe zu sichern. In solchen Fällen benutzt man die Enden der Axe selbst als Zapfen. Dieses muß auch Statt finden, wie sich in der Folge ergeben wird, wenn die Axe nicht an den Enden, sondern in der Mitte unterstützt wird und sich daselbst um einen Zapfen dreht. Um nun die Reibung und Abnutzung der hölzernen Zapfen zu vermindern, werden sie Fig. 236 der Länge nach mit eisernen oder lieber mit verstählten Schienen belegt. Diese Schienen sind an sich selbst etwas rund oder abgerundet, um durch eine kleinere Berührungsoberfläche die Reibung zu vermindern. Die Reibung wird endlich dadurch noch mehr vermindert, daß man in die Axe kleinere Zapfen c auf die gewöhnliche Weise befestigt; alsdann wird der ganze Druck auf die Zapfen c und a b vertheilt, und wenn man dann die letzten nur gegen ihre Pfanne sich etwas reiben läßt, so kann der kleinere Zapfen c ohne Gefahr den größten Theil des Gewichtes der Axe tragen.

Geschmiedete und massiv gegossene Axen bekommen Zapfen, die ebenfalls aus dem Ganzen geschmiedet oder gegossen sind. In hohl gegossene Axen kann man gegossene Zapfen schrauben, sobald nicht der Umfang selbst die Stelle der Zapfen vertreten soll. In Fig. 237 ist angedeutet, wie die Zapfen aufs Einfachste mit den Axen verbunden werden können: man denke sich den Zapfen A, der mit seinem Schwanz in die Höhlung der Axe paßt, aus einem einzigen Stück geschmiedet oder gegossen. Es

läßt sich auch diese Verbindung noch auf andere Weise, als hier angegeben ist, bewerkstelligen. Durch kurze hohle Axen kann man einen geschmiedeten Stab stecken, der an den Enden rund, übrigens viereckig ist, damit er auf diese Weise in die viereckigen Löcher an den beiden gegenüberliegenden flachen Seiten der Axe genau paßt.

177) Was die Dicke der Axen anlangt, so verdient beachtet werden:

1) Wenn die Haspel, wie es gewöhnlich der Fall ist, wenig drehende Axenreibung auszuhalten haben, und nicht schnell umgedreht werden, so brauchen die Zapfen blos die nöthige Stärke zu besitzen, um den Druck von Kraft und Last, ohne sich zu biegen, auszuhalten. Man kann sich dann der Tabelle des Art. 170 bedienen, um ihre Dicke zu bestimmen, und nimmt den Druck, den Kraft und Last zusammen ausüben. Der Druck auf die gewöhnlichen Haspel, die mit der Hand in Umdrehung gesetzt werden, ist selten sehr groß, so daß ihre Zapfen nach der Tabelle selten dicker als 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll zu sein brauchen; gleichwohl wird diese Dimension theils wegen der mehr als gewöhnlichen Abnutzung und der Statt findenden Stöße, theils auch aus andern Gründen noch immer zu gering sein; auch lassen es die Verbindungsarten der Zapfen mit ihren Axen selten zu, eine Zapfendicke unter zwei Zoll zu nehmen; aber in den gewöhnlichen Fällen ist auch Berechnung selten nöthig, und man kann dann als Regel annehmen, daß die eisernen Zapfen den vierten oder den fünften, höchstens den sechsten Theil der Dicke des Haspelbaumes haben müssen.

2) Wenn es nöthig wird, die Dicke der Zapfen mittelst der Tabelle des Art. 170, oder durch die sogleich anzugebende Berechnung zu bestimmen, so ist

es auch nöthig, daß man, wenn Kraft und Last nicht auf die Mitte der Axe wirken, ganz besonders bestimme, welcher Druck auf jeden einzelnen Zapfen ausgeübt wird; denn ist diese Differenz beträchtlich, so kann der Zapfen, der am wenigsten gedrückt wird, auch schwächer genommen werden, als der andere, aber bei gewöhnlichen kurzen Haspeln braucht auf eine solche Differenz keine Rücksicht genommen zu werden.

3) Wenn die Haspel lang sind und eine starke Axendrehung erfahren, so ist es zweckmäßig, die Dicke der Zapfen dem Grade der Axendrehung entsprechend zu berechnen. Da dieses jedoch allein bei Bestimmung der Axendimensionen vorkommen kann, wenn solche Axen in irgend einem Werkzeug die Bewegung übertragen sollen, so stütze man sich in diesem Betreff auf das, was später vorgetragen werden soll, wenn über dergleichen mehr in specie gehandelt werden wird; denn bei einem gewöhnlichen Haspel ist es selten nöthig, den Effect der Axendrehung zu beachten, sobald die Dicke der Zapfen auf $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ der Dicke des Haspelbaumes bestimmt ist. Sollte der Fall eintreten, daß man über diesen Punkt dennoch keine Sicherheit hätte, so nehme man die Dicke des Zapfens $= \frac{1}{12}$ oder $\frac{1}{15}$ der Länge der Axe zwischen den Zapfenlagern; denn diese Dicke ist dann die größte, da sie derjenigen gleich ist, welche der Haspel haben müßte, wenn er ganz von Eisen wäre.

4) Ist der Zapfen von Holz, so kann man ihn blos in dem Falle, daß der Haspelbaum kurz ist, und wenig Axendrehung zu erdulden hat, weniger dick als die Axe machen; denn besteht beträchtliche Reibung, so ist diese an den Unterstützungspunkten der Axe am größten und ihre Stärke darf deßhalb an diesen Punkten besonders nicht geringer sein, als

an irgend einem anderen Punkte. Diesel
kung gilt auch für eiserne Axen, deren Za
für den Fall dünner genommen werden kö
keine Axendrehung vorhanden ist, oder
Axen hohl gegossen sind.

Was von den Zapfen der Haspel
gilt ziemlich eben so gut auch in die
stehenden Wellen und Schiffswinden, die
selten den großen Seitendruck auszuhal
welcher auf die Zapfen eines Haspels aus
den kann, deren Verbindung aber mit den
fig zu schwach sein würde, wenn man
nehmen wollte.

Die Pfannen oder Büchsen, in w
die Zapfen der Haspel drehen, werden
gegossen und auf dieselbe Weise eingericht
ses Fig. 221 für den Hebel angegeben
Gleichwohl geschieht dieses nur, wenn
einen Theil eines wichtigen Werkzeuges
und sehr regelmäßig, dabei auch mit de
Reibung bewegt werden soll; denn bei H
an Armen umgedreht werden, oder bei
schwere und lange Axen haben, welche
gelmäßige Bewegung besitzen und groß
ausgesetzt sind, müssen die Pfannen ode
ger die größte Härte besitzen, und deßh
sie dann auch aus Eisen geschmiedet, ode
harten Gestein, Granit u. s. w. gehau
stehen im ersten Falle die Zapfenlager
die Zapfen aus Eisen, dann ist der Mel
Reibung über denjenigen eiserner Zapfen
nen Pfannen zu gering im Verhältniß
enden Kraft, als daß man deßhalb met

*) Man kann sich auch aus Glas gegoss
oder Zapfenlager bedienen.

nen anwenden sollte, abgesehen davon, daß die einfachen Haspel, die für den gewöhnlichen täglichen Gebrauch dienen, eine solche bessere und theurere Einrichtung nicht bedürfen.

Auf dieselbe Weise drehen sich die Schiffswinden und große stehende Wellen in eisernen oder steinernen Pfannen, je nachdem sie eine geringere oder größere Ausbreitung und Schwere besitzen.

§. IV.

Ueber die Dimensionen der Schrauben.

178) Die Form der Schrauben und Schraubenmuttern anlangend, ist schon genug gesagt worden bei der Erklärung der Wirkung und der Anwendung dieses Werkzeuges: es verdient indessen erinnert zu werden, daß große, verstählte oder eiserne Schrauben von einiger Bedeutung in metallenen Muttern laufen müssen, wenn die Bewegung ganz sanft und die Reibung sehr gering sein soll. Die Muttern hölzerner Schrauben mit scharfem Gewinde, wie auch diejenigen der Schrauben in den gewöhnlichen Pressen, müssen aus Holz geschnitten, oder der Bequemlichkeit halber aus Blei, oder aus der Composition der Buchdruckertypen gegossen werden.

Die Dimensionen einer Schraube müssen nach den verschiedenen Umständen, unter denen dieselbe wirken muß, auf eine verschiedene Weise bestimmt werden. Unter Dimensionen wird hier verstanden die Dicke der Schraube, nämlich die Dicke ihres Kernes, nebst der Dicke und Tiefe des Gewindes. Diese Dimensionen müssen besonders bestimmt werden; jedoch ergibt sich von selbst, daß dieses keinesweges nöthig ist bei kleineren Schrauben, welche zur Verbindung von Stücken oder zu einem sehr gewöhnlichen Gebrauch dienen sollen; denn in diesen Fäl-

len gibt entweder die Erfahrung, oder die Umstände selbst die Dimensionen auf eine genügende Weise an die Hand.

Um die Dicke des Kernes einer Schraube zu bestimmen, muß man in Erwägung ziehen:

1) In welcher Stellung sie sich befinden, ob in einer vertikalen, horizontalen oder schrägen;

2) worin ihre Wirkung bestehen soll, d. h. ob sie blos eine Last zu tragen, Körper zusammenzuhalten, zu drücken, zu pressen hat, ob sie sich sanft und regelmäßig oder stoßweise bewegen soll. Diese Fälle sollen hier in Bezug auf Schrauben kürzlich in Erwägung gezogen werden, die eine vertikale Stellung haben, und alsdann wollen wir über Schrauben von horizontaler Stellung sprechen.

179) 1) Da eine Schraube, wenn sie genau wirken soll, sich unter der Last im Ganzen gar nicht oder wenig biegen darf, so kann man bei kurzen Schrauben das Biegen verhüten, wenn man dem Kern eine Dicke gibt $= \frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ der Länge. Das Gewicht, womit man alsdann die Schraube belasten oder der Druck, dem man sie aussetzen kann, ist dann ganz sicher zu setzen auf 400 ℔ für den niederl. Quadratzoll vom Durchschnitt der Schraube, wenn sie aus geschmiedetem Eisen besteht; für hölzerne Schrauben setze man dieses Gewicht auf nicht mehr als 70 ℔. Hieraus läßt sich für sehr viele Fälle ausmitteln, ob $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{5}$ der Länge der Schraube eine sattsame Dicke gibt. Dieser Fall ist auch anwendbar auf Schrauben, die einer Zusammendrükkung und Ausdehnung (Art. 162) ausgesetzt sind, wobei zugleich vorausgesetzt ist, daß sie gleich schweren Verbindungsschrauben, großen Schraubenbolzen u. s. w. unbeweglich bleiben, oder daß sie langsam und regelmäßig ohne Ruck und Stoß bewegt werden.

2) Manchmal schreiben die Umstände vor, wie dick der Kern einer Schraube zu bestimmen ist, obschon die Dicke mehr als hinlänglich ist, den Statt findenden Druck ohne Gefahr auszuhalten. Wenn z. B. der Gang groß sein muß, darf die Dicke des Kerns nicht sehr klein genommen werden, damit die Abschrägung des Gewindes nicht so groß werde, obschon eine solche Dicke dann nicht nöthig ist, damit nicht die Schraube bei dem Statt findenden Druck gebeugt werde.

3) Wenn die Schraube sanft und regelmäßig bewegt wird, oder sich in Ruhe befindet, um Körper zusammenzuhalten, oder stark zu pressen, so wird man, wenn sie eine große Länge haben muß, die Dicke nach den im ersten Fall mitgetheilten Angaben bestimmen können, sobald nämlich ihre Wirkung nicht auf die Ausübung eines Druckes, sondern auf das Tragen einer Last berechnet ist, und daß sie deßhalb zwar ausgedehnt, doch nicht zusammengedrückt werden kann. Ist jedoch die Schraube bei einer großen Länge auch dem Zusammendrücken ausgesetzt, so muß der Druck für jeden Quadratzoll auf viel weniger als auf 400 ℔ für Eisen, oder auf 70 ℔ für Holz festgesetzt werden. Man berechne in diesem Falle die Dicke durch die Formel

$$d^4 = 0{,}00001 \times D\,l^2$$

für eiserne oder verstählte Schrauben; und durch die Formel

$$d^4 = 0{,}00036 \times D\,l^2$$

für hölzerne Schrauben. Diese Formeln sind aus den Grundsätzen des Art. 162 abgeleitet; D bezeichnet das druckende Gewicht in Pfunden, l die Länge in Zollen, d den Durchmesser des Kerns, der ebenfalls in Zollen ausgemittelt wird. Bei Anwendung dieser Formeln sind jedoch die Umstände zu beachten, deren im zweiten Fall Erwähnung gethan worden ist.

4) Wenn die Schrauben durch Hebel umgedreht, oder auf- und niedergedreht werden, so werden sie durch die bewegende Kraft zuletzt immer ruckweise und stoßweise angezogen oder gegen die Last gepreßt. Dieses ist z. B. bei allen Pressen der Fall, welche durch die Kraft eines Arbeiters mit Hebeln oder Handgriffen in Bewegung gesetzt werden. Die Wirkung solcher Stöße besteht nun darin, daß die Schraube in ihrer Mutter ein wenig gedreht wird. Folglich muß die Dicke des Kerns auf die Weise geregelt werden, daß das Drehen sehr unbedeutend werde, und keinen nachtheiligen Einfluß haben könne, um die Gewinde in der Schraubenmutter zu beschädigen rc. Ist die Dicke auf diese Weise geregelt, so ist dieses meistentheis hinreichend, um zu verhüten, daß sich die Schraube unter dem Druck der Last nicht beuge, wovon man sich übrigens durch die Formeln des vorhergehenden Falles immer versichern kann.

Die Formel zur Bestimmung der Dicke des Kerns wird für diesen Fall

$$d^4 = \frac{2340{,}28 \times G \times R \times lu}{ak};$$

sie ist abgeleitet aus denselben Grundsätzen, auf welche sich die Formeln des Art. 160 stützen. R ist die Länge des Hebels in Zollen, G das druckende Gewicht der Kraft, l die Länge der Schraube in Zollen, a der Grad der Drehung u. s. w. Man setze den Grad der Drehung für das Holz auf $\frac{1}{4}$, für Metalle auf $\frac{1}{10}$, so bekommt man, wenn für k und u die entsprechenden Werthe für geschmiedetes Eisen und für Ulmenholz gesetzt werden, aus obenstehenden Formeln:

Für geschmiedetes Eisen $d^4 = 0{,}01041\ G \times R \times l$.
Für Ulmenholz $d^4 = 0{,}1014\ G \times R \times l$.

Beispiel. Wie dick muß der Kern einer hölzernen Schraube genommen werden, welche durch einen Hebel von 80 Zoll Länge umgedreht wird, unter der Voraussetzung, daß l = 100 Zoll sei, und daß ein Arbeiter den Hebel in Bewegung setzt mit einem Vermögen, welches gleich steht dem Druck von 20 ℔?

In diesem Fall ist also G = 20, R = 80 und $d^4 = 0{,}1014 \times 20 \times 80 \times 100 = 16224$; die Quadratwurzel aus dieser Zahl beträgt beinahe 127 und die Quadratwurzel aus 127 etwas mehr, als 11; deßhalb muß der Kern der Schraube 11 Zoll Dicke haben, welche man nach Umständen wohl auf 10, oder selbst auf 9 Zoll reduciren kann, weil in der Formel die Breite der Gewinde nicht berücksichtigt ist, welche doch eben so gut, wie der Kern, der Drehung Widerstand leisten. Man kann aus diesem Grunde die berechnete Dicke der Schraube als von der halben Breite oder Tiefe der Gewinde gemessen, betrachten, so daß die Dicke dann den mittleren Durchmesser der Schraube ausdrückt.

5) Wenn eine Schraube mit Schnelligkeit gegen einen Körper bewegt wird, um einen Stoß auszuüben, muß ihre Dicke im Verhältnisse zur Länge so bestimmt werden, daß sie diesem Stoß ohne Gefahr Widerstand leisten kann.

Es sei der Druck, den die Schraube sowohl vermöge ihres Gewichtes, als durch die Wirkung der bewegenden Kraft ausüben kann = K; die Höhe, aus welcher sie durch die Schraubenmutter niedergeht = H; dann findet durch den Stoß eine Quantität der Wirkung Statt = K × H; durch diesen Stoß muß die Schraube immer sich mehr oder weniger biegen, es sei denn, daß sie eine sehr geringe Länge besitze. Man setze diese Quantität

der Beugung, d. i. die Verkürzung, welche sie in der Länge erfährt = B und lasse G das Gewicht sein, durch dessen Druck allein die Schraube eine gleich große Beugung erfährt, so wird

$$K \times H = B \times G$$

sein. In der Voraussetzung, daß die Schraube aus Eisen geschmiedet sei, wird $G = \frac{k\,d^4}{171^2 u}$

$$= \frac{1605 \times d^4}{171^2 \times 0{,}000714} = 132176\,\frac{d^4}{l^2}$$

Die Beugung muß sehr gering sein und beinahe unmerkbar; man setze dieselbe deßhalb = ½ Linie = 0,05 Zoll, so wird

$$K \times H = 132176 \times \frac{d^4}{l^2} \times 0{,}05 = 6608{,}8 \times \frac{d^4}{l^2}.$$

Nennt man K das Gewicht, welches der Druck der Schraube im Augenblicke des Stoßes im Gleichgewicht hält (dieser Druck entsteht aus dem entsprechenden Gewicht der Schraube und aus der Wirkung der bewegenden Kraft); H die Höhe (in Zollen), welche die Schraube durchläuft vom Anfange der Bewegung bis zum Augenblicke des Stoßes; l die Länge (in Zollen) der Schraube, gerechnet von dem Punkte, wo der Stoß erfolgt bis an die Schraubenmutter; so wird die Dicke des Kerns bestimmt werden müssen durch die Formel

$$d^4 = 0{,}0001513\,K \times H \times l^2,$$

wobei nämlich vorausgesetzt ist, daß die Schraube aus geschmiedetem und verstählten Eisen verfertigt sei.

Beispiel. Im Art. 135 ist gezeigt, daß die daselbst beschriebene Bohrschraube gegen eine zu durchbohrende Platte mit

einem Druck von 1200 ℔ anstößt, wenn sie einen Raum oder eine Höhe von 4 Zollen durchlaufen hat; gesetzt nun die Länge der Schraube werde wie oben angenommen (und auch darunter die Länge des Fußes mit begriffen), so daß sie also 80 Zoll beträgt, welche Dicke muß alsdann der Kern der Schraube haben?

Man hat hier $K = 1200$, $H = 4$, $l = 80$ und $l^2 = 6400$, folglich
$d^4 = 0{,}0001513 \times 1200 \times 4 \times 6400 = 4643$, die Bi-Quadratwurzel aus 4643 ist nun ziemlich $= 8{,}3$, und dieses ist die Dicke des Kerns; fügt man nun noch die Breite des Gewindes hinzu, so wird der mittlere Durchmesser der Schraube wenig verschieden sein von 10 Zoll, welcher Durchmesser auch in 135 angegeben worden ist.

Aus demjenigen, was bis jetzt über die Dimensionen einer stehenden Schraube gesagt worden ist, ist man im Stande, die Dimensionen einer horizontalen Schraube oder einer schrägstehenden Schraube zu bestimmen. Dabei muß man gleichwohl im Auge behalten, daß wenn die Schraube in der Richtung ihrer Länge sehr wenig gedrückt und zugleich langsam bewegt wird, die Dicke, wiewohl sie dann sehr gering sein kann, dennoch den 30sten Theil der Länge von einem Unterstützungspunkte zum andern betragen müsse, damit sie sich nicht durch ihr eigenes Gewicht biege. Ist die Länge beträchtlich, z. B. 2 bis 3 Ellen, und hat man die Dicke nicht so groß angenommen oder annehmen können, daß sie den 30sten Theil der Länge beträgt, so müssen die Unterstützungspunkte vervielfacht werden. Statt zwei Unterstützungspunkte nehme man ihrer dann drei oder vier, um das eben erwähnte Verhalten zwi-

schen der Dicke und der Länge innerhalb der Unterstützungspunkte herauszubekommen.

180) Die Gewinde metallener Schrauben, welche mit Genauigkeit um den Kern laufen müssen, sind, wie bekannt, viereckig oder flach, während die hölzernen Schrauben ein dreieckiges oder scharfes Gewinde haben. Der Grund davon liegt darin, daß man zwar eben so leicht, oder sogar noch leichter eine eiserne oder kupferne Schraube mit scharfem Gewinde drehen kann, als eine Schraube mit flachem Gewinde, das jedoch wegen der größeren Reibung des scharfen Gewindes auch eine größere Abnutzung in der Schraubenmutter Statt findet, als es bei flachen Gewinden der Fall ist. Sobald nun der genaue Schluß des scharfen Gewindes in der Schraubenmutter aufhört und zwischen den Gewinden der männlichen und weiblichen Schraube ein zu großer Spielraum entsteht, wodurch dann zwischen den Gewinden durch die Bewegung der Schraube nach vorwärts und rückwärts Stöße Statt finden können, müssen sie zuletzt an den scharfen Enden abbrechen, oder wie man dieses nennt, abgenutzt werden. Davon sind natürlich ausgenommen Verbindungsschrauben, Schraubenbolzen, Klemmschrauben rc., welche nicht anhaltend thätig zu sein brauchen, und deßhalb mit scharfem oder rundem Gewinde versehen werden können. Sehr schwierig ist es dagegen, eine hölzerne Schraube mit flachem Gewinde zu verfertigen, so daß sie zugleich von einiger Dauer ist; denn in diesem Fall muß man das Holz quer zu seinen Fasern ausschneiden, wodurch die Gewinde sehr schwach werden, und bei einem nicht großen Druck ganz abbrechen. Bei dreieckigem oder scharfem Gewinde tritt dieser Fall nicht ein, weil schräg durch die Richtung der Holzfasern geschnitten wird, so daß das Gewinde mit dem dicken Ende am Kern

sitzt und nur am anderen Ende scharf zuläuft, wobei die Gefahr viel geringer ist, daß das Gewinde während des Drehens abbreche. Es besitzt noch außerdem dieselbe Stärke, den Druck der Last zu tragen, als ob es viereckig und überall gleich dick geschnitten wäre, wie sich dieses bei Erklärung der Form des Hebels ergeben hat.

Der ganze Druck der Last wird auf die Gewinde in der Schraubenmutter ausgeübt, deßhalb müssen sie eine solche Tiefe und Dicke bekommen, daß sie ohne Gefahr des Abnutzens oder Abbrechens die Last halten können. Die Dicke der flachen Gewinde ist gewöhnlich gleich dem Raum oder der Breite der Vertiefung, welche zwischen zwei auf einander folgenden Gewinden liegt. Dieses ist zwar nicht durchaus nothwendig, doch man befolgt diese Regel, damit die Schraubenmutter desto schließender in die Vaterschraube eingreife, während es schwierig ist, die Schraubenmutter mit Genauigkeit zu schneiden, sobald der Abstand der Gewinde nicht ihrer Dicke gleich ist. Aus dieser Gleichheit folgt deßhalb, daß die Dicke des Gewindes einer Schraube mit einem Gang gleich ist dem halben Gang; hat die Schraube zwei Gänge, so ist die Dicke des Gewindes = $\frac{1}{4}$ Gang; und hat sie drei Gänge = $\frac{1}{6}$ Gang u. s. w.

Es bleibt nun allein noch übrig, die Tiefe der Gewinde zu bestimmen. Man nehme diese niemals größer, als die Dicke der Gewinde, und niemals kleiner, als die halbe Dicke. Uebrigens hängt diese Tiefe ab:

1) Von dem druckenden Gewicht;

2) von der Zahl der Gewinde, welche in der Schraubenmutter tragen; denn es wird die Tiefe größer, jemehr Gewinde in der Schraubenmutter sich drehen;

3) von der Dicke des Kerns; denn da das Gewinde rund um den Kern herumläuft, so hat es natürlich eine größere oder kleinere Länge, je nachdem der Kern dicker oder dünner ist, und nach dem Maße dieser Länge kann die Tiefe größer oder kleiner ausfallen, weil die ganze Last auf die ganze Länge des Gewindes und eben so stark auf jeden Punkt drückt. Wenn nun die Schwere der Last, oder der Statt findende Druck zusammen dem Gewichte der Schraube ausgedrückt wird durch G, die Dicke der Schraube oder des Kernes durch D, die Dicke der Gewinde durch d, und die Zahl der Schraubengänge durch n, so kann man die Tiefe des Gewindes finden durch Berechnung der Formel:

$$\text{Tiefe des Gewindes} = \frac{1680 \times n \times D \times d^2}{G},$$

es gilt nämlich diese Formel für geschmiedetes Eisen, und sowohl D, als d müssen in Zollen ausgedrückt werden, wenn man die Tiefe ebenfalls in Zollen erfahren will.

Die Formel ist auf die Weise gefunden worden, daß man das Gewinde als einen rechtwinkligen Körper betrachtet hat, der an dem einen Ende unbeweglich befestigt, und am anderen Ende belastet ist; denn obschon das Gewinde über die ganze Tiefe auf jedem Punkte gleich stark belastet ist, und also ein doppeltes Gewicht zu tragen vermag, so darf man hier doch nicht das Aeußerste annehmen, sondern der Sicherheit halber vielmehr, daß die Last allein am Ende getragen werde. Die Länge des genannten Körpers ist nun die Tiefe des Gewindes; die Breite ist gleich dem Umfange des Kerns $= 3,1416 \times D$, die Dicke $= d$, während ferner angenommen ist, daß noch einmal so viel Gewinde in der Schraubenmutter laufen, als Gänge an der

Schraube sind. Dadurch ist man nun im Stande, mit Hilfe derjenigen Formel, welche Art. 150 für das Tragvermögen eines rechtwinkligen Körpers angegeben ist, die nöthige Formel zu entwickeln.

Für eine Schraube mit einem Gang muß also $n = 1$, für eine Schraube mit zwei Gängen $n = 2$ gesetzt werden u. s. w. Man bemerke hierbei, daß die Formel auf die Voraussetzung gegründet ist, daß noch einmal so viel Gewinde innerhalb der Schraubenmutter liegen, als die Schraube Gänge hat, wobei es immer gut ist, daß noch mehr Gewinde in der Schraubenmutter laufen, sobald der Gang nicht groß ist; besonders wird man hierzu seine Zuflucht nehmen müssen, wenn die Gewinde sehr schwach sind und der Druck nicht gering ist; denn es kann sich alsdann ereignen, daß die Tiefe, die bei schwachen Gewinden nicht viel geringer ausfallen kann, als die Dicke, zu groß wird, um mit einem oder mit zwei Umgängen die Last zu halten; sollte man für die Stärke und Sicherheit alsdann nicht mehr Gewinde innerhalb der Mutter nöthig haben, so könnte dieses dennoch erforderlich sein, um den regelmäßigen Lauf der Schraube zu befördern.

Sollte es sich zutragen, daß die Formel eine Tiefe zum Resultate brächte, welche die Dicke der Gewinde überschreitet, so verwerfe man, was über die Dicke hinausgeht, und nehme die Tiefe der Dicke ganz gleich. Endlich darf man diese Formel nicht für alle gewöhnlichen Fälle anwenden, in denen der Druck gering ist, da man alsdann aus der Erfahrung hinlänglich weiß, daß die Gewinde wegen der Größe des Ganges eine ausreichende Dicke bekommen, um durch den Druck der Last nicht beschädigt werden zu können.

Die Dicke der scharfen Gewinde hölzerner Schrauben ist auf dem Kern gleich dem Gange, oder dem

halben Gange, oder dem dritten Theile des Ganges u. s. w., je nachdem 1, 2 oder 3 Gänge u. s. w. vorhanden sind. Die Tiefe der Gewinde ist selten der Dicke gleich (außer an kleinen Schrauben), weil sie dann einen zu scharfen Winkel haben und sich leicht abnutzen oder abbrechen. Ist die Tiefe der halben Dicke gleich, dann ist der Winkel der Gewinde ein rechter und in vielen Fällen so groß; die Mitte zwischen beiden, nämlich $\frac{3}{4}$ der Dicke, gibt eine gute Form für den Durchschnitt der Gewinde, so daß man bei dieser Annahme nur zu wissen braucht, wie viele Gewinde innerhalb der Schraubenmutter liegen, oder wie viele Gewinde die Schraubenmutter enthalten muß, um hinsichtlich der Stärke in Sicherheit zu sein. Diese Anzahl der Gewinde findet man durch Berechnung der folgenden Formel:

Anzahl der Gewinde $= \frac{G}{150\,D\,d}$, man nimmt nämlich die nächste ganze Zahl, wenn das Resultat einen Bruch enthält; auch müssen wenigstens immer zwei Gewinde in der Schraubenmutter laufen, wenn man weniger als zwei zum Resultate bekommt.

Ende des ersten Theiles.

Druckfehlerverzeichniß.

Seite 8 Zeile 7 von oben statt anderen Falle Statt findet lies: anderen Falle nicht Statt findet. S. 8 Z. 12 v. u. st. AB l. A und B. S. 12 Z. 15 v. u. st. bringen eine l. bringen eine gleiche. S. 18 Z. 13 v. o. st. von B ausfallen l. von B aus fallen. S. 21 Z. 11 v. u. st. Q — P : PP = AB : x l. Q — P : P = AB : x. S. 23 Z. 1 v. o. st. Kraft und drittens l. Kraft; und drittens. S. 24 Z. 13 v. o. st. Bf : Fe = aB : aA l. Bf : fe = aB : aA. S. 25 Z. 16 v. o. st. ein Körper A, B, C, D, l. ein Körper ABCD. S. 25 Z. 6 v. u. st. zieht l. fallen läßt. S. 31 Z. 9 v. o. st. im Punkte Z l. im Punkte z. S. 31 Z. 7 v. u. st. Schwerpunkte V u. V l. Schwerpunkte V u. V'. S. 32 Z. 11 v. o. st. CFE betrachten l. CFE Fig. 21 betrachten. S. 32 Z. v. o. st. ZZ' u. s. w. l. zz' u. s. w. S. 32 Z. 9 v. u. st. Punkte ZZ' u. s. w. l. Punkte zz' u. s. w. S. 33 Z. 10 v. o. st. Z l. z. S. 33 Z. 15 v. o. st. Z und Z l. z und Z'. S. 33 Z. 17 v. o. st. der Punkt Z l. der Punkt z. S. 33 Z. 22 v. o. st. muß Z l. muß z. S. 24 v. o. st. Abstand Z'Z l. Abstand Z'z. S. 35 Z. 16 v. u. st. ziemlich $\frac{1}{3}$ MA l. ziemlich $\frac{3}{5}$ MA. S. 35 Z. 4 v. u. st. 10,8 und 11 Pf. l. 10., 8 Pf. und 11 Pf. S. 35 Z. 3 v. u. st. 10,8 und 11 Zoll l. 10 Z., 8 Z. und 11 Zoll. S. 36 Z. 6 v. o. st. in Z l. in z. S. 36 Z. 7 v. o. st. Verhältnisse P l. Verhältnisse von P. S. 36 Z. 7 v. o. st. so ist Z l. so ist z. S. 36 Z. 9 v. o. st. Schwerpunkt Z l. Schwerpunkt z. S. 36 Z. 4 v. u. st. 45° MZ' l. 45°, Mz'. S. 36 Z. 1 v. u. st. Fig. 29 MZ' l. Fig. 29. Mz'. S. 41 Z. 7 v. o. st. Der Schwerpunkt l. Den Schwerpunkt. S. 42 Z. 1 v. o. st. des Rades a l. a des Rades. S. 42 Z. 7 v. o. st. es muß um Z l. es muß nun Z. S. 45 Z. 6 v. o. st. $(P + Q + R) \times pO$ l. $(P + Q + R) \times bO$. S. 45 Z. 7 v. o. st. $(P + Q \times$ l. $(P + Q) \times$. S. 46 Z. 7 v.

o. st. derselben Fläche l. derselben Ebene. S. 46
Z. 18 v. u. st. Qb = PO l. Qb = BO. S. 46
Z. 8 v. u. st. nicht in die l. nicht in der. S. 46
Z. 6 v. u. st. gegen OX hin l. mit OX. S. 47
Z. 19 v. u. st. OX liegen l. OY liegen. S. 48
Z. 8 v. o. st. P = aO l. Pm = aO. S. 48
Z. 14 v. u. st. $x = OF = \frac{a' + Pb'Q + c'R + \text{u.s.w.}}{P + Q + R \text{ u. s. w}}$
lies $x' = OF = \frac{a'P + b'Q + c'R + \text{u.s.w.}}{P + Q + R \text{ u. s. w.}}$. S. 49
Z. 5 v. u. st. PQ u.s.w. l. P, Q u.s.w. S. 51
Z. 18 v. u. st. Schwerpunkt Z l. Schwerpunkt z.
S. 51 Z. 14 v. u. st. ZE l. zE. S. 52 Z. 15
v. u. st. einsichtiger l. einsichtlicher. S. 53 Z. 1 v.
o. st. Zweitens. Der l. Zweitens, der. S. 53 Z. 2
v. o. st. sei l. sein. S. 54 Z. 5 v. u. st. Boden
so nahe wie möglich, oder l. Boden, oder. S. 54
Z. 4 v. u. st. Werkzeuge u.s.w. l. Werkzeuge u. s. w.
so nahe wie möglich. S. 55 Z. 18 v. u. st. außer
l. außerhalb. S. 60 Z. 18 v. o. st. Zeitfläche l.
Zeitlänge. S. 62 Z. 1 v. o. st. veränderlich l. veränderlich. S. 64 Z. 2 v. o. st. auf die letzt l.
zuletzt. S. 64 Z. 17 v. u. st. Tt u. die Schnelligkeiten Vv l. T und t und die Schnelligkeiten V
und v. S. 80 Z. 5 v. u. st. bc bezeichnet l. bc
bezeichne. S. 81 Z. 5 v. u. st. C und M l. C und
M. S. 83 Z. 4 v. u. st. lebendige l. lebende. S. 87
Z. 8 v. o. st. dem Gleichgewichte l. im Gleichgewichte. S. 89 Z. 14 v. u. st. emporsteigen kann
l. emporheben kann. S. 91 Z. 16 v. u. st. Mm
l. M und m. S. 91 Z. 15 v. u. st. Ss l. S und s.
S. 96 Z. 1 v. u. st. ein Theil l. einen Theil. S. 97
Z. 18 v. u. st. geradeweise zu nehmen l. gradweise
zunehmend. S. 100 Z. 9 u. 8 v. u. st. einen niederländischen Strich l. eine niederländische Linie. S. 100
Z. 2 v. u. st. Gesetzt nun ein l. Gesetzt nun daß
ein. S. 100 Z. 1 v. u. st. eines niederländischen
Striches l. einer niederländischen Linie. S. 101
Z. 1 v. o. st. falle auf den Kopf des Pfahles l. auf

den Kopf des Pfahles fällt. S. 101 Z. 6 v. o. st. 390,000 l. 39000. S. 106 Z. 13 v. u. st. darzustel- l. herzustel-. S. 113 Z. 5 v. o. st. Mittelpunkte m l. Mittelpunkte M. S. 114 Z. 5 v. o. st. $= \frac{1}{2} M (b^2 + c^2)$; l. $\frac{1}{12} M (b^2 + c^2)$;. S. 115 Z. 9 v. o. st. wird l. würde. S. 118 Z. 4 v. o. st. einer l. eine. S. 118 Z. 16 v. o. st. 4 Quadratfuß l. 5 Quadratfuß. S. 122 Z. 10 v. u. st. Palmholz l. Buchsbaumholz. S. 122 Z. 5 v. u. st. Palmholz l. Buchsbaumholz. S. 124 Z. 14 v. o. st. Druck $\frac{1}{3}$ l. Druck $\frac{1}{5}$. S. 127 Z. 12 u. 13 v. o. st. Gegenstand l. Widerstand. S. 127 Z. 15 v. o. st. geäußert l. modificirt. S. 134 Z. 2 v. u. st. PS l. BS. S. 135 Z. 8 v. o. st. $+ qBS$ l. $+ q \times BS$. S. 135 Z. 10 v. o. st. $PS = 0{,}6$ l. $BS = 0{,}6$. S. 135 Z. 14 v. o. st. $= q{,}3$ ℔ l. 9,3 ℔. S. 138 Z. 9. v. u. st. GQ l. G und Q. S. 153 Z. 11 v. o. st. Gleichung l. Reibung. S. 157 Z. 9 v. o. st. Walzen, die l. Walzen nehmen, die. S. 160 Z. 12 v. o. st. dargethan l. modificirt. S. 165 Z. 17 v. u. st. $k = o$ l. $k =$ Null. S. 166 Z. 7 v. u. st. Der Effect l. Den Effect. S. 168 Z. 8 v. u. st. als die Kraft l. als die Last. S. 169 Z. 9 v. o. st. dieselben l. denselben. S. 171 Z. 6 v. o. st. 4,5 l. 4,5 ℔. S. 175 Z. 10 u. 11 v. o. st. die Hebelarme der Last $= 0{,}437$ und diejenigen der Kraft l. der Hebelarm der Last $= 0{,}437$ und derjenige der Kraft. S. 175 Z. 6 v. u. st. Weise l. die Weise. S. 179 Z. 7 v. u. st. nun mit Q l. um mit Q. S. 180 Z. 2 v. u. st. $+ \frac{1}{2} G + Q \times \frac{aB}{AB} \times Q$ l. $+ \frac{1}{2} G + Q \times \frac{aB}{AB} + Q$. S. 181 Z. 1 v. o. st. haben, addirt l. haben, so addirt. S. 181 Z. 23 v. o. Nach Zeile 23 von oben ist die Auslassung einzuschalten: auf $A = \frac{1}{2} G + Q \times \frac{DE}{AE}$; auf $B =$

$\frac{1}{2}G + Q \times \frac{AD}{AE}$; jedoch kann man auch für die Drucke setzen. S. 181 Z. 2 v. u. st. in a sich mit l. in a mit. S. 182 Z. 2 v. o. st. Körpers, von der Last l. Körpers und der Last. S. 183 Z. 15 v. u. st. welcher AB l. welchen AB. S. 183 Z. 3 v. u. st. AC und D l. A, C und D. S. 184 Z. 12 v. u. st. Länge die dem l. Länge diesem. S. 184 Z. 1 v. u. st. BCA l. Bca. S. 185 Z. 1 v. o. st. AC : BC = BA : Bc l. AC : BC = Ba : Bc. S. 187 Z. 7 u. 8 v. o. st. auf eine Waage wirkt l. sich eines Maßstabes bedient. S. 187 Z. 7 v. u. st. Kräfte in l. Kräfte, die in. S. 189 Z. 4 v. u. st. Seiten des l. Seiten, das. S. 190 Z. 8 v. u. st. CD l. CD'. S. 190 Z. 8 v. u. st. CE l. CE'. S. 190 Z. 7 v. u. st. CF l. CF'. S. 191 Z. 3 v. o. st. Z l. z. S. 191 Z. 16 v. u. st. CD, EF l. CD'E'F'. S. 191 Z. 15 v. u. st. CE l. CE'. S. 192 Z. 3 v. u. st. BG l. BH. S. 193 Z. 8. v. o. st. CG = EC l. CG = BC. S. 195 Z. 7 v. u. st. diagonale l. Diagonale. S. 196 Z. 1 v. o. st. BG l. BC. S. 197 Z. 13 v. u. st. EI l. Ei. S. 198 Z. 10 v. u. st. daß hierzu l. daß man hierzu. S. 200 Z. 18 v. o. st. bestimmen l. bestimme. S. 200 Z. 21 v. o. st. AB l. A und B. S. 201 Z. 13 v. o. st. Ac l. AC. S. 203 Z. 5 v. o. st. würde l. wird. S. 203 Z. 19 v. o. st. Säule l. Seite. S. 207 Z. 3 v. o. st. erhalten l. tragen. S. 208 Z. 11 v. u. st. zu er- l. zu. S. 208 Z. 2 v. u. st. müssen l. muß. S. 210 Z. 14 v. u. st. ∟dae l. — ∟daE. S. 213 Z. 19 v. o. st. mit beweglichen l. mit dem beweglichen. S. 213 Z. 22 v. o. st. fallen; da l. fallen, und da. S. 215 Z. 3 v. o. st. Art der Befestigung l. Ort der Befestigung. S. 216 Z. 16 v. o. st. ein Widerstand l. den Widerstand. S. 217 Z. 7 v. u. st. zur Verfertigung l. der Verfertigung. S. 218 Z. 4 v. o. st. auf einen l. auf einem. S. 218 Z. 9 v. u. st. Mittellinien l. Durchmessern. S. 227 Z. 6 v. o.

st. F l. f. S. 227 Z. 8 v. o. st. $\frac{2FQ}{R}$ lies $\frac{2fQ}{R}$. S. 227 Z. 19 v. o. st. $\frac{2FQ}{0,1}$ l. $\frac{2fQ}{0,1}$. S. 227 Z. 20 und 21 v. o. In beiden Zeilen ist F jedesmal in f umzuändern. S. 227 Z. 23 v. o. st. $\frac{0,005 \times Q}{R}$; l. $\frac{0,006 \times Q}{R}$. S. 228 Z. 15 v. o. st. 0,15 l. 0,15 Ellen. S. 230 Z. 7 v. o. st. denjenigen l. demjenigen. S. 235 Z. 15 v. u. st. Schnelligkeiten l. Schnelligkeit. S. 237 Z. 10 v. o. st. legten Weg l. legter Weg. S. 240 Z. 16 v. o. st. desselben l. derselben. S. 244 Z. 4 v. o. st. den er l. den sie. S. 248 Z. 13 v. o. st. partielle l. partiellen. S. 256 Z. 4 v. u. st. Fig. 125 l. Fig. 124. S. 259 Z. 8 v. u. st. $\frac{0,7 \times 0,05}{0,26}$ l. $\frac{0,7 \times 0,075}{0,26}$. S. 262 Z. 14 v. u. st. spor- l. sport-. S. 262 Z. 13 v. u. st. traderen l. raderen. S. 262 Z. 7 v. u. st. Treträder l. Steigräder. S. 263 Z. 16 v. o. st. längsten möglichen l. längst möglichen. S. 264 Z. 2 v. o. st. Umfange, welche l. Umfange. S. 264 Z. 4 v. o. st. = 0,15 l. = 0,015. S. 272 Z. 6 v. o. st. Ende l. Enden. S. 275 Z. 26, 27 u. 28 v. o. st. Man kann auch die Schiffswinde über der Erde auf einer Welle sich drehen lassen, über welcher sie gut befestigt ist l. Man kann auch die Schiffswinde auf einem Zapfen oder einer Spindel über der Erde (in welcher letztere gut befestigt ist) sich drehen lassen. S. 276 Z. 12 v. o. st. Stellrad l. Sperrrad. S. 276 Z. 7 v. o. st. als die Höhe l. um wie viel die Höhe. S. 298 Z. 3 v. o. st. Wirkungen l. Wirkung. S. 302 Z. 7 v. u. st. Gewinden l. Gängen. S. 303 Z. 16 v. u. st. BE l. Be. S. 304 Z. 10 v. o. st. 123 l. 1, 2, 3. S. 304 Z. 9 v. u. st. A4B l. ACB. S. 307 Z. 3 v. u. st. von Projektion einer Winde l. der Projektion

einer Schraubenwinde. S. 308 Z. 8 v. o. st. Rollen l. Stollen. S. 312 Z. 13 v. o. st. sie 5 nennen l. sie s nennen. S. 312 Z. 3 v. u. st. Umständen l. Umfängen. S. 313 Z. 8 v. o. st.
$P = Q \frac{5 + 6{,}2832 \times fr}{6{,}2832 r - fs}$ l. $P = Q \frac{s + 6{,}2832 \times fr}{6{,}2832 r - fs}$.
S. 313 Z. 8 v. u. st. $\times \frac{5 + 6{,}2832 \times fr}{6{,}2832 r - fs}$ l.
$\times \frac{s + 6{,}2832 \times fr}{6{,}2832 - fs}$. S. 314 Z. 9 v. u. st.
$\times \frac{5 + 0{,}88 \times r}{6{,}2832 r - 0{,}145}$ l. $\times \frac{s + 0{,}88 \times r}{6{,}2832 r - 0{,}145}$.
S. 316 Z. 4 v. o. st. 5 (Gang) l. s (Gang).
S. 316 Z. 7 v. o. st. $P = \frac{Q \times S}{6{,}283 \times R} = \frac{Q}{R}$
$0{,}159 \times 5$ l. $P = \frac{Q \times s}{6{,}283 \times R} = \frac{Q}{R} 0{,}159 \times s$.
S. 317 Z. 5 und 6 v. o. st. Ganzen l. Ganzes. S. 318 Z. 4 v. u. st. halber Länge l. halber Dicke. S. 319 Z. 4 v. o. st. 0,159 × 5 l. 0,159 × s. S. 321 Z. 14 v. o. st. geschmierten l. geschmiertem. S. 321 Z. 18 u. 19 v. o. st. um die Reibung zu berechnen l. die Reibung berechnet. S. 321 Z. 21 v. o. st. um die Hälfte kleiner nimmt l. noch einmal so groß nimmt. S. 323 Z. 10 v. u. st. Wie lange l. Wie lang. S. 325 Z. 8 v. o. st. in einen l. in einem. S. 325 Z. 13 v. u. st. gleichförmige Behandlung l. ähnliche Zwecke. S. 325 Z. 12 v. u. st. gleichförmige l. ähnliche. S. 330 Z. 7 v. u. st. Platzen l. Platten. S. 336 Z. 7. v. u. st. dividirt durch g sein l. sein. S. 337 Z. 8 v. u. st. 500 l. 550. S. 345 Z. 9 v. u. st. geschmiedeten l. geschmiedetem. S. 346 Z. 3 u. 4 v. o. st. sein soll l. werden. S. 346 Z. 13 v. o. st. so dünn l. zu dünn. S. 346 Z. 14 v. o. st. zu nehmen l. nehmen. S. 346 Z. 7 v. o. st. Theile einer l. Theile bei einer. S. 349 Z. 17 v. u. st. jeder an-

deren l. jeden anderen. S. 353 Z. 4 v. u. st. Ausstehnen l. Ausdehnen. S. 355 Z. 18 v. u. st. verhindern l. verändern. S. 358 Z. 4 v. o. st. $= \frac{1}{2} b$ l. $= \frac{1}{2} l$. S. 361 Z. 2 v. o. st. $\frac{b d^2 \cdot AB}{A \cdot B}$ l. $\frac{b d^2 \cdot AB}{AC \cdot BC}$. S. 361 Z. 14 v. u. st. einzelner l. einzelnen. S. 365 Z. 17 v. u. st. 100,25 u. 23 l. 1; 0,25; und 0,23. S. 369 Z. 8 v. u. st. Fig. 185 l. Fig. 184. S. 371 Z. 6 v. st. als l. also. S. 374 Z. 10 v. u. st. in die Breite l. in der Breite. S. 375 Z. 1 u. 2 v. o. st. : B l. B. S. 380 Z. 12 v. u. st. $= 0\frac{3}{10} \frac{k d^3}{6 l}$ l. $= 0{,}3 \frac{k d^3}{6 l}$. S. 382 Z. 5 v. u. st. gestellt l. gestellte. S. 386 Z. 13 v. o. st. $\frac{r u l^2}{6 d}$ l. $\frac{1 u l^2}{6 d}$. S. 387 Z. 8 v. o. st.

$$B = \frac{0{,}000714 \times 10 \times 1000}{6 \times 10} = \frac{0{,}714}{6} = 0{,}119 \text{ dm}$$

l. $$B = \frac{0{,}000714 \times 100 \times 100}{6 \times 10} = \frac{0{,}714}{6} = 0{,}119 \text{ Zoll.}$$

S. 389 Z. 4 v. o. st. 20,4. l. 10,4 Zoll. S. 389 Z. 16 v. u. st. $6 = \frac{5}{7} \times d$ l. $b = \frac{5}{7} \times d$. S. 390 Z. 4 v. o. st. worden l. werden. S. 400 Z. 15 v. o. st. eine l. keine. S. 400 Z. 7 v. u. st. dreißigsten l. dreißigsten Theil. S. 417 Z. 11 v. u. st. 5 l. 5 Zoll. S. 427 Z. 14 v. u. st. ku l. k und u. S. 432 Z. 13 v. o. st. = 1 + = 2 l. = 1 + 1 = 2. S. 436 Z. 11 v. o. st.

$$\left\{ 78{,}6 \cdot k \cdot u \cdot f \left(1 + \frac{l'}{l} \right) \right\}$$ lies

$$\left\{ \frac{KS}{78{,}6 \cdot k \cdot u \cdot f \left(1 + \frac{l'}{l} \right)} \right\}.$$

Beim Verleger dieses ist erschienen und in allen Buchhandlungen zu haben.

Fr. Wilh. Sternickel, Stereometrie oder Körpermessung in ihrer Anwendung auf Baukunst, Forst- und Landwirthschaft und überhaupt auf viele im Leben vorkommende Geschäftsfälle. Für Forstmänner, Baumeister, Zimmerleute, Maurer, Tischler, Böttcher rc. Mit 16 Holzschnitten. 4. ½ Rthl. oder 54 kr. (Sehr empfohlen in der Leipz. Litztg. 1827. Nr. 223 und in Becks Repert. 1827. IV. I. 2. Die landwirthschaftl. Zeitg pag. 264 nennt diese Schrift sehr praktisch und versichert, daß Keiner, der in diesem Fache arbeite, es bereuen würde, sich solche angeschafft zu haben.)

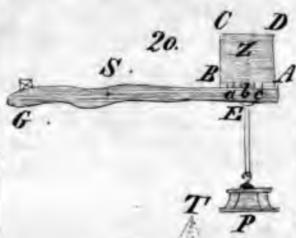
Diese kleine Schrift des bereits sehr vortheilhaft bekannten Verfassers beabsichtigt die auf dem Titel genannten Geschäftsleute und Handwerker in den Stand zu setzen, sich ohne gründliches Studium der Stereometrie und ohne Zuziehung eines Mathematikers bei vorfallenden Körpermessungen selbst zu helfen. Deßhalb sind auch alle Aufgaben der Industrie angepaßt und alle Lehren zwar ohne verwirrende Weitschweifigkeit, sondern mit Kürze, aber doch höchst deutlich und leicht verständlich vorgetragen und größtentheils durch die eingedruckten saubern Holzschnitte veranschaulicht.

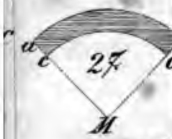
Ganz dasselbe läßt sich sagen von:

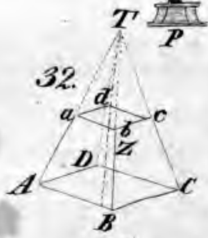
Dessen praktische Altimetrie oder Höhenmessung nebst der angewandten ebenen Trigonometrie. Für Bau- und Forstverwalter, Feldmesser, Zimmerleute, Maurer, Industrie- u. Werkschulen. Mit 14 lithograph. Quarttafeln. ⅔ Rthl. oder 1 fl. 12 kr. (Becks Repert. 1831. III. 5 sagt: Diese Altimetrie behandelt ihren Gegenstand praktischer, weniger gelehrt und weitschweifig, aber viel anwendbarer und verständlicher als frühere Werke über Höhenmessung. Die Leipz. Litzg. 1832. Nr. 129 sagt hiervon: „Der Vortrag ist im Ganzen faßlich und der Klasse von Lesern, welchen das Werk bestimmt ist, verständlich.")


11.
A
C
D
E
F
G
H
I

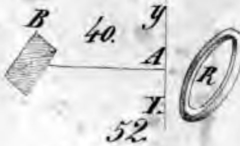

17.
C
b
c
D
B
R
S
q
r

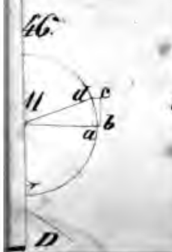

20.
S
G
C
D
Z
B
A
a b c
E
P


27.
a
c
M


T
32.
d
a
c
b
Z
D
A
C
B


37.
o
K
W
P
Z
m
n
B
M
p
f
F
d
A
q
a
D
b


B
40.
Y
A
Y
R


46.
d
c
b
a


52.
M


51.
B


53.
M

Taf. V.

183.

184.

185.

No 2

198.

199.

200.

206.

207.

No 2.

216.

No 3.

217.

233.

234.

No 2

235.

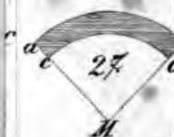
236.

237.

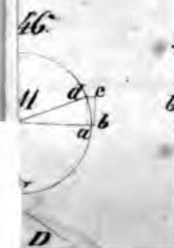




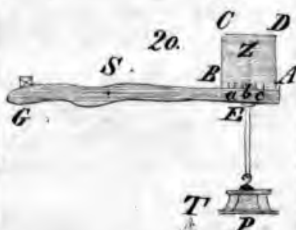

F
D
b
B
17.
C
b
c
D
B
R
S
q
r

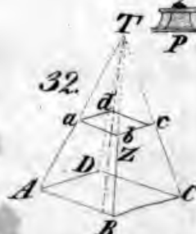

27.
a
c
M

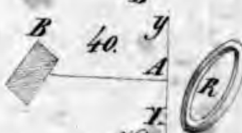

37.
o
K
W
m
p
Z
n
B
P
f
M
d
A
q
a
D
b


46.
d
c
b
a
D


11.
A
C
D
E
F
G
H
I


C
D
20.
Z
S
B
A
a b c
G
E
P


T
32.
d
a
c
b
Z
D
A
C
B


B
40.
y
A
R
Y


52.
M

51.


53.
M